

01;05;09;11;12

Микроволновые возбуждения доменной границы в кубическом магнетике с наведенной анизотропией

© А.М. Алексеев, Х. Деч, Н.Е. Кулагин, А.Ф. Попков, В.Т. Сыногач

Московский институт электронной техники (Технический университет),
103498 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 29 декабря 1997 г. В окончательной редакции 23 октября 1998 г.)

Теоретически и экспериментально исследованы спектры возбуждений спиновых волн, локализованных на доменной границе Блоха, в ферромагнетике с комбинированной кубической и двуосной анизотропией, реализующейся в висмутосодержащих феррит-гранатовых пленках с ориентацией плоскости [100] либо [110]. На основании проделанного анализа спектров рассчитаны диаграммы состояний устойчивости однородной блоховской доменной границы в зависимости от магнитных параметров в таких материалах. Приведены результаты измерений спектра колебаний изолированной доменной границы, наблюдавшихся в мега- и гигагерцовой областях частот. Описан эффект возникновения гибридизации спиноволновых возбуждений трансляционной ветви Голдстоуна и высокочастотной однонаправленной моды Гилинского.

Введение

Резонансный отклик доменных границ (ДГ) на микроволновое электромагнитное поле изучался в ряде работ [1–5]. В [5] наблюдались противофазные резонансные колебания ДГ в пленках легкоосных ферритов-гранатов в гигагерцовой области частот. При изучении микроволновых возбуждений ДГ в легкоплоскостных пленках ферритов-гранатов наряду с низкочастотными модами Голдстоуна в последнее время были обнаружены высокочастотные ветви [6], ассоциированные с модой Гилинского [7]. Кроме научного подобные исследования микроволновых возбуждений ДГ представляют технический интерес для модуляции света [8], преобразования оптических мод и других приложений магнитооптики [9]. Следует заметить, что перспективные магнитопленочные материалы на основе *Vi*-замещенных ферритов-гранатов имеют наряду с кубической наведенные одноосную и базисную анизотропии [10]. Известно, однако, что спектр спиновых волн, локализованных на доменной границе, существенно зависит от характера анизотропии магнетика [11]. В связи с этим представляет интерес анализ спектра элементарных возбуждений доменной границы в зависимости от соотношения констант магнитокристаллической и наведенной анизотропии. Некоторые исследования в этом направлении проводились в работе [12] для пленок ферритов-гранатов, выращенных в плоскости [110]. В настоящей работе проделан детальный анализ спектра спин-волновых возбуждений и построены диаграммы устойчивости блоховских ДГ (БДГ) как орторомбических, так и тетрагональных ферромагнетиков в зависимости от магнитных параметров.

Исходные уравнения

Спин-волновые возбуждения доменной границы ферромагнетика описываются уравнениями магнитодинамики Ландау–Лифшица и магнитостатики

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}], \quad (1)$$

$$\text{div}(\mathbf{h}_d + 4\pi\mathbf{M}) = 0, \quad (2)$$

где \mathbf{M} — вектор намагниченности, γ — гиромангнитное отношение, $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -(\delta F / \delta \mathbf{M})$ — эффективное магнитное поле, F — термодинамический потенциал ферромагнетика, \mathbf{h}_d — поля размагничивания.

Рассмотрим сначала случай кубического ферромагнетика с орторомбической наведенной анизотропией вдоль оси [110] кристалла. Выберем оси координат вдоль кристаллографических направлений $\mathbf{e}_x = [001]$, $\mathbf{e}_y = [110]$, $\mathbf{e}_z = [\bar{1}10]$.

Тогда термодинамический потенциал можно представить в следующем виде:

$$F = A(\nabla \mathbf{m})^2 - K_u(m_y)^2 - K_i(m_z)^2 + K_1 \left[\frac{1}{4}(m_y^2 - m_z^2)^2 + m_x^2(1 - m_x^2) \right] - \mathbf{M} \mathbf{h}_d - \frac{\mathbf{h}_d^2}{8\pi}, \quad (3)$$

где A — константа обменного взаимодействия; \mathbf{m} — единичный вектор, направленный вдоль вектора намагниченности, так что $\mathbf{M} = M\mathbf{m}$; K_u , K_i , K_1 — константы одноосной, орторомбической и кубической анизотропии (все они отрицательные).

составлены из собственных векторов решений линеаризованной системы (9) с $\lambda = 0$ на бесконечности.

Последнее условие следует из асимптотики решений на периферии ДГ. Действительно, запишем общее решение на бесконечности в виде

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} \theta \\ \psi \\ \psi \end{pmatrix} = \hat{R}\mathbf{e},$$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e} = \begin{pmatrix} A \exp(p_1 z) \\ B \exp(p_2 z) \\ C \exp(p_3 z) \end{pmatrix},$$

где A, B, C — произвольные постоянные; c_i, d_i — амплитуды собственных векторов линеаризованной системы (9) на бесконечности.

Тогда вектор его пространственной производной $\partial \mathbf{a} / \partial z$ можно связать с вектором общего решения \mathbf{a} с помощью соответствующей матрицы, а именно

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial z} = \hat{R} \hat{P} \hat{R}^{-1} \mathbf{a} = \hat{D} \mathbf{a},$$

где

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{D} = \hat{R} \hat{P} \hat{R}^{-1}.$$

Можно показать, что граничное условие (10) может использоваться не только при реальных, но и при комплексных значениях характеристического показателя. Оба метода хорошо работают в области волновых чисел $k > 0.005$, но перестают работать в области очень малых волновых чисел $k < 0.005$. В этой области необходим специальный асимптотический анализ решений аналогично работе [11].

Спектр спин-волновых возбуждений БДГ в орторомбическом ферромагнетике

На основе описанных методов нами проводились численные расчеты спектров кубических ферромагнетиков с наведенной анизотропией. Не только количественный, но и качественный характер спектральных дисперсионных зависимостей менялся в зависимости от соотношения магнитных параметров. В орторомбическом ферромагнетике, описываемом термодинамическим потенциалом (3), аксиально-симметричный случай, рассмотренный Гилинским, реализуется при $K_1 = 0, K_i = K_u$. В этом случае в соответствии с теорией [7] спектр спиновых волн, распространяющихся вдоль ДГ перпендикулярно оси легкого намагничивания, является асимметричным и содержит три ветви в начале спектра. Из них две соответствуют голдстоуновским трансляционным модам,

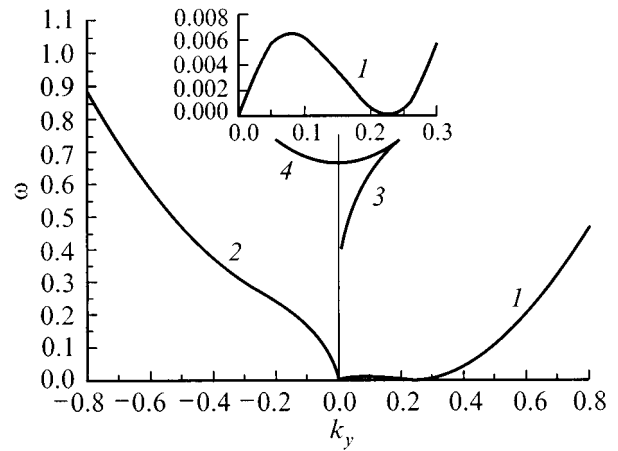


Рис. 1. Спектр возбуждения 180°-ной доменной границы в орторомбическом ферромагнетике при $k_x = 0; q_i = 0.5, \beta = 0.3, Q = 0.6624$; 1 и 2 — голдстоуновская мода, 3 — мода Гилинского, 4 — граница сплошного спектра.

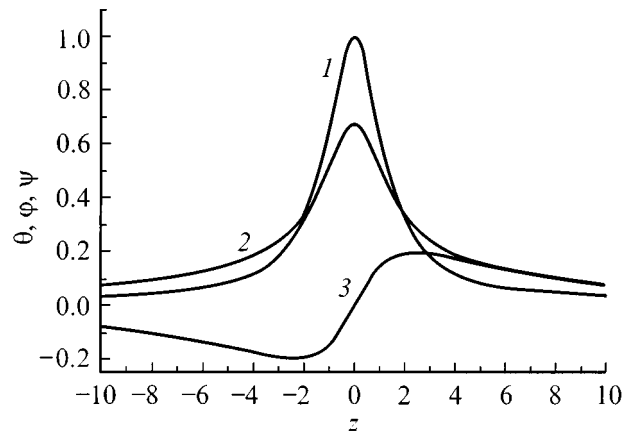


Рис. 2. Структура голдстоуновской моды (кривая 1 на рис. 1) при $k = 0.23$; 1 — азимутальный угол φ , 2 — полярный угол θ , 3 — магнитный потенциал ψ .

а третья — однонаправленной высокочастотной моде Гилинского. В области больших волновых чисел $k \gg 1$ возможно возникновение дополнительных локализованных на ДГ высокочастотных мод [11], спектральные ветви которых отщепляются от дна зоны сплошного спектра. Спектр волн, распространяющихся вдоль оси анизотропии параллельно намагниченностям в доменах, симметричен и содержит только две ветви, соответствующие трансляционным модам в начале спектра. При наличии кубической либо базисной анизотропии асимметрия спектра спиновых волн, распространяющихся перпендикулярно намагниченностям в доменах, усиливается. Спектральные ветви высокочастотной и прилегающей трансляционной ветви расталкивается так, что при некотором значении магнитных параметров частота трансляционной моды может обратиться в нуль при конечном значении волнового числа, как показано на

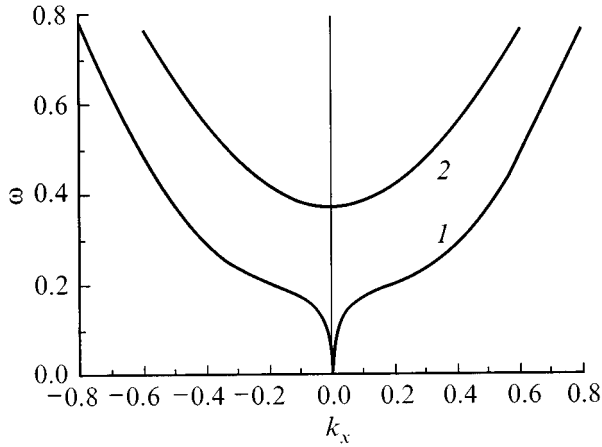


Рис. 3. Спектр возбуждений 180° -ной доменной границы в орторомбическом ферромагнетике при $k_y = 0$; $q_i = 0.5$, $\beta = 0.3$, $Q = 0.6624$; 1 — трансляционная мода, 2 — граница сплошного спектра.

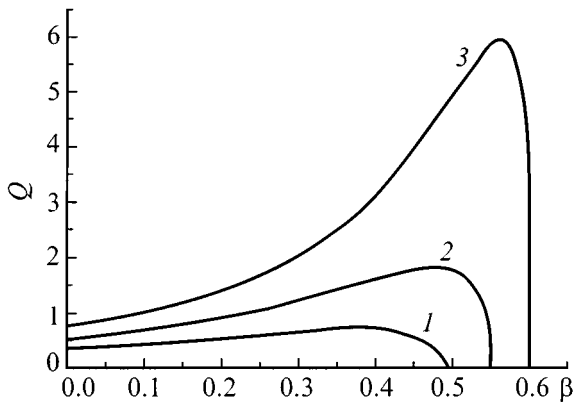


Рис. 4. Границы, разделяющие области устойчивости и неустойчивости доменной границы в орторомбическом ферромагнетике: $q_i = 0.5$ (1), 0.55 (2), 0.6 (3) (выше кривых — область устойчивости).

рис. 1 (см. также [12]). В этой точке БДГ становится неустойчивой относительно неоднородных возмущений ее спинов. Структура мягкой моды, определяющей неустойчивость БДГ для этого случая, показана на рис. 2. Спектр спиновых волн, распространяющихся параллельно направлению намагниченностей в доменах, при этом имеет обычный вид (рис. 3). Рассчитанные границы, разделяющие область устойчивой БДГ в орторомбическом ферромагнетике с комбинированной анизотропией от области значений параметров, где рассматриваемая БДГ неустойчива, показаны на рис. 4. При продвижении внутрь области неустойчивости БДГ низкочастотная ветвь колебаний, касающаяся оси абсцисс, начинает переходить в область отрицательных частот, так что в области положительных частот на нижней ветви возникает щель. В силу инверсионной симметрии спектра ($\omega(k) = -\omega(-k)$) в положительной

полуплоскости при этом возникает дополнительная ветвь в идентичной области волновых чисел, но противоположного знака. При некотором значении параметров анизотропии эта новая ветвь колебаний может слиться со "старой" голдстоуновской веткой, разорвав ее и образовав замкнутую петлю в начале спектра, как показано на рис. 5. Подобные спектры колебаний возникают в стратифицированном потоке жидкостей с различающимися плотностями и скоростями движения в условиях возникновения неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и развития турбулентности [13,14]. Симметричные ветви спектра спиновых волн для случая распространения их параллельно намагниченностям на периферии ДГ при продвижении в глубь области неустойчивости постепенно понижаются вплоть до касания, а в дальнейшем образуют негладкую особенность в этой точке (рис. 6). Описанные спектральные свойства спиновых волн по-

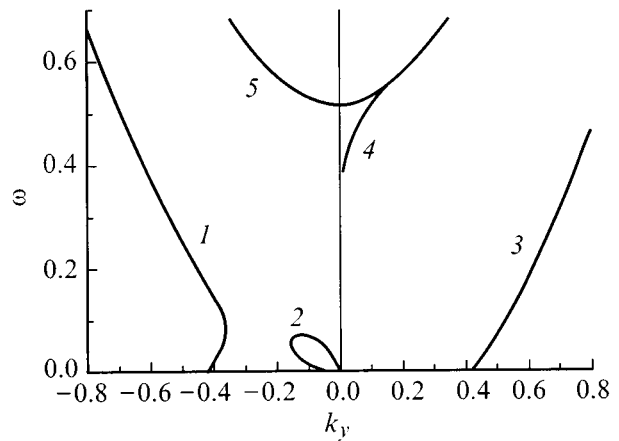


Рис. 5. Спектр возбуждений 180° -ной доменной границы в орторомбическом ферромагнетике при $k_x = 0$, $q_i = 0.5$, $\beta = 0.3$, $Q = 1.6$; 1–3 — голдстоуновская мода, 4 — мода Гилинского, 5 — граница сплошного спектра.

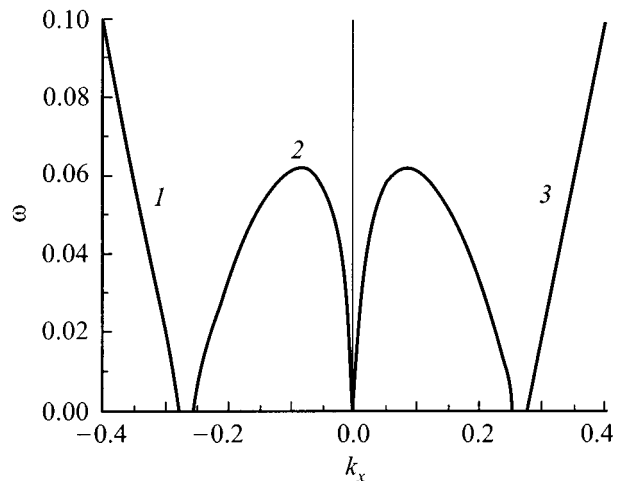


Рис. 6. Спектр возбуждений 180° -ной доменной границы в орторомбическом ферромагнетике при $k_y = 0$, $q_i = 0.5$, $\beta = 0.3$, $Q = 1.6$; 1–3 — трансляционная мода.

казывают, что однородная БДГ в области неустойчивости является сильно неравновесным образованием. Ее эволюция по аналогии с течением стратифицированной жидкости [13,14] может характеризоваться экспоненциальным нарастанием амплитуд волн отрицательной энергии вблизи линии потери устойчивости и сильной неустойчивостью типа Кельвина–Гельмгольца вдали от нее. Окончательная структура ДГ может содержать солитоноподобные и вихревые образования.

Спектр локализованных на БДГ спиновых волн в тетрагональном ферромагнетике

Рассмотрим легкоплоскостные пленки кубических ферромагнетиков, выращенные в плоскости [100]. В системе координат $\mathbf{e}_x = [\bar{1}10]$, $\mathbf{e}_y = [001]$, $\mathbf{e}_z = [110]$ термодинамический потенциал для этого случая записывается следующим образом:

$$F = A(\nabla \mathbf{m})^2 - K_u(m_y)^2 + K_1 \left[\frac{1}{4}(m_x^2 - m_z^2)^2 + m_y^2(1 - m_y^2) \right] - \mathbf{M} \mathbf{h}_d - \frac{\mathbf{h}_d^2}{8\pi}. \quad (11)$$

Структура рассматриваемой БДГ, получаемая из решения статического уравнения Ландау–Лифшица, описывается уравнениями

$$\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \sin^2 \varphi_0 = 1 / (\text{ch}^2(z\Delta) + \varepsilon \text{sh}^2(z\Delta)),$$

$$\Psi_0 = 0, \quad (12)$$

где

$$\Delta = \sqrt{1 - \beta/2}, \quad \varepsilon = \frac{3\beta}{4(1 - \beta/2)}, \quad \beta = K_1/K_u.$$

Исследуемая линеаризованная система уравнений в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \left[\beta + k^2 - 2 \sin^2 \varphi_0 - \frac{9}{4} \beta \sin^4 \varphi_0 \right] \theta + \omega \phi + \frac{1}{Q} \frac{\partial \psi}{\partial z},$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \omega \theta + \left[1 + k^2 - 2 \sin^2 \varphi_0 - \frac{\beta}{2} (1 - 11 \sin^2 \varphi_0 + 12 \sin^4 \varphi_0) \right] \phi - \frac{1}{Q} (k_x \sin \varphi_0 - k_y \cos \varphi_0) \psi,$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial \theta}{\partial z} + (k_x \sin \varphi_0 - k_y \cos \varphi_0) \phi + k^2 \psi. \quad (13)$$

Анализ локализованных решений этой системы проводился аналогично предыдущему случаю. Численный эксперимент показал, что спектры спиновых волн, характерные для устойчивой однородной БДГ, отсутствуют

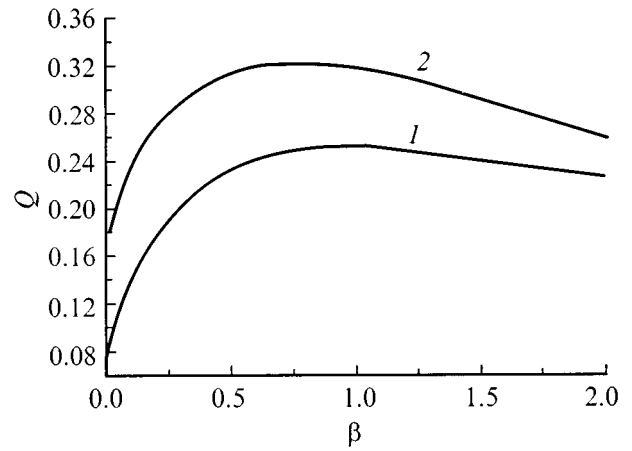


Рис. 7. Границы, разделяющие области с разным типом неустойчивости доменной границы в тетрагональном ферромагнетике. Ниже кривой 1 — область слабой неустойчивости, выше кривой 1 — область существования путли голдстоуновской моды, выше кривой 2 — область, в которой спектр для случая $k_y = 0$ имеет вид аналогичный показанному на рис. 6.

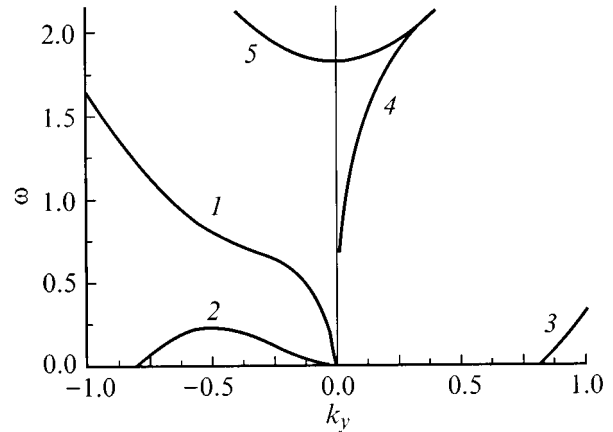


Рис. 8. Спектр возбуждения 180° -ной доменной границы в тетрагональном ферромагнетике при $k_x = 0$, $\beta = 0.5$, $Q = 0.17$; 1–3 — голдстоуновская мода, 4 — мода Гилинского, 5 — граница сплошного спектра.

во всей области магнитных параметров для рассматриваемого случая. На диаграмме состояний БДГ для этого случая (рис. 7) приведены рассчитанные границы области возникновения сильной неустойчивости типа Кельвина–Гельмгольца для ферромагнетика тетрагональной симметрии с комбинированной анизотропией. В области слабой неустойчивости в асимметричном спектре локализованных спиновых волн отсутствует петля низкочастотной ветви в начале спектра (рис. 8). В области параметров выше критической кривой возникает петля голдстоуновской моды (рис. 9). Спектр для симметричного случая распространения спиновых волн вдоль намагниченностей в доменах ведет себя аналогично предыдущему случаю неустойчивой БДГ.

Экспериментальное изучение спектров спиновых волн, локализованных на ДГ, в легкоплоскостных пленках ферритов-гранатов [100] и [110]

В работе исследовались пленки Вi-содержащих ферритов-гранатов, эпитаксиально выращенные на подложках гадолиний-галлиевого граната ориентации [110] и [100], которые соответствуют рассмотренным выше случаям орторомбического и тетрагонального ферромагнетика. Все пленки обладали намагниченностью в их плоскости благодаря соответствующему подбору параметров кубической, одноосной и орторомбической анизотропии. В пленках ориентации [110] намагниченность была направлена вдоль оси [001] (образец 1) или же под углом $\varphi \sim 18^\circ$ к этой оси (образец 2). Пленки ориентации [100] содержали 180° -ные ДГ, параллельные направлениям [010] и $[0\bar{1}1]$, а также 90° -ные ДГ, параллельные осям [010] и [001] (образец 3). Изученные 180° -ные ДГ имели большую блоховскую компоненту намагниченности, перпендикулярную плоскости пленки. Это подтверждалось большим фарадаевским контрастом на стенках, наблюдавшимся в поляризационном микроскопе. В образце 3 наблюдались также блоховские линии, разделявшие темные и светлые субдомены на изображении ДГ. Нумерация образцов и параметры материалов совпадают с приведенными в работе [6].

Для измерения отклика ДГ на высокочастотное магнитное поле использовалась планарная структура — щелевая линия, компланарный волновод [5,6]. Размеры структуры не превышали размеров доменов ($\lesssim 100 \mu\text{m}$), что позволяло изучать возбуждения изолированной доменной стенки. Выходной сигнал СВЧ свип-генератора подавался на вход структуры — щелевую линию. Сигнал, обусловленный колебаниями ДГ, снимался с выхода структуры — копланарного волновода. После усиления и детектирования полученные зависимости линейной ам-

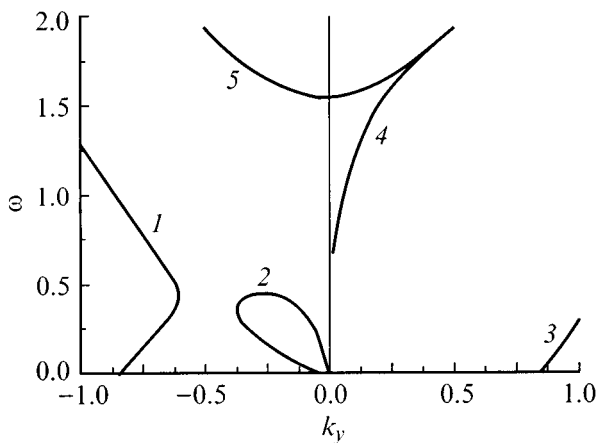


Рис. 9. Спектр возбуждений 180° -ной доменной границы в тетрагональном ферромагнетике при $k_x = 0$, $\beta = 0.5$, $Q = 0.25$; 1–3 — голдстоуновская мода, 4 — мода Гилинского, 5 — граница сплошного спектра.

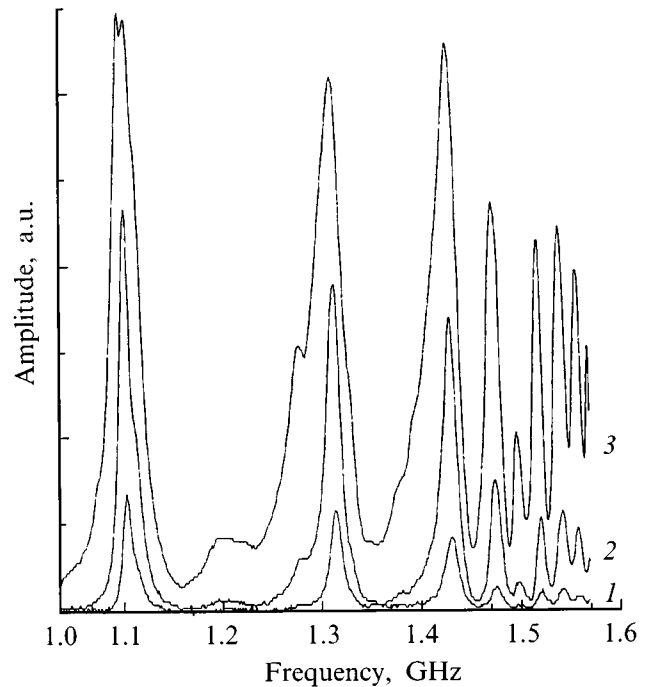


Рис. 10. Частотная зависимость отклика отдельной 180° -ной доменной границы в висмут-гранатовой пленке ориентации [110] (образец 1); 1–3 — уровни мощности генератора -35 , -25 , и -15 dBW соответственно.

плитуды колебаний ДГ от частоты регистрировались на цифровом запоминающем осциллографе, а также записывались и обрабатывались на персональном компьютере.

На рис. 10, 11 приведены измеренные частотные зависимости отклика ДГ в пленках [110] для образцов 1 и 2 соответственно. Отчетливо виден набор узких резонансных линий с немонотонно возрастающими частотами в гигагерцовой области. Кроме того, наблюдался второй набор практически эквидистантных резонансов в более низкочастотной области. Соответствующее дисперсионные зависимости частот резонансов от их номера приведены на рис. 12.

Частотная развертка отклика ДГ, измеренная в пленке [100] (образец 3), приведена на рис. 13. В нижней части этого рисунка показан сигнал ФМР, измеренный с того же участка пленки, но в отсутствие ДГ (удаленной с помощью дополнительного постоянного слабого магнитного поля, которое затем выключалось). Первый резонанс характеризуется более низкой частотой, чем в случае пленок [110], однако имеет столь же узкую ширину линии (4.5 MHz).

Частоты всех резонансов увеличивались с уменьшением толщины образца и практически не зависели от других его размеров. Из этого следует, что оба набора резонансов обусловлены возбуждением стоячих волн ДГ на толщине пленки и относятся к различным ветвям спектра. Низкочастотные пики с линейной дисперсией связаны с трансляционной голдстоуновской ветвью — стоячие волны изгиба ДГ. Высокочастотные резонансы

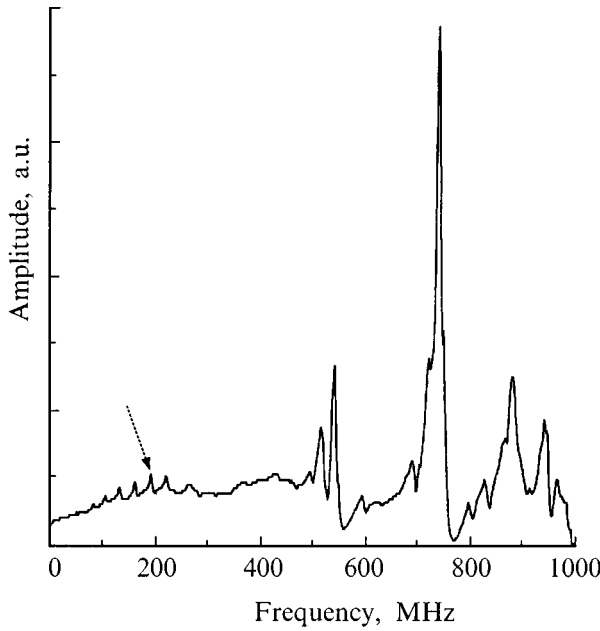


Рис. 11. Частотная зависимость отклика отдельной 180°-ной доменной границы в пленке ориентации [110] (образец 2). Наряду с высокочастотными резонансами стрелкой показаны низкочастотные резонансы, относящиеся к голдстоуновской моде.

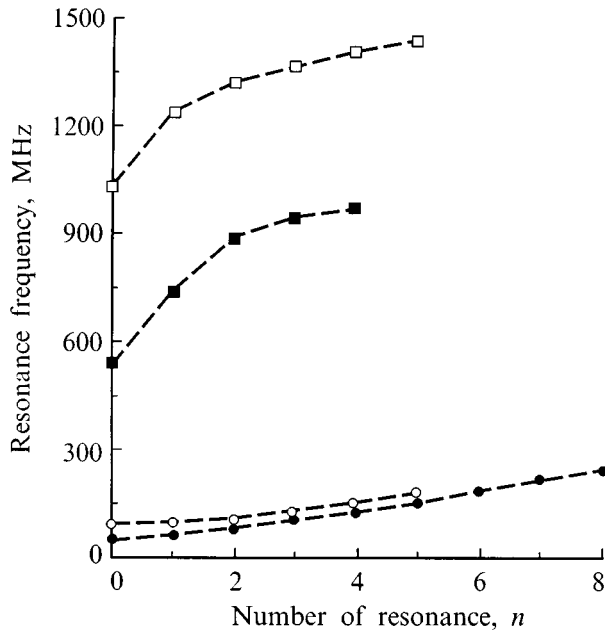


Рис. 12. Дисперсионные зависимости частот резонансов от их номера для образца 1 (■, ●) и 2 (□, ○); ●, ○ — резонансы, относящиеся к голдстоуновской моде; ■, □ — к высокочастотной моде Гилинского.

с немонотонной дисперсией относятся к однонаправленной ветви Гилинского. В той области, где частоты высших резонансов голдстоуновской моды приближались к частотам низших резонансов моды Гилинского, наблюда-

лось перекрытие двух систем резонансов (рис. 11). Это свидетельствует о гибридизации двух различных ветвей в спектре возбуждений ДГ. Следует отметить, что сама природа формирования стоячих волн в рассматриваемом случае качественно отличается от классического случая возбуждения с симметричным законом дисперсии. Волна, бегущая в прямом направлении, относится к моде Гилинского, а обратная волна с тем же значением ω — к голдстоуновской моде. Их суперпозиция приводит к формированию гибридной стоячей волны, фаза которой зависит также и от пространственных координат, аналогично случаю чисто голдстоуновской моды с асимметричной дисперсией [15]. Условие резонансного возбуждения стоячей волны имеет вид $(k_+(\omega) - k_-(\omega)) = 2\pi n/d$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Поскольку обратная волна в отличие от прямой является бесщелевой, то гибридная стоячая волна будет характеризоваться другим значением щели. Следовательно, вычисленные по измеренной дисперсионной зависимости высокочастотных резонансов $\omega(n)$ величины фазовой скорости и щели могут заметно отличаться от значений, фигурирующих в теории Гилинского (экспериментальная величина щели для образца 1 ≈ 550 MHz, теоретическая — ≈ 140 MHz). Сравнение теоретических и экспериментальных результатов показывает, что наблюдаемые в эксперименте резонансные частоты лежат выше предсказанных теорией частот в

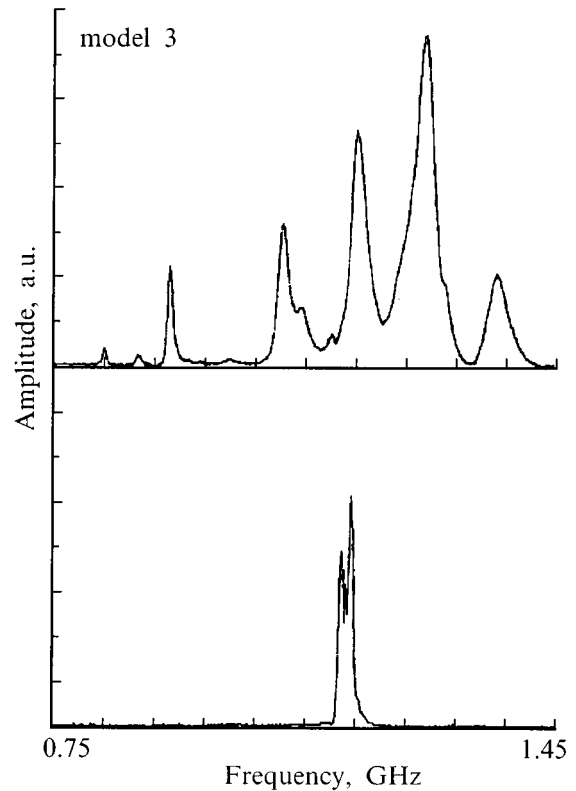


Рис. 13. Частотная зависимость отклика отдельной 180°-ной доменной границы в пленке ориентации [100] (образец 3). В нижней части рисунка показан сигнал ФМР, измеренный с того же участка образца, но в отсутствие доменной границы.

модели неограниченной среды. Расхождение может быть объяснено также возникновением магнитных зарядов на границах пленки, которые не учитывались в расчетах.

Выводы

Таким образом, нами проделаны теоретические расчеты и проведены экспериментальные исследования спектров локализованных спиновых волн на доменной границе кубических ферромагнетиков с наведенной анизотропией. Расчет спектров показал, что в пленках ориентации [110] имеются области магнитных параметров, в которых БДГ неустойчива относительно неоднородных спиновых колебаний. Найдена мягкая мода перехода в неоднородное состояние и определены границы области устойчивости в зависимости от постоянных кубической и одноосной анизотропии. Показано, что доменные границы в легкоплоскостных пленках ориентации [100] неустойчивы во всей области изменения магнитных параметров относительно неоднородных колебаний спинов. Рассчитаны граничные линии областей магнитных параметров, на которых возможно возникновение сильной неустойчивости Кельвина–Гельмгольца по аналогии с течением стратифицированного гидродинамического потока. Выше этой границы в равновесной структуре ДГ можно ожидать солитоноподобные и вихревые спиновые распределения. Экспериментально измерены дисперсионные зависимости резонансных мод колебаний ДГ в микроволновой области частот вплоть до гигагерцового диапазона. Обнаруженные высокочастотные моды спин-волновых возбуждений ассоциированы с модой Гилянского. Наблюдался резонанс стоячих волн высокочастотных мод, который может быть объяснен гибридизацией мод трансляционной и высокочастотной спектральных ветвей. Обнаруженные высокочастотные резонансы колебаний ДГ могут использоваться для магнитооптической модуляции света в гигагерцовом диапазоне.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 97-02-16183.

Список литературы

- [1] Polder D., Smit J. // *Rev. Mod. Phys.* 1979. Vol. 25. P. 89–90.
- [2] Artman J.O. // *Phys. Rev.* 1957. Vol. 105. N 1. P. 62.
- [3] Artman J.O., Charap S.H. // *J. Appl. Phys.* 1979. Vol. 50. P. 2024–2026.
- [4] Bi S.Y., Seagle D.J., Myers E.C. et al. // *IEEE Trans. Magn.* 1982. Vol. MAG-18. P. 1337–1339.
- [5] Lührmann B., Dötsch H., Sure S. // *Appl. Phys.* 1993. Vol. A57. P. 553–559.
- [6] Synogach V.T., Dötsch H. // *Phys. Rev. B.* 1996. Vol. 54. P. 15266–15272.
- [7] Гилянский И.А. // *ЖЭТФ.* 1975. Т. 68. С. 1032–1045.
- [8] Winkler H.P., Dotsch H., Luhrmann B., Sure S. // *J. Appl. Phys.* 1994. Vol. 76. P. 3272–3278.
- [9] Dotsch H., Erdman A., Fehndrich M. et al. // *Nonlinear Microwave Processing: Towards a New Range of Devices / Ed. R. Marcelli, S. Nikitov-Kluver. Dordrecht: Ac. Publisher, 1996.*
- [10] Hansen P., Witter K. // *J. Appl. Phys.* 1985. Vol. 58. P. 454–459.
- [11] Mikhailov A., Shimochin I. // *Phys. Rev. B.* 1993. Vol. 48. P. 9569–9574.
- [12] Kulagin N.E., Popkov A.F., Synogach V.T., Dötsch H. // *J. Appl. Phys.* 1997. Vol. 81. P. 2336–2343.
- [13] Cairns R.A. // *J. Fluid Mech.* 1979. Vol. 92. Pt 1. P. 1–14.
- [14] Maslowe S.A., Redekopp L.G. // *J. Fluid Mech.* 1980. 101. Pt 2. P. 321.
- [15] Gornakov V.S., Nikitenko V.I., Prudnikov I.A., Synogach V.T. // *Phys. Rev. B.* 1992. Vol. 46. N 17. P. 10829–10835.