

01;04;09;10

Нелинейная теория пучкового возбуждения азимутальных поверхностных мод в металлических цилиндрических волноводах с плазменным наполнением

© В.О. Гирка¹, А.М. Кондратенко¹, А.Е. Споров²¹ Харьковский государственный университет,
310108 Харьков, Украина² Научно-технический центр электрофизической обработки АН Украины,
310002 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 23 февраля 1998 г.)

Показана возможность эффективного возбуждения в цилиндрическом металлическом волноводе, частично заполненном магнитоактивной плазмой, электромагнитных поверхностных волн, распространяющихся вдоль азимутального угла, с помощью кольцевого пучка электронов. Получена самосогласованная система дифференциальных уравнений, описывающая нелинейное взаимодействие частиц пучка с азимутальной поверхностной волной в одномодовом режиме. Выполнен численный анализ этой системы уравнений, определено влияние параметров данной волноводной структуры на развитие резонансной пучковой неустойчивости.

Введение

Неослабевающий интерес к изучению плазменно-пучкового взаимодействия объясняется прежде всего большой практической ценностью ожидаемых результатов, которые находят широкую область применения: от пучкового нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза, геофизических экспериментов в космосе до решения проблем плазменной электроники. Данная теоретическая работа посвящена решению задачи, относящейся к одному из направлений плазменной электроники [1], изучающему взаимодействие пучков заряженных частиц с собственными модами плазменных волноводов. При этом исследование процессов генерации электромагнитных волн, которые определяются параметрами пучка и плазменного волновода, преследует цель создания усилителей или генераторов ВЧ электромагнитных волн с возможностью большим значением КПД, способных плавно перестраиваться по частоте в широком диапазоне частот, иметь сравнительно малые размеры, характеризоваться максимально возможным значением мощности излучения и т.п. Конечно, всем этим требованиям одновременно удовлетворить с помощью одного устройства нельзя. Данная работа представляет собой попытку построения нелинейной теории такого устройства плазменной электроники, которое в определенной степени удовлетворяло бы двум критериям, а именно имело бы возможности плавной перестройки частоты излучения и было бы достаточно компактным.

К настоящему времени достаточно подробно изучены условия возникновения пучковых неустойчивостей, нелинейное взаимодействие пучков заряженных частиц с плазмой как в сильном внешнем магнитном поле (одномерная модель), так и в магнитном поле конечной величины. Проанализировано также влияние спектра

генерируемых волн на характер пучково-плазменного взаимодействия без учета влияния границ плазмы [2–4]. Ограниченность размеров плазмы приводит не только к изменению динамики возбуждения объемных волн, но и создает условия для возбуждения поверхностных волн (ПВ) [5]. ПВ обладают рядом отличительных особенностей по сравнению с объемными волнами: энергия ПВ переносится вдоль границы плазмы и может быть сравнительно просто выведена из области взаимодействия [1].

В данной работе изучается возможность возбуждения необыкновенно поляризованной поверхностной моды, являющейся собственной для цилиндрического металлического волновода, частично заполненного холодной магнитоактивной плазмой. Волна распространяется вдоль азимутального угла, поперек внешнего постоянного аксиального магнитного поля, и называется [6] азимутальной поверхностной волной (АПВ). Но поверхностной она является только в области плазменного цилиндра, а в диэлектрике, который отделяет металлическую стенку волновода от плазмы, это электромагнитное возмущение распространяется как объемная волна. Отметим, что в настоящее время исследование подобных волноводных структур с плазменным наполнением проводится довольно интенсивно (см., например, [7,8] и цитируемую в них литературу). Поэтому выбор темы настоящей работы представляется актуальным. Ранее линейная теория пучкового возбуждения АПВ была представлена в работе [9], а случай диссипативной неустойчивости АПВ изучен в работе [10].

Для возбуждения АПВ предлагается использовать цилиндрический металлический волновод (радиуса R_2), внутри которого коаксиальным образом расположен столб плазмы (радиуса R_1 , причем имеет место неравенство $R_2 - R_1 \ll R_1$). В пространстве $R_1 < r < R_2$ вокруг столба плазмы (причем это может быть полупроводниковая плазма или газовая плазма, заключенная в тонкостен-

ном диэлектрическом баллоне) вращается трубчатый пучок электронов с концентрацией n_b , величина которой существенно меньше концентрации плазмы n_p . Внешнее постоянное магнитное поле \mathbf{B}_0 ориентировано вдоль оси \mathbf{Z} . Электропроводность металлического кожуха волновода считаем достаточно большой, чтобы можно было использовать граничное условие для тангенциального компонента электрического поля АПВ на поверхности металла в виде равенства $E_\tau(R_2) = 0$.

При нахождении системы дифференциальных уравнений, описывающих нелинейную стадию пучкового возбуждения АПВ, мы использовали гидродинамическую модель плазмы, уравнения Максвелла и уравнения движения частиц пучка в зазоре $R_2 > r > R_1$ между плазменной вставкой и металлической стенкой волновода. Принимая во внимание неравенство для концентраций частиц пучка и плазмы $n_b \ll n_p$, влиянием пучка на дисперсионные свойства АПВ мы пренебрегали, так же как и влиянием собственного поля пучка на электромагнитное поле, в котором он движется.

Вывод системы уравнений

В приближении холодной плазмы уравнения Максвелла удается разделить на две независимые подсистемы. Одна из них описывает поле АПВ, которая имеет необыкновенную поляризацию. Полагая зависимость поля волны от времени t и азимутального угла φ в виде $E, H \propto \exp(im\varphi - i\omega t)$ и считая, что пространство однородно вдоль оси \mathbf{Z} , получим дифференциальное уравнение второго порядка для магнитной составляющей H_z поля АПВ и выражения, связывающие электрическое поле АПВ с H_z , в области плазменного цилиндра $r < R_1$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial H_z}{\partial \xi} - \left(1 + \frac{m^2}{\xi^2}\right) H_z = 0, \quad (1a)$$

$$E_r = \frac{\varepsilon_2}{k\varepsilon_1\psi^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{mH_z}{kr\psi^2},$$

$$E_\varphi = \frac{im\varepsilon_2 H_z}{kr\varepsilon_1\psi^2} + \frac{i}{k\psi^2} \frac{\partial H_z}{\partial r}, \quad (1b)$$

где $\xi = kr\psi$, $k = \omega c^{-1}$, c — скорость света, $\psi^2 = (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)\varepsilon_1^{-1}$, ε_1 и ε_2 — компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной магнитоактивной плазмы (см., например, [5]).

Поля АПВ в области, занятой пучком, описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial H_z}{\partial \zeta} - \left(1 - \frac{m^2}{\zeta^2}\right) H_z = F_b, \quad (2a)$$

$$E_r = \frac{4\pi}{i\omega} j_r - \frac{mH_z}{\zeta},$$

$$E_\varphi = \frac{4\pi}{i\omega} j_\varphi - i \frac{\partial H_z}{\partial \zeta}, \quad (2b)$$

где

$$F_b = -\frac{4\pi}{\omega\zeta} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} (j_\varphi \zeta) - imj_r \right], \quad \zeta = kr,$$

$$j_r = -|e| \sum_{i=1}^N \delta(r - r_i) \delta(\varphi - \varphi_i) \frac{\partial r}{\partial t},$$

$$j_\varphi = -|e| \sum_{i=1}^N r \delta(r - r_i) \delta(\varphi - \varphi_i) \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

$\delta(x - x_0)$ — дельта-функция.

Решением системы уравнений (1a), (1b) для поля АПВ в области плазмы являются модифицированная функция Бесселя $I_m(\xi)$ для составляющей H_z и линейные комбинации $I_m(\xi)$ и ее производной по аргументу $I'_m(\xi)$ для составляющих F_r и E_φ . При этом использовалось следующее граничное условие: поле АПВ ограничено на оси волновода ($r = 0$). Система уравнений (2a), (2b) решалась методом вариации постоянной. Составляющие поля АПВ в области $R_1 < r < R_2$ выражаются через функции Бесселя первого рода $J_m(\zeta)$, функции Неймана $N_m(\zeta)$, их производные по аргументам и компоненты плотности тока пучка j_r и j_φ .

Для получения уравнений, описывающих поведение амплитуды огибающей и фазы волны, воспользуемся следующими граничными условиями. Тангенциальное электрическое поле АПВ обращается в нуль на поверхности металлической стенки волновода

$$E_\varphi(R_2) = 0. \quad (3)$$

Поле E_φ является непрерывным на границе $r = R_1$ плазмы

$$\{E_\varphi(R_1)\} = 0. \quad (4)$$

Магнитное поле АПВ H_z также непрерывно на границе $r = R_1$ плазмы

$$\{H_z(R_1)\} = 0. \quad (5)$$

Считалось также, что токов на поверхности металлической стенки волновода и на поверхности плазмы нет $j_\varphi(R_1) = j_\varphi(R_2) = 0$.

Используя стандартные процедуры усреднения и выделения медленного времени (см., например, [1]), найдем уравнения для амплитуды огибающей и фазы волны в случае возбуждения собственных мод волновода и пренебрежения диссипативными процессами в плазме:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\frac{\alpha D_p}{NzPL} \sum_{i=1}^N \left[\frac{m}{w} \frac{\partial R_i}{\partial t} L_1(\zeta_i) \sin(m\varphi_i + \Theta - \omega t) \right. \\ \left. + R_i^2 \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} L_2(\zeta_i) \cos(m\varphi_i + \Theta - \omega t) \right],$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\alpha D_p}{NzPLA} \sum_{i=1}^N \left[R_i^2 \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} L_2(\zeta_i) \sin(m\varphi_i + \Theta - \omega t) \right. \\ \left. - \frac{m}{w} \frac{\partial R_i}{\partial t} L_1(\zeta_i) \cos(m\varphi_i + \Theta - \omega t) \right], \quad (6)$$

где $A = E_y B_0^{-1}$ — безразмерная амплитуда огибающей, Θ — фаза, $\alpha = n_b n_p^{-1}$, $z = |\omega_e| \Omega_e^{-1}$, $w = \omega \Omega_e^{-1}$, $R_i = r_i \Omega_e c^{-1}$, ω_e и Ω_e — циклотронная и ленгмюровская частоты электронов соответственно, $L = J_m(\zeta_1) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N_m(\zeta_1)$, $\zeta_1 = kR_1$, $\zeta_2 = kR_2$, $L_1(\zeta_i) = J_m(\zeta_i) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N_m(\zeta_i)$, $L_2(\zeta_i) = J'_m(\zeta_i) N'_m(\zeta_2) - J'_m(\zeta_2) N'_m(\zeta_i)$,

$$D_p = \frac{I'_m(\psi \zeta_1)}{\psi I_m(\psi \zeta_1)} + \frac{m \varepsilon_2}{\varepsilon_1 \psi^2 \zeta_1}, \quad P = \frac{d}{dw} \left[D_p + \frac{L_2(\zeta_1)}{L} \right].$$

Уравнение движения электронов пучка удобно записать, используя импульс частицы $\mathbf{p} = \gamma m_e \mathbf{V}$ (γ — релятивистский фактор)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} [\mathbf{V} \times (\mathbf{H} + \mathbf{B}_0)]. \quad (7)$$

Подставляя в уравнение (7) поля АПВ для области $R_1 < r < R_2$, получим следующую систему уравнений для i -й частицы:

$$\frac{\partial R_i}{\partial t} = |\omega_e| \frac{\nu_i}{z \gamma_i},$$

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = |\omega_e| \frac{u_i}{z \gamma_i R_i},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nu_i}{\partial t} &= -|\omega_e| \frac{u_i}{\gamma_i} \left(1 - \frac{u_i}{z R_i} \right) \\ &+ A R_1 \left(\frac{m}{R_1} - w \frac{u_i}{\gamma_i} \right) \left(\frac{1}{\zeta_1 D_p} - R_\alpha \right) \sin(m\varphi_i + \Theta - \omega t), \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} &= |\omega_e| \frac{\nu_i}{\gamma_i} \left(1 - \frac{u_i}{z R_i} \right) \\ &+ \frac{A w R_1}{\zeta_1} \left[R_\alpha - 1 + \frac{R_\alpha}{D_p} \left(\frac{m^2}{\zeta_1} - \zeta_1 \right) \right] \cos(m\varphi_i + \Theta - \omega t) \\ &+ \frac{A w R_1 \nu_i}{\gamma_i} \left(\frac{1}{\zeta_1 D_p} - R_\alpha \right) \sin(m\varphi_i + \Theta - \omega t), \quad (8) \end{aligned}$$

где $R_\alpha = r_i R_1^{-1} - 1$, $\nu = p_r m_e^{-1} c^{-1}$, $u = p_\varphi m_e^{-1} c^{-1}$, ν и u — это безразмерные импульсы частиц пучка (радиальный и азимутальный соответственно).

При получении последних двух уравнений системы (8) использовалось исходное предположение об относительной узости области, занимаемой пучком, а именно неравенство $R_2 - R_1 \ll R_1$. Это позволило, используя асимптотические разложения цилиндрических функций Бесселя и их вронскианов (см., например, [11]), существенно упростить выражения, записанные в системе уравнений (8), и, как следствие, значительно сократить время машинного счета. При прямом вычислении цилиндрических функций время очень сильно увеличивается, создавая дополнительные сложности. Совместное решение систем уравнений (6) и (8) проводилось численно.

Результат численного моделирования

Для численного решения совместной системы уравнений (6) и (8) использовался метод Рунге–Кутты четвертого порядка. Число макрочастиц, использовавшееся при моделировании пучка электронов, составляло $N = 450$. При взаимодействии частиц пучка с границей плазмы или металлической стенкой волновода применялась модель зеркального отражения (частицы при этом взаимодействии не исчезали). Результаты численного исследования развития резонансной пучковой неустойчивости АПВ представлены на рис. 1–4. При численном счете использовались следующие значения параметров волновода и пучка: начальные значения амплитуды волны $A = 10^{-3}$, фазы волны $\Theta = 0$, радиального импульса частиц пучка $\nu_i = 0$, углового импульса частиц $u_i = z R_i (\pm 2\%)$; отношение плотности электронного пучка к плотности плазмы $\alpha = 10^{-2}$. Начальное распределение частиц пучка по углу φ было приблизительно равномерным с малым случайным отклонением ($\Delta\varphi = \pm 1\%$), по радиальной координате частицы пучка в начальный момент времени располагались случайным образом в области $R_1 < r < R_2$. Остальные параметры волновода были выбраны таким образом: $R_2 - R_1 = 0.1 R_1$, $|\omega_e| = 0.098572 \Omega_e$. Цифры 2, 3, 4 на рис. 1 — значения волнового азимутального числа АПВ m .

Как было показано в работе [9], существует область локализации максимальных значений инкремента пучковой неустойчивости АПВ по эффективному волновому числу $k_{\text{eff}} = m c R_1^{-1} \Omega_e$. Оно соответствует значению $k_{\text{eff}} \approx 0.4$, поэтому при проведении счета значение R_1 выбиралось исходя из равенства $k_{\text{eff}} = 0.4$. Исследование влияния выбора k_{eff} на развитие пучковой неустойчивости подтверждает результаты работы [9]. Действительно, рост амплитуды АПВ замедлялся, если k_{eff} выбирались равными 0.3, 0.2 или 0.5, 0.6. При этом уменьшение k_{eff} приводило к большему замедлению роста амплитуды АПВ, чем его увеличение, что тоже соответствует

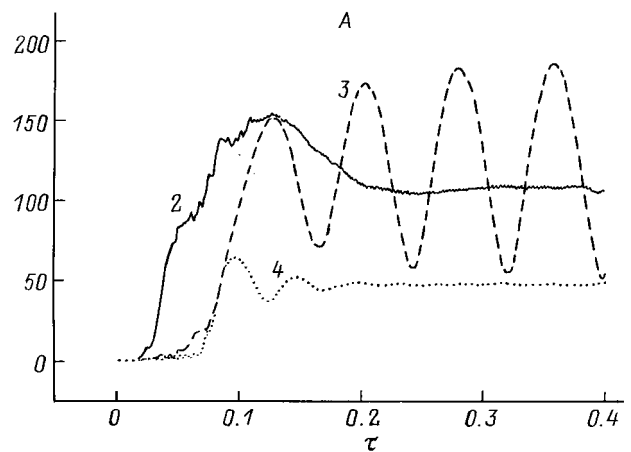


Рис. 1. Эволюция безразмерной амплитуды A с течением безразмерного времени τ при $|\omega_e| = 0.098572 \Omega_e$, $R_1 = 5.0$, $R_2 = 5.5$.

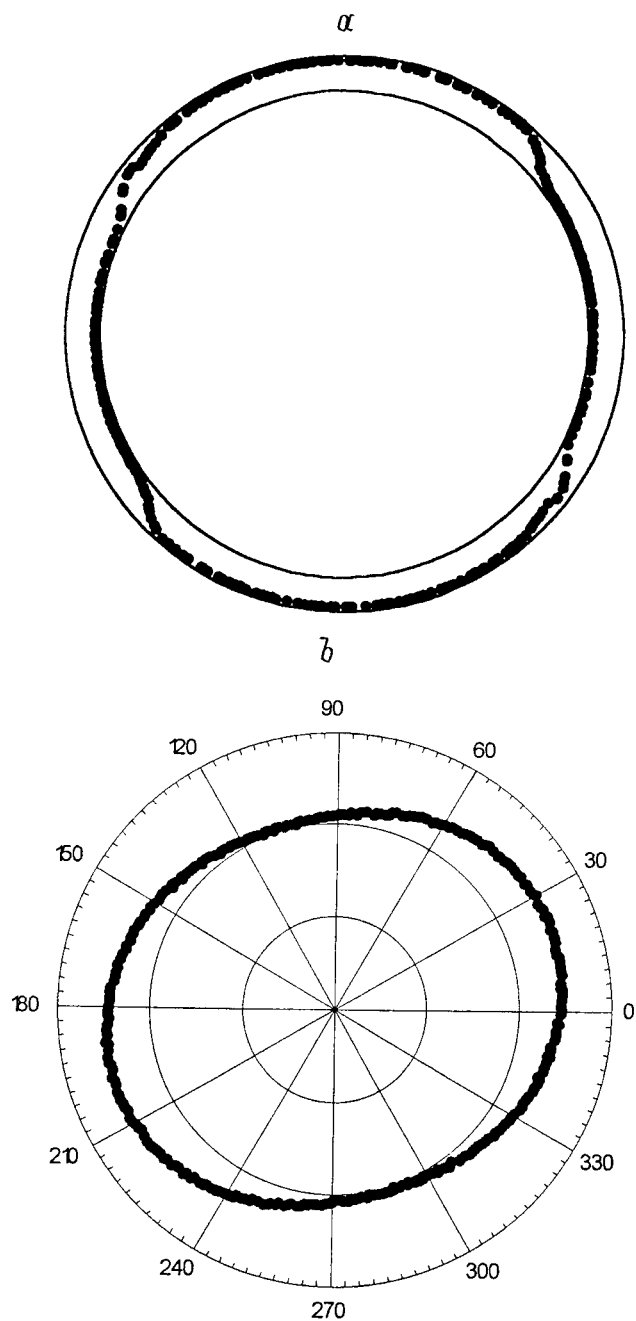


Рис. 2. Распределение частиц пучка в координатном (а) и фазовом (b) пространстве при тех же значениях параметров системы, что на рис. 1, и $\tau = 0.02$.

результату работы [9]. Изменение знака азимутального волнового числа, определяющего направление распространения АПВ, приводит к срыву неустойчивости. К уменьшению интервала времени, в течение которого амплитуда АПВ возрастает от начального значения до максимального, приводит уменьшение отношения $|\omega_e| \Omega_e^{-1}$ и увеличения параметра α .

На рис. 2–4 показана эволюция распределения частиц пучка в координатном (угловая и радиальная координаты) и фазовом (угловая координата и угловой импульс)

пространства при возбуждении АПВ с азимутальным волновым числом $m = 2$. Были выбраны наиболее характерные моменты безразмерного времени τ , когда начальное ($\tau = 0$) практически равномерное распределение частиц пучка (и в координатном, и в фазовом пространствах оно выглядело как сплошное, недеформированное кольцо) начинает деформироваться ($\tau = 0.02$), разбиваться на сгустки ($\tau = 0.06$) и превращается в два (по числу номера моды $m = 2$) сформировавшихся бунча ($\tau = 0.3$). На рис. 2, а, 3, а и 4, а показано распределение частиц пучка в координатном пространстве для случая АПВ с азимутальным волновым числом $m = 2$ в моменты безразмерного времени $\tau = 0.02, 0.06$

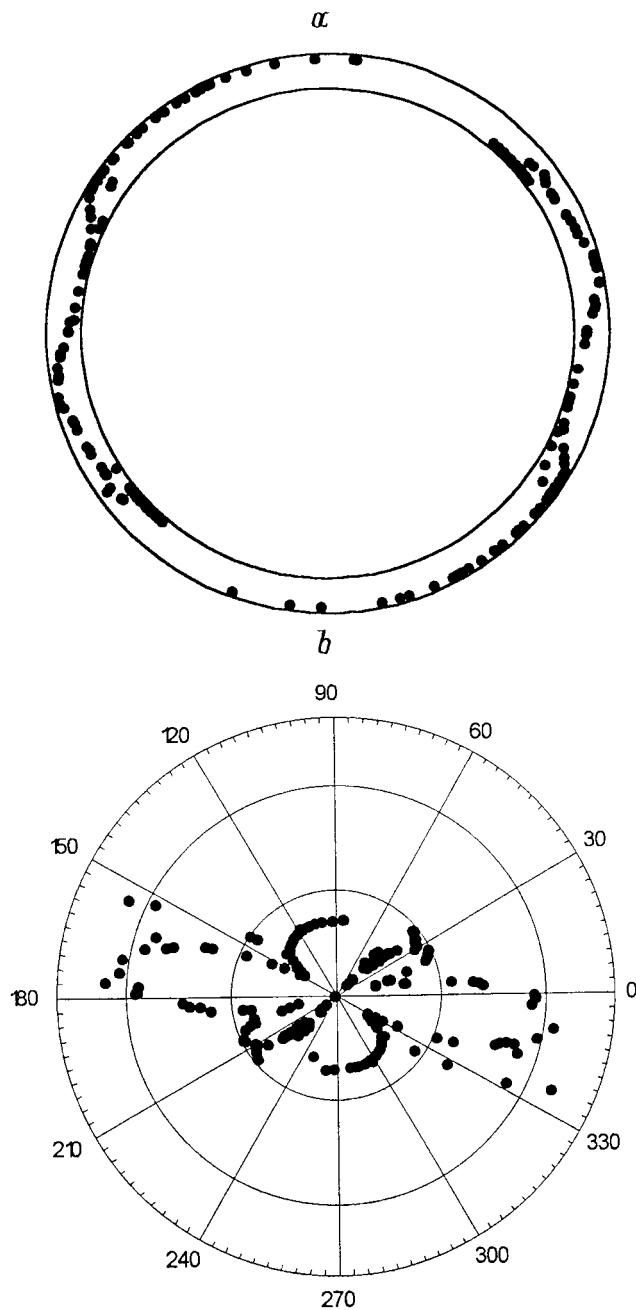


Рис. 3. а, b — то же, что и на рис. 2, а, b соответственно, при $\tau = 0.06$.

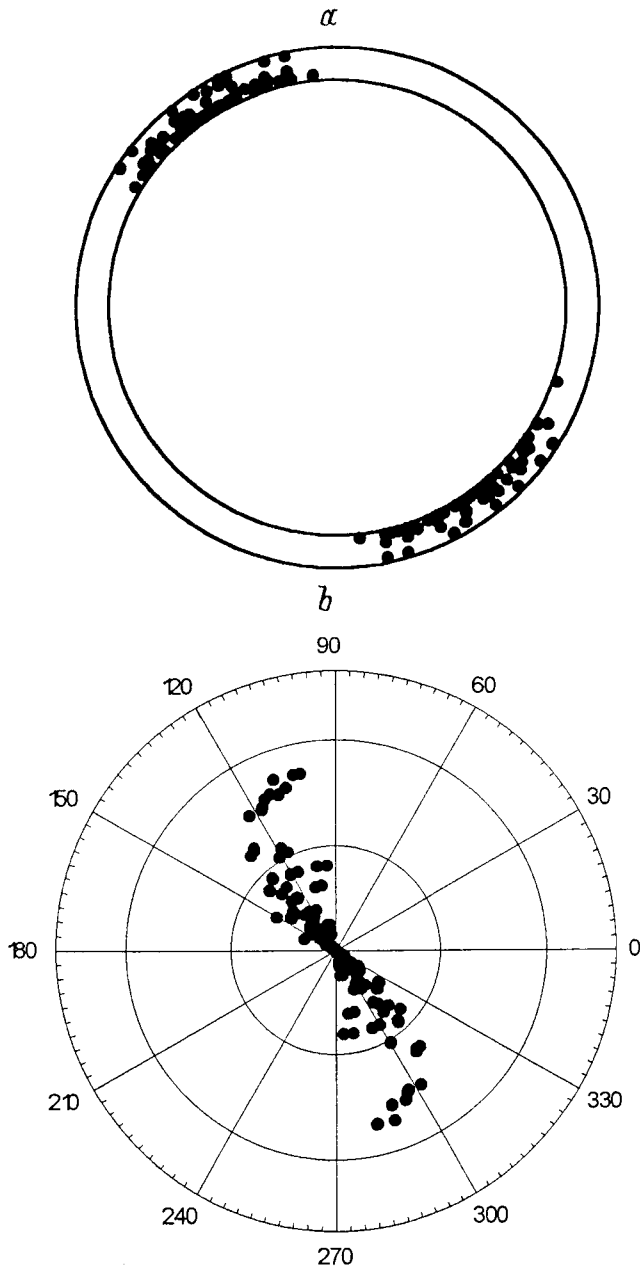


Рис. 4. *a, b* — то же, что и на рис. 2, *a, b* соответственно, при $\tau = 0.03$.

и 0.3. Изменение расположения частиц пучка в фазовом пространстве с течением времени можно проследить на рис. 2, *b*, 3, *b* и 4, *b*. Изучение этих рисунков показывает, что с развитием резонансной пучковой неустойчивости АПВ распределение частиц по углу φ в координатном пространстве из начального, приблизительно равномерного по азимутальному углу, превращается в два сгустка частиц для случая $m = 2$ (число таких сгустков равно значению азимутального волнового числа АПВ). В фазовом пространстве частицы пучка в результате захвата их полем волны формируют образования, похожие на спицы в колесе (число таких "спиц" совпадает со значением волнового числа m).

Заключение

В работе исследовано возбуждение АПВ с частотой, лежащей в диапазоне $|\omega_e| < \omega < \sqrt{\Omega_e^2 + \omega_e^2/4} - |\omega_e|/2$, трубчатым пучком электронов, вращающимся вокруг столба плазмы, которая частично заполняет цилиндрический металлический волновод. Данная волноводная структура помещена в аксиальное стационарное магнитное поле. Исследование резонансной пучковой неустойчивости АПВ проведено для случая одномодового приближения. Нелинейное взаимодействие пучка электронов с собственными модами волновода приводит к разбиению его на сгустки, которые постепенно захватываются в потенциальные ямы волны. После такого захвата исследуемая неустойчивость выходит на стадию нелинейного насыщения. Состояние насыщения характеризуется слабым изменением амплитуды огибающей около определенного равновесного значения. Наибольшее влияние на характер развития пучковой неустойчивости АПВ оказывает величина азимутального волнового числа.

Работа выполнена благодаря частичной поддержке Министерства науки и технологий Украины, грант № WTZ UKR 010-97.

Список литературы

- [1] Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Основы плазменной электроники. М.: Энергоатомиздат, 1988. 320 с.
- [2] Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 167 с.
- [3] Миллер Р.Б. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1994. 432 с.
- [4] Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990. 432 с.
- [5] Кондратенко А.Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1985. 208 с.
- [6] Гирка В.А., Гирка И.А., Кондратенко А.Н. и др. // РИЭ. 1988. Т. 33. № 5. С. 1031–1035.
- [7] Onischenko I.N., Balakirev V.A., Korostelev A.M. et al. // 11th Intern. Conf. on High Power Particle Beams. Prague, 1996. Contributed Papers. Vol. 1. P. 426–429.
- [8] Kuzelev M.V., Loza O.T., Rukhadze A.A. et al. // Ibid. P. 1–55.
- [9] Гирка В.А., Гирка И.А., Олефир В.П. и др. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 1. С. 87–91.
- [10] Гирка В.А., Гирка И.А., Ткаченко В.И. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 114–120.
- [11] Кузнецов Д.С. Специальные функции. М.: Высшая школа, 1968. 422 с.