

04;11;12

## Ток в сильноточном планарном диоде с дискретной эмиссионной поверхностью

© С.Я. Беломытцев, С.Д. Коровин, И.В. Пегель

Институт сильноточной электроники СО РАН,  
634055 Томск, Россия

(Поступило в Редакцию 2 марта 1998 г.)

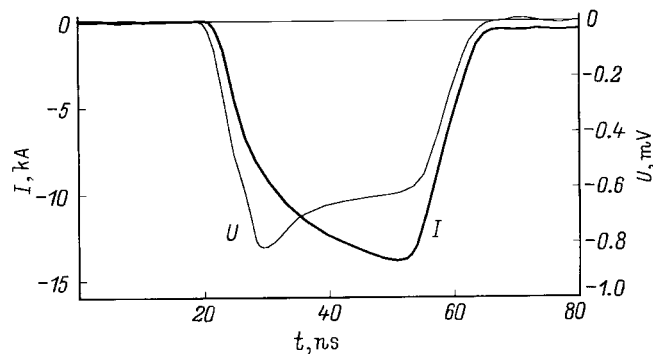
Для сильноточного планарного диода с дискретной эмиссионной поверхностью получена зависимость величины тока от размера эмиттеров. Показано, что если расстояние между эмиттерами значительно превышает их размер, зависимость тока от отношения размера эмиттера к величине диодного зазора является степенной с показателем 3/2. При этом зависимость тока от напряжения подчиняется закону "трех вторых" до более высоких напряжений, чем в случае плоского диода с однородной эмиссионной поверхностью.

### Введение

Планарные вакуумные диоды со взрывоэмиссионными катодами [1] используются для формирования сильноточных релятивистских электронных пучков с большими поперечными сечениями (в десятки и сотни квадратных сантиметров). Последние широко применяются в мощных импульсных СВЧ генераторах с виртуальным катодом для генерации импульсов рентгеновского излучения, а также в технологических целях.

Во многих приложениях, в особенности для генерации СВЧ излучения, важным условием является постоянство тока пучка и энергии электронов в течение импульса, длительность которого обычно составляет единицы или десятки наносекунд. Вместе с тем для сильноточных планарных диодов характерно уменьшение импеданса во времени [2]. Оно приводит к росту тока и, вследствие рассогласования диода с источником импульса, к уменьшению напряжения в диоде и энергии электронов в пучке (рис. 1).

Изменение импеданса диода во времени связано с процессом эволюции эмиссионной поверхности на катоде. Одна из причин состоит в расширении катодной взрывоэмиссионной плазмы. В начальные моменты времени



**Рис. 1.** Типичная зависимость тока и напряжения от времени в планарном диоде сильноточного импульсно-периодического ускорителя электронов СИНУС-700 при использовании металл-диэлектрического катода.

эмиссионная поверхность представляет собой совокупность отдельных плазменных образований — эмиссионных центров. С течением времени размер центров увеличивается, что приводит к росту величины отбираемого с них тока. Для металлических и графитовых катодов характерная скорость расширения плазмы составляет  $v_{пл} \sim 2 \cdot 10^6$  см/с [3]. Исследованию этого механизма и посвящена настоящая работа. Другой причиной эволюции эмиссионной поверхности является изменение числа эмиссионных центров во времени, влияние которого здесь не рассматривается.

В настоящей работе исследуется зависимость тока в диоде с плоскими электродами от размера эмиссионных центров (далее "эмиттеров"). Решение этой задачи не только представляет самостоятельный интерес, оно также необходимо для учета дискретности эмиссионной поверхности в сильноточных диодах с катодами более сложной конфигурации.

### Соотношения подобия для электронного тока в диоде

Рассмотрим стационарный электронный поток в диоде произвольной конфигурации, на катоде которого имеется эмиттер с неограниченной эмиссионной способностью. Считаем, что начальная скорость эмиттированных электронов равна нулю. Предположим, что движение частиц в промежутке является нерелятивистским  $\Gamma - 1 \ll 1$ , где  $\Gamma = 1 + eU/mc^2$ ,  $U$  — напряжение в диоде. Считаем, что внешнее магнитное поле отсутствует, а влиянием собственного магнитного поля на движение электронов пренебрегаем. Для простоты предположим, что электронный пучок может быть описан однопоточной гидродинамической моделью. Тогда параметры системы — скорость электронов  $v$ , плотность заряда  $\rho$  и потенциал электрического поля  $\varphi$  связаны системой уравнений

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\frac{e}{m}\nabla\varphi, \quad \Delta\varphi = -4\pi\rho, \quad \operatorname{div}(\rho\mathbf{v}) = 0$$

с граничными условиями: на катоде  $\mathbf{v}|_k = 0$ ,  $\varphi|_k = 0$ ,  $\nabla_t\varphi|_k = 0$  (на неэмиттирующей поверхности),

$\nabla\varphi|_{\text{эм}} = 0$  (на эмиттирующей поверхности), на аноде  $\varphi|_a = \varphi_0 = U$  (где  $U$  — напряжение в диоде),  $\nabla_t\varphi|_a = 0$  (индекс  $t$  обозначает касательную к поверхности компоненту).

Обозначив через  $L$  характерный линейный размер системы, введем безразмерные переменные и дифференциальные операторы  $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/L$ ,  $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}(e\varphi_0/m)^{-1/2}$ ,  $\tilde{\varphi} = \varphi/\varphi_0$ ,  $\tilde{\rho} = \rho L^2/\varphi_0$ ,  $\tilde{\nabla} = L\nabla$ ,  $\tilde{\Delta} = L^2\Delta$ . Система уравнения и граничные условия в новых обозначениях принимают вид

$$(\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\nabla})\tilde{\mathbf{v}} = -\tilde{\nabla}\tilde{\varphi}, \quad \tilde{\Delta}\tilde{\varphi} = -4\pi\tilde{\rho}, \quad \text{div}(\tilde{\rho}\tilde{\mathbf{v}}) = 0, \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}|_k = 0, \quad \tilde{\varphi}|_k = 0, \quad \tilde{\nabla}_t\tilde{\varphi}|_k = 0, \quad \tilde{\nabla}\tilde{\varphi}|_{\text{эм}} = 0, \quad \tilde{\varphi}|_a = 1, \quad \tilde{\nabla}_t\tilde{\varphi}|_a = 0.$$

Граничные условия более не содержат  $\varphi_0$ . Следовательно, функции  $\tilde{\mathbf{v}}(\tilde{\mathbf{r}})$ ,  $\tilde{\rho}(\tilde{\mathbf{r}})$ , являющиеся решением системы (1), также не зависят от  $\varphi_0$ . Вид этих функций определяется только формой электродов и не зависит от их абсолютных размеров. Величина плотности тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = I_a(e\varphi_0/mc^2)^{3/2}L^{-2}\tilde{\mathbf{j}}(\tilde{\mathbf{r}}) = \sqrt{e/m\varphi_0}^{3/2}\tilde{\mathbf{j}}(\tilde{\mathbf{r}}),$$

где  $\tilde{\mathbf{j}} = \tilde{\rho}\tilde{\mathbf{v}}$ ,  $I_a = mc^3/e \approx 17 \text{ кА}$  — альфвеновский ток.

Полный ток в системе равен

$$I = I_a(e\varphi_0/mc^2)^{3/2}F = \sqrt{e/m\varphi_0}^{3/2}F, \quad (2)$$

причем величина формфактора  $F = \int_S \tilde{\mathbf{j}}(\tilde{\mathbf{r}})d\tilde{\mathbf{S}}$  определяется лишь относительными размерами электродов и при пропорциональном изменении всех линейных размеров в диоде не изменяется. Последний интеграл берется по любой поверхности, содержащей поперечное сечение пучка, например по поверхности эмиссии. Из выражения (2) следует зависимость тока от напряжения по закону "трех вторых", а также сохранение величины тока при пропорциональном изменении всех линейных размеров в диоде.

Нетрудно видеть, что полученные результаты справедливы и для гидродинамической модели с конечным числом потоков больше единицы (как показало численное моделирование, в рассматриваемом ниже случае полусферического эмиттера имеется взаимное пересечение электронных траекторий и число потоков равно двум).

## Ток в диоде с одиночным эмиттером

Рассмотрим планарный диод с зазором  $D$ , с расположенным на плоскости катода полусферическим эмиттером радиуса  $R$  (рис. 2, а). Эмиттер обладает неограниченной эмиссионной способностью. Если поперечный размер электродов значительно превышает  $D$ , то, поскольку форма эмиттера задана, формфактор системы  $F$  является функцией единственного параметра  $R/D$ . Следовательно, в нерелятивистском приближении,

$$I = \sqrt{e/m\varphi_0}^{3/2}F(R/D).$$

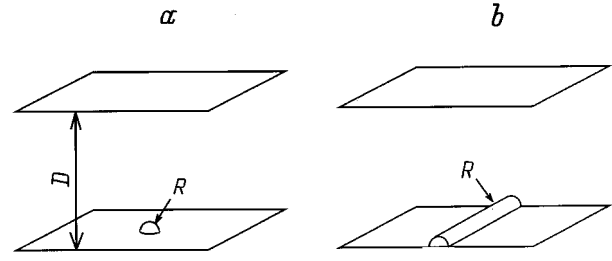


Рис. 2. Диоды с эмиттером "точечного" (а) и "линейного" (b) типов.

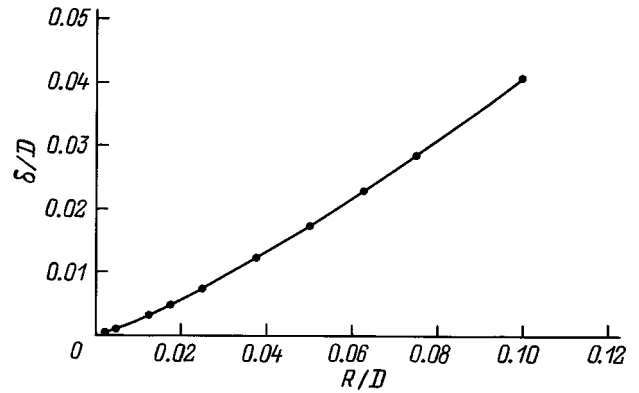


Рис. 3. Сдвиг поверхности с потенциалом  $U/2$  относительно середины диодного зазора как функция радиуса полусферического эмиттера ( $\delta$  — абсолютная величина сдвига). Численный расчет при  $D = 4 \text{ см}$ ,  $U = 500 \text{ кВ}$ .

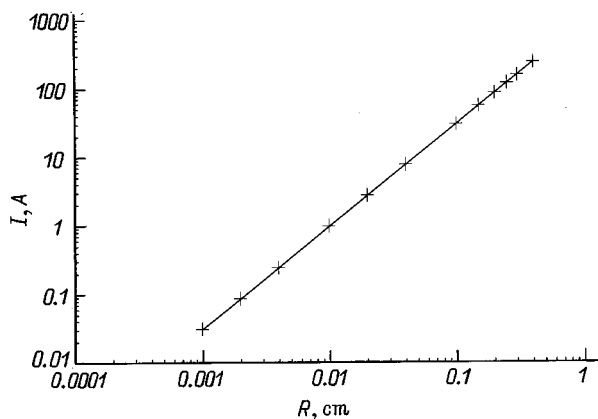
Для определения вида функции  $F$  воспользуемся малостью радиуса эмиттера по сравнению с диодным зазором  $R/D \ll 1$ . Очевидно, что при стремлении радиуса эмиттера к нулю ток и толщина электронного потока также стремятся к нулю и электронный поток слабо возмущает электрическое поле в зазоре. Распределение потенциала в диоде близко к линейному  $\varphi(z) \approx \varphi_0 z/D$ . Численные расчеты подтверждают, что в практически важной области отношений  $R/D$  это действительно так (рис. 3). Очевидно, что в диоде с линейным распределением потенциала величина тока при пропорциональном изменении напряжения и длины диодного промежутка сохраняется. Следовательно,  $\varphi_0^{3/2}D^{-3/2} = \text{const}$  и  $F \propto (R/D)^{3/2}$ . Итак, выражение для тока одиночного эмиттера может быть записано в виде

$$I = \beta\sqrt{e/m}(RU/D)^{3/2}, \quad (3)$$

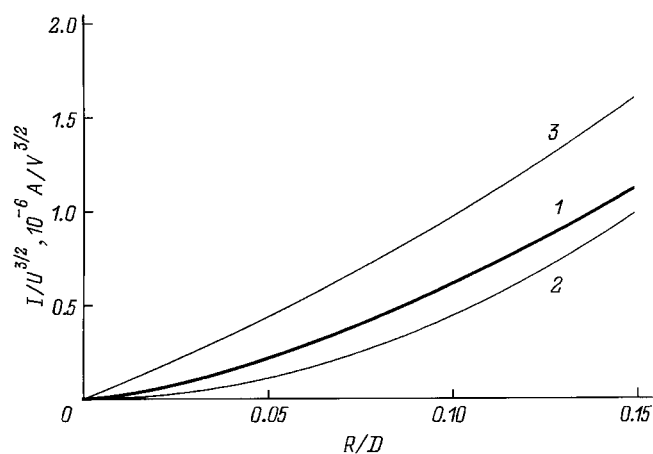
где величина безразмерного множителя  $\beta$  определяется только формой эмиттера.

Численные расчеты, выполненные с помощью программы SuperSAM [4] для полусферического эмиттера, подтвердили указанный вид зависимости и дали величину коэффициента  $\beta \approx 0.47$  (рис. 4).

Аналогичные рассуждения приводят к выводу, что для эмиттеров "линейного" типа (например, полуцилин-



**Рис. 4.** Зависимость тока от радиуса одиночного полусферического эмиттера при  $D = 4$  см,  $U = 500$  кВ: крестики — численный расчет, прямая — расчет по формуле (3) при  $\beta = 0.47$ .



**Рис. 5.** Зависимость первеанса планарного диода с одиночным полусферическим эмиттером от отношения радиуса эмиттера к величине зазора: 1 — по формуле (3), 2 — согласно [5], 3 — согласно [6].

дического; рис. 2, б) ток на единицу длины эмиттера зависит от его радиуса как  $dI/dl \propto R^{1/2} \cdot D^{-3/2}$ .

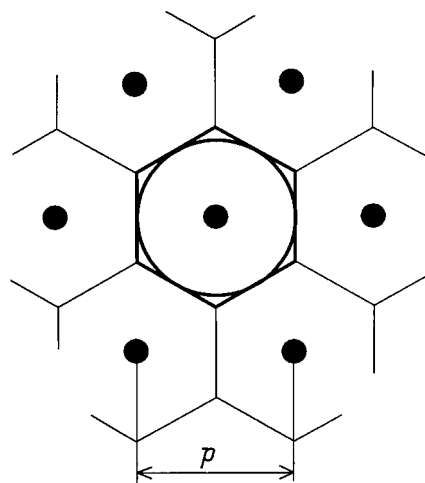
Особо отметим, что при малых размерах эмиттера ( $R/D \ll 1$ ) релятивистское отклонение зависимости тока от напряжения от закона "трех вторых" происходит при напряжении приблизительно в  $D/R$  раз большем, чем для однородного плоского диода. Это связано с тем, что ток эмиттера определяется объемным зарядом в его непосредственной окрестности, имеющей размер порядка  $R$ . Даже если полное напряжение в диоде  $U$  является релятивистским, энергия электронов в окрестности эмиттера, составляющая  $\sim eUR/D$ , может быть много меньше релятивистских значений. Это и определяет нерелятивистский закон поведения тока. Таким образом, условие применимости выражения (3) имеет вид

$$(\Gamma - 1) \frac{R}{D} \ll 1. \quad (4)$$

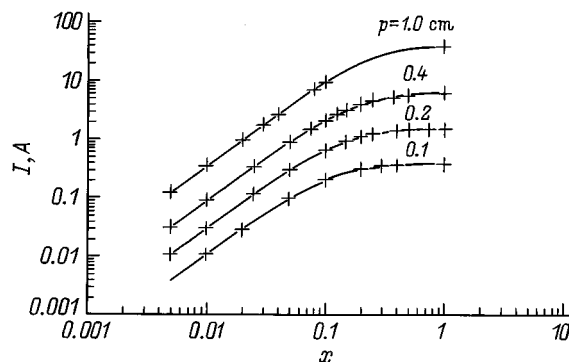
Если же напряжение в диоде велико настолько, что электроны набирают релятивизм уже вблизи эмиттера, то зависимость тока от напряжения стремится к линейной, а степень при  $R$  в ней уменьшается на 1/2. Нетрудно видеть, что для эмиттеров "линейного" типа ток в этом случае не зависит от  $R$ .

Условие (4) удовлетворяется в большинстве практически важных случаев, т.е. при скорости расширения плазмы  $\sim 10^6$  см/с, длительности импульса в единицы и десятки наносекунд, диодном зазоре в единицы сантиметров и напряжении в несколько мегавольт (рис. 8).

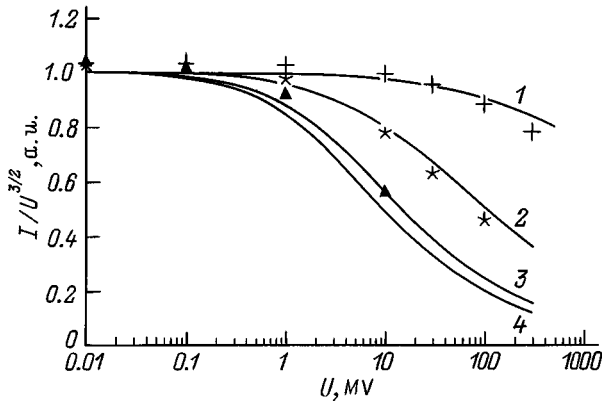
Подчеркнем, что величина показателя  $3/2$  в выражении (3) в пределе малого параметра  $R/D$  является асимптотически точной. Сравним величину тока, получаемую по формуле (3), с другими известными результатами (рис. 5). Метод удельных емкостей [5] дает квадратичную зависимость тока от параметра  $R/D$ . Следует заметить, что этот метод недостаточно обоснован и при малых отношениях  $R/D$  дает неверный результат. Интерполяционная формула [6], основанная на результатах численных расчетов, дает линейную зависимость



**Рис. 6.**



**Рис. 7.** Зависимости тока полусферического эмиттера в периодической системе от отношения диаметра эмиттера к периоду ячейки при  $D = 4$  см,  $U = 500$  кВ. Крестики — численный расчет, кривые — расчет по формуле (6).



**Рис. 8.** Сравнительные зависимости первеанса полусферического эмиттера от напряжения в периодической системе при  $p = 0.1$  см (1–3). Радиус эмиттера,  $\mu\text{m}$ : 1 — 5, 2 — 25, 3 — 100; значки — численный расчет, кривые — расчет по формуле (6); 4 — релятивистская зависимость для однородного плоского диода (5).

тока от  $R/D$  при малых величинах этого параметра. По-видимому, результаты соответствующих численных расчетов для  $R/D = 0.05, 0.1$  не вполне точны. Следует отметить, что авторами [6] дано неверное представление данных, взятых из работы [7] и относящихся к величине тока сферического эмиттера, находящегося на вершине острия.

## Ток периодической эмиттирующей структуры

Пусть эмиттеры радиуса  $R$  расположены в виде периодической структуры на расстоянии  $p$  друг от друга (форму ячейки не уточняем). Обозначим  $x = 2R/p$ ,  $y = p/D$ . Таким образом, при  $x = 1$  имеем плоский диод со сплошной однородной эмиссией, для которого выполняется закон Чайлда–Лэнгмюра. Запишем последний в приближенном виде, асимптотически точном в нерелятивистском и ультрарелятивистском пределах и дающем отклонение не более 1% от точного решения [8] в промежуточной области напряжений

$$J_{pd} = \frac{I_a}{2\pi D^2} (\Gamma^{2/3} - \Gamma^n)^{3/2},$$

$$n = 2/3 - 2/9^{2/3} \approx 0.204425. \quad (5)$$

Рассмотрим теперь другой практически важный случай, когда расстояние между эмиссионными центрами значительно меньше зазора в диоде. В этом случае, при выполнении условия  $x \ll 1$ , ток каждого эмиттера описывается выражением (3), т.е. взаимное влияние эмиттеров малó. Действительно, при неограниченном уменьшении размера эмиттеров ток в системе стремится к нулю и объемный заряд электронного потока в диодном промежутке не влияет на импеданс эмиттеров, т.е. они не оказывают влияния друг на друга.

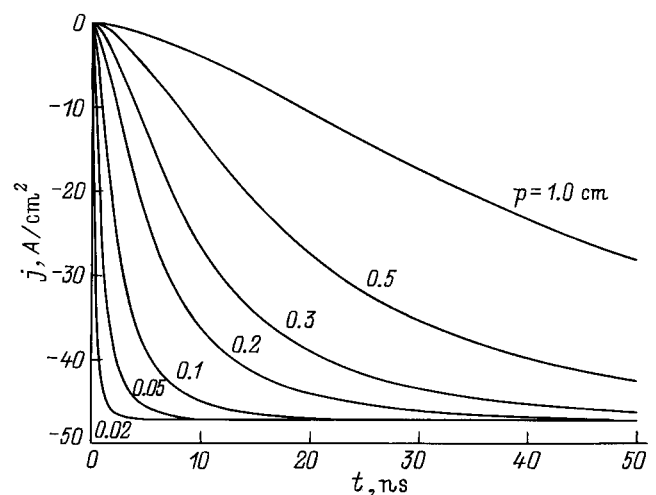
Таким образом, общее выражение, которое бы определяло усредненную плотность тока в диоде во всем диапазоне от  $x = 0$  до  $x = 1$ , должно в указанных предельных случаях давать выражения (3) и (5). Этим свойством обладает следующая формула, представляющая собой сшивку решений для одиночного эмиттера и плоского диода со сплошной эмиссионной поверхностью

$$j = j_{pd}/A, \quad A = 1 + \frac{f(x)y^{1/2}}{2^{3/2}\beta x^{3/2}} \left( \frac{\Gamma^{2/3} - \Gamma^n}{\Gamma - 1} \right)^{3/2}. \quad (6)$$

Весовая функция  $f(x)$  удовлетворяет условиям  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 0$ , а ее конкретный вид зависит от формы периодической ячейки, содержащей эмиттер.

Рассмотрим шестигранную ячейку. При численном моделировании ее можно аппроксимировать цилиндром радиуса  $p/2$ , задав на его боковой поверхности условие Неймана для электростатического потенциала и условие зеркального отражения для электронных траекторий (рис. 6). Таким образом, расчетная задача из трехмерной превращается в осесимметричную двумерную. Численный расчет, выполненный с помощью программы SuperSAM, показал, что в этом случае весовая функция может быть приближенно взята в виде  $f(x) \approx 1 - x^{1-x}$ . При этом зависимости  $I(x)$  для тока, приходящегося на один эмиттер, полученные по формуле (6) и в результате численных расчетов, совпадают с точностью до 5% (рис. 7).

На рис. 8 представлены относительные зависимости первеанса диода с полусферическими эмиттерами от напряжения, рассчитанные численно и по формуле (6). Нетрудно видеть, что чем меньше относительный размер эмиттера  $x$ , тем до более высоких напряжений сохраняется нерелятивистская зависимость тока от напряжения  $I \propto U^{3/2}$ , характерная для одиночного эмиттера. Отклонение аналитического результата от численного,



**Рис. 9.** Зависимости плотности тока от времени в планарном диоде с дискретной эмиссионной поверхностью, рассчитанные в соответствии с выражением (6) при  $D = 4$  см,  $U = 500$  кВ. Скорость расширения эмиттера  $2 \cdot 10^6$  см/с.

имеющее место в области очень больших напряжений, объясняется нарушением условия отсутствия релятивизма в движении электронов в окрестности эмиттера (разумеется, вид соответствующего ограничения для периодической системы эмиттеров должен отличаться от (4) содержанием параметра  $p$ ).

Что касается зависимости тока в периодической системе от величины зазора в диоде, то, как показали численные расчеты, она по мере уменьшения параметра  $x$  стремится к виду  $I \propto D^{-3/2}$ , характерному для одиночного эмиттера.

На рис. 9 приведены расчетные зависимости средней плотности тока от времени для катода с полусферическими эмиттерами, расширяющимися со скоростью  $2 \cdot 10^6$  см/с при различных расстояниях между эмиттерами. Сопоставление подобных зависимостей с экспериментально измеренными осциллограммами тока дает возможность оценки состояния эмиссионной поверхности на катоде.

## Заключение

Проведенное теорическое рассмотрение продемонстрировало существенное влияние микроструктуры эмиссионной поверхности на величину тока в сильноточном планарном диоде.

Если расстояние между эмиттерами значительно превышает их размер, то зависимость тока от отношения размера эмиттера к величине диодного зазора является степенной с показателем  $3/2$ . При этом зависимость тока от напряжения подчиняется закону "трех вторых" до более высоких напряжений, чем в случае плоского диода с однородной эмиссионной поверхностью.

По-видимому, именно дискретность эмиссионной поверхности и расширение катодной плазмы приводят к уменьшению импеданса сильноточных планарных диодов во времени. Описанные катодные явления определяют минимальную длительность формируемого токового импульса.

Следует, однако, отметить, что для корректного применения полученных результатов к реальным диодам нужна дополнительная информация о состоянии эмиссионной поверхности на катоде. Приведенные выше зависимости получены в предположении о неизменности числа эмиссионных центров во времени и их эквидистантном расположении. Вместе с тем не вызывает сомнений, что появление эмиссионных центров на катоде происходит не одновременно. Распределение микроострий по поверхности катода и их размер не являются однородными. Объемный заряд вновь появившегося эмиссионного центра снижает напряженность электрического поля в его окрестности [9], увеличивая время задержки взрыва находящихся в этой зоне микроострий. Учет влияния неодновременности рождения эмиссионных центров на форму тока в сильноточном диоде является задачей будущих исследований.

Авторы выражают признательность Д.И. Проскуровскому за обсуждение результатов.

## Список литературы

- [1] Бугаев С.П., Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Проскуровский Д.И. // УФН. 1975. Т. 115. № 1. С. 101–120.
- [2] Vykov N.M., Gubanov V.P., Gunin A.V. et al. // Proc. 10<sup>th</sup> Intern. Pulsed Power Conf. Albuquerque, NM, 1995. P. 71–74.
- [3] Месяц Г.А., Проскуровский Д.И. Импульсный электрический разряд в вакууме. Новосибирск: Наука, 1984. 256 с.
- [4] Myakishev D.G., Tiunov M.A., Yakovlev V.P. // Int. J. Mod. Phys. A (Proc. Suppl.). 1993. Vol. 2B. Pt II. P. 915–917.
- [5] Шубин А.Ф., Юрике Я.Я. // Изв. вузов. Физика. 1975. № 6. С. 134–136.
- [6] Djogo G., Gross J.D. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1997. Vol. 25. N 4. P. 617–624.
- [7] Месяц Г.А., Литвинов Е.А. // Изв. вузов. Физика. 1972. № 8. С. 158–160.
- [8] Iory H.R., Trivelpiece A.W. // J. Appl. Phys. 1969. Vol. 40. N 10. P. 3924–3926.
- [9] Беломытцев С.Ф., Коровин С.Д., Месяц Г.А. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 18. С. 1089–1092.