

01;09

Собственные электромагнитные колебания в резонаторе на запредельных волноводах

© Ю.Г. Макеев, А.П. Моторненко

Институт радиофизики и электроники АН Украины,
310085 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 24 июня 1997 г.)

Решена спектральная трехмерная задача по определению резонансных частот разветвления, образованного ортогональным пересечением запредельных прямоугольных волноводов. Получены и проанализированы выражения для H_{mng} - и E_{mng} -типов колебаний. Выделены и рассмотрены два класса свободных неизлучающих колебаний, характерных для рассматриваемой структуры. Проведен численный расчет полученных дисперсионных уравнений для разных типов колебаний.

Введение

Электродинамические характеристики волноводных разветвлений, волноводов переменного сечения, тройников, скачкообразных расширений и т.д. рассмотрены в ряде работ [1–6]. Практически важной особенностью резонаторов на основе волноводных разветвлений является возможность существования в них собственных колебаний при условии запредельности волноводов. Эта особенность присуща волноводным структурам и на прямоугольных [7,8], и на круглых волноводах [9,10]. В указанных работах, посвященных исследованию колебаний на затухающих типах волн, были изучены свободные колебания для двухмерного случая.

Редкий спектр колебаний, высокие значения собственной добротности (~ 7000 и более), возможность локализации электромагнитного поля в малых объемах позволяют широко использовать такие резонаторы на практике. К настоящему времени волноводные разветвления используются в качестве измерительных секций для локального определения параметров диэлектрических и ферритовых материалов [10], определения направления осей эллипсоида показателей преломления для анизотропных материалов и т.п. Используются такие разветвления и для создания пассивных и активных приборов сверхвысокочастотного диапазона. В [11] описан полупроводниковый сверхвысокочастотный генератор с широкой полосой механической перестройки частоты и возможностью сложения мощности нескольких полупроводниковых диодов.

Области практического применения указанных резонансных структур можно расширить на основе исследования в них характеристик трехмерных колебаний. В работах [12,13] изучены свободные трехмерные колебания в ортогональном разветвлении круглого и радиального волноводов. В настоящей работе изложена методика расчета резонансных частот свободных электромагнитных колебаний при наличии вариаций поля по трем осям координатной системы в ортогональном разветвлении прямоугольных волноводов.

Постановка и решение спектральной задачи

Задачу о свободных колебаниях в исследуемой структуре (рис. 1) будем решать, предполагая существование затухающих $E_{m(n)g}$ - и $H_{m(n)g}$ -типов волн. Воспользуемся методом частичных областей, для чего в волноводном разветвлении выделим три области: $1, 2$ — области прямоугольных волноводов сечением $b \times c$ и $a \times c$, соответственно; 3 — область размером $a \times b \times c$, образованная пересечением волноводов 1 и 2 . Пусть каждая из областей заполнена магнитодиэлектриком с диэлектрической ϵ_i и магнитной μ_i проницаемостями, где $i = 1, 2, 3$. Потери электромагнитной энергии в металлических стенках и в материале заполнения для упрощения задачи пренебрегаем. Начало системы координат выберем, как показано на рис. 1, в центре разветвления. Полагаем, что волноводы $1, 2$ в направлении осей x и y

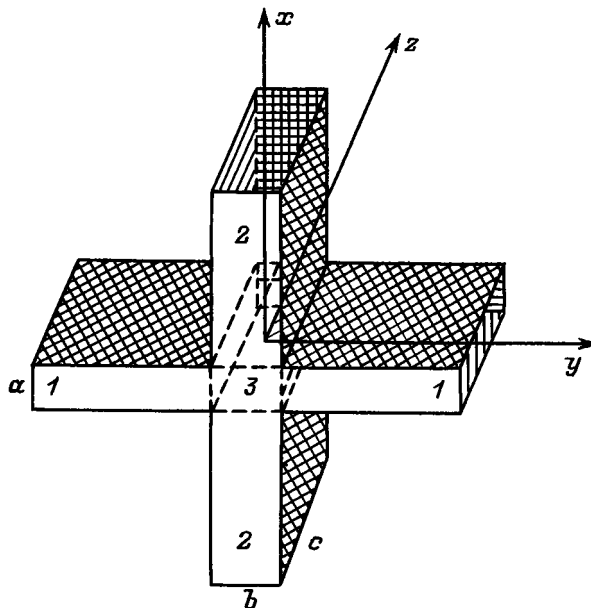


Рис. 1. Волноводное разветвление двух ортогональных волноводов.

бесконечны. Используя свойство симметрии разветвления относительно центра системы координат, выделим четные ($m, n = 0, 2, \dots$) и нечетные ($m, n = 1, 3, \dots$) относительно осей x и y резонансные колебания, где m, n — число вариаций поля вдоль соответствующих стенок волноводов, образующих разветвление. В настоящей работе рассмотрим колебания с нечетным числом вариаций поля по осям x и y . Число вариаций поля (g) вдоль оси z произвольное.

Для описания электромагнитного поля во всех областях разветвления используем для волны H -типа магнитный (Π^h), а для волны E -типа электрический (Π^e) векторы Герца. Необходимые для решения задачи компоненты электромагнитного поля выражаются посредством уравнений Максвелла через векторы Герца известным образом [1].

Магнитный и электрический векторы Герца для области I запишем в виде ряда Фурье по затухающим H_{mg} - или E_{mg} -типам электромагнитных волн соответствующего волновода

$$\Pi_{mg}^{h_1} = -\mathbf{z}_0 \sum_{m,g} A_{mg} \frac{1}{p_m^2 p_g^2} \sin p_m x \times \exp[-\gamma_{mg}(y - b/2)] \begin{cases} \sin p_g z, \\ \cos p_g z, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$\gamma_{mg} = (p_m^2 + p_g^2 - k^2 \varepsilon_1 \mu_1)^{1/2} \begin{cases} g = 0, 2, 4, \dots, \\ g = 1, 3, 5, \dots, \end{cases}$$

$$\Pi_{mg}^{e_1} = -\mathbf{z}_0 \frac{\omega \varepsilon_1}{i} \sum_{m,g} C_{mg} \frac{1}{p_m^2 p_g^2} \cos p_m x \times \exp[-\gamma_{mg}(y - b/2)] \begin{cases} \sin p_g z, \\ \cos p_g z, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\gamma'_{mg} = (p_m^2 + p_g^2 - k^2 \varepsilon_1 \mu_1)^{1/2} \begin{cases} g = 1, 3, 5, \dots, \\ g = 0, 2, 4, \dots, \end{cases}$$

A_{mg} (C_{mg}) — амплитуды магнитных (электрических) типов волн в первом прямоугольном волноводе; $p_m = m\pi/a$; $p_g = g\pi/c$; $k = 2\pi/\lambda$; λ — резонансная длина волны; ω — циклическая резонансная частота; $i = \sqrt{-1}$, \mathbf{z}_0 — единичный орт вдоль оси z ,

Векторы Герца для второго волновода (область 2) запишем аналогично предыдущему в виде суммы затухающих волн вдоль направления x

$$\Pi_{ng}^{h_2} = -\mathbf{z}_0 \sum_{n,g} B_{ng} \frac{1}{p_n^2 p_g^2} \sin p_n y \times \exp[-\gamma_{ng}(x - a/2)] \begin{cases} \sin p_g z, \\ \cos p_g z, \end{cases} \quad (3)$$

$$\Pi_{ng}^{e_2} = -\mathbf{z}_0 \frac{\omega \varepsilon_2}{i} \sum_{n,g} D_{ng} \frac{1}{p_n^2 p_g^2} \cos p_n y \times \exp[-\gamma_{ng}(x - a/2)] \begin{cases} \sin p_g z, \\ \cos p_g z, \end{cases} \quad (4)$$

где B_{ng} (D_{ng}) — амплитуды магнитных (электрических) типов волн во втором волноводе; $p_n = n\pi/b$.

Выражения для γ_{ng} , γ'_{ng} совпадают с приведенными выражениями для γ_{mg} и γ'_{mg} в первой области с заменой индекса m на n и значения $\varepsilon_1 \mu_1$ на $\varepsilon_2 \mu_2$.

Векторы Герца, позволяющие описать электромагнитное поле в третьей области, представим как суперпозицию векторов Герца первой и второй областей [6]

$$\Pi_{m(n)g}^{h_3} = -\mathbf{z}_0 \sum_{m,g} A'_{mg} \frac{1}{p_m^2 p_g^2} \cos p_m x \frac{\text{sh}(\Gamma_{mg} y)}{\text{ch}(\Gamma_{mg} b/2)} \times \begin{cases} \sin p_g z \\ \cos p_g z \end{cases} + \mathbf{z}_0 \sum_{n,g} B'_{ng} \frac{1}{p_n^2 p_g^2} \sin p_n y \times \frac{\text{sh}(\Gamma_{ng} x)}{\text{ch}(\Gamma_{ng} a/2)} \begin{cases} \sin p_g z, \\ \cos p_g z, \end{cases} \quad (5)$$

$$\Pi_{m(n)g}^{e_3} = -\mathbf{z}_0 \frac{\omega \varepsilon_3}{i} \sum_{m,g} C'_{mg} \frac{1}{p_m^2 p_g^2} \cos p_m x \frac{\text{ch}(\Gamma_{mg} y)}{\text{ch}(\Gamma_{mg} b/2)} \times \begin{cases} \sin p_g z \\ \cos p_g z \end{cases} - \mathbf{z}_0 \frac{\omega \varepsilon_3}{i} \sum_{n,g} D'_{ng} \frac{1}{p_n^2 p_g^2} \sin p_n y \times \frac{\text{ch}(\Gamma_{ng} x)}{\text{ch}(\Gamma_{ng} a/2)} \begin{cases} \sin p_g z, \\ \cos p_g z, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\Gamma_{mg} = (p_m^2 + p_g^2 - k^2 \varepsilon_3 \mu_3)^{1/2} \begin{cases} g = 0, 2, 4, \dots, \\ g = 1, 3, 5, \dots, \end{cases}$$

$$\Gamma'_{ng} = (p_n^2 + p_g^2 - k^2 \varepsilon_3 \mu_3)^{1/2} \begin{cases} g = 1, 3, 5, \dots, \\ g = 0, 2, 4, \dots, \end{cases}$$

Выражения для векторов Герца в каждой из областей записаны в таком виде, что они удовлетворяют волновому уравнению Гельмгольца. Электромагнитное поле, представленное в этих областях через соответствующие значения магнитного и электрического векторов Герца, удовлетворяет условию излучения и условию конечности энергии в любой ограниченной области исследуемой структуры [4].

В результате применения к тангенциальным компонентам магнитного и электрического полей условий непрерывности на границах раздела сред получим систему функциональных уравнений. Эти уравнения путем процедуры проектирования на собственные функции магнитного и электрического типов волн одного, а затем второго волноводов приводятся к двум системам

линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов $A_{kg}, A_{mg}(C_{kg}, C_{mg})$ (k — число вариаций электромагнитного поля резонирующего типа колебаний в пустом волноводе). Отличие этих систем состоит в том, что в одной из них g — четные числа, а в другой — нечетные. Поэтому эти системы можно объединить, полагая $g = 0, 1, 2, 3, \dots$, и записать в следующем виде:

$$C_{kg} - \frac{16\varepsilon_3^2}{ab} \sum_m C_{mg} \frac{(-1)^{(m-1)/2} p_k^2}{S'_m f'_{kg}} Q'_{mg} = 0, \quad (7)$$

$$A_{kg} - \frac{16}{\mu_3^2 ab} \sum_m A_{mg} \frac{(-1)^{(m-1)/2} p_k^2}{S_m f_{kg}} Q_{mg} = 0, \quad (8)$$

где

$$S_{m(n)} = \Gamma_{m(n)g}^2 + P_{n(m)}^2; \quad S'_{m(n)} = \Gamma'_{m(n)g} + P_{n(m)}^2;$$

$$f_{kg} = (\mu_1 \alpha_{31} \gamma_{kg})^{-1} + (\mu_3 \Gamma_{kg})^{-1} \text{th}(\Gamma_{kg} b/2);$$

$$f_{ng} = (\mu_2 \alpha_{32} \gamma_{ng})^{-1} + (\mu_3 \Gamma_{ng})^{-1} \text{th}(\Gamma_{ng} a/2);$$

$$f'_{kg} = \varepsilon_1 \alpha_{31} \gamma'_{kg} + \varepsilon_3 \Gamma'_{kg} \text{th}(\Gamma_{kg} b/2);$$

$$f'_{ng} = \varepsilon_2 \alpha_{32} \gamma'_{ng} + \varepsilon_3 \Gamma'_{ng} \text{th}(\Gamma_{ng} a/2);$$

$$Q_{mg} = \sum_n \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{S_n f_{ng}}; \quad Q'_{mg} = \sum_n \frac{p_n^2 (-1)^{(n-1)/2}}{S'_n f'_{ng}};$$

$$\alpha_{31} = \frac{k^2 \varepsilon_3 \mu_3 + p_k p_g - p_g^2}{k^2 \varepsilon_1 \mu_1 + p_k p_g - p_g^2}; \quad \alpha_{32} = \frac{k^2 \varepsilon_3 \mu_3 + p_n p_g - p_g^2}{k^2 \varepsilon_1 \mu_1 + p_n p_g - p_g^2}.$$

Условием нетривиальности решения систем уравнений (7), (8) является равенство нулю определителя каждой из систем. Приравнявая нулю определитель систем линейных алгебраических уравнений (7), (8), получим дисперсионные уравнения, позволяющие найти спектральные параметры структуры по ее заданным геометрическим размерам и известным параметрам магнитодиэлектриков в каждой из областей разветвления.

Анализ полученных результатов

Анализ систем уравнений (7), (8) начнем со случая, когда свободные колебания разветвления не имеют вариаций поля по оси z (двухмерные колебания). Полагая $g = 0$ в уравнениях (7), (8), получим системы уравнений, которые совпадают с системами, описанными в работах [7,8]. Следует отметить, что система уравнений (7) по своей структуре тождественна системе уравнений, подробно исследованной в работе [4]. Поэтому выводы, сделанные в этой работе относительно возможности применения метода редукции к детерминантам уравнений, полагаем применимыми и для уравнений, полученных в настоящей работе. Рассматриваемые колебания в волноводном разветвлении описываются электромагнитными полями, экспоненциально затухающими по мере удаления от области разветвления. Поэтому в уравнениях (7),

(8) матричные величины (например, $S_{m(n)}, S'_{m(n)}$), ведущие к сингулярности решений, отсутствуют.

Свободные колебания, описываемые уравнением (7), будем обозначать в дальнейшем как H_{mng} -колебания, а уравнением (8) — как E_{mng} -колебания.

Колебания H_{mng} в ортогональном разветвлении

Для H_{mng} -колебаний аналогично работам [7,8] можно выделить два класса резонансных неизлучающих колебаний: собственные колебания в разветвлении с постоянными распространения $\gamma_{mg}, \gamma_{ng}, \Gamma_{mg}, \Gamma_{ng}$, действительными во всех областях, и собственные колебания волноводно-диэлектрического типа, когда величины γ_{mg}, γ_{ng} действительные, а Γ_{mg}, Γ_{ng} мнимые.

Отличительная особенность колебаний первого класса заключается в том, что они могут существовать в пустом разветвлении, тогда как колебания второго класса возможны только при наличии в области разветвления диэлектрика или магнитодиэлектрика, обеспечивающих в этой области условия распространения волны.

На рис. 2 приведены расчетные кривые зависимости нормированной резонансной длины волны колебаний H_{110} и H_{111} первого класса в пустом разветвлении от величины b/a для ряда значений параметра a/c . Расчет выполнен в приближении существования в каждом из волноводов, образующих разветвление, по одной затухающей волне. По аналогии с работой [7] значения резонансной длины волны нормированы на критическую длину волны в отрезке волновода максимальных поперечных размеров, т.е. кривые 1–3 нормированы на $\lambda_c = 2/[(1/a)^2 + (1/c)^2]^{1/2}$, а 1'–3' — на $\lambda_c = 2/[(1/b)^2 + (1/c)^2]^{1/2}$. Точки пересечения

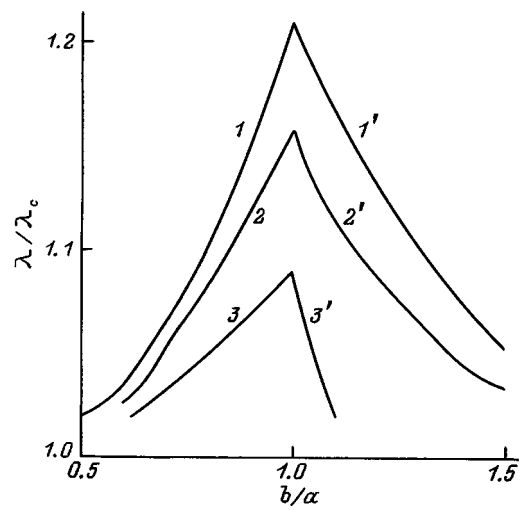


Рис. 2. Расчетные кривые зависимости нормированной резонансной длины волны для колебаний H_{110} (1, 1') и H_{111} (2, 2', 3, 3') от величины b/a : $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1, \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$; $a/c = 0$ (1, 1'); 0.5 (2, 2'); 1.0 (3, 3').

Таблица 1.

Число членов внутренней суммы	λ/λ_c	
	Тип колебания	
	H_{110}	H_{111}
1	1.211617	1.090702
2	1.206781	1.088932
3	1.207831	1.089318
4	1.207445	1.089176
5	1.207672	1.089243
6	1.207527	1.089206
7	1.207588	1.089229
8	1.207548	1.089214
9	1.207575	1.089224
10	1.207556	1.089217

Таблица 2.

Порядок определителя суммы	λ/λ_c	
	Тип колебания	
	H_{110}	H_{111}
1	1.211617	1.090702
2	1.204085	1.087940
3	1.205039	1.088359
4	1.204612	1.088134
5	1.204765	1.088191
6	1.204657	1.088151
7	1.204708	1.088170
8	1.204666	1.088155
9	1.204688	1.088163
10	1.204667	1.088155

кривых I, I' ($2, 2'$ и $3, 3'$) соответствуют случаю совпадения постоянных распространения в обоих волноводах. Проведенный в указанном выше приближении расчет уравнения (7) для колебания H_{110} и аналогичного ему уравнения для колебания H_{111} показал, что при $a/c = 0$ ($c \rightarrow \infty$) резонансные частоты этих колебаний совпадают для всех значений b/a , причем они совпадают и для всех H_{11g} -колебаний. Таким образом, при значительном увеличении размера c происходит сгущение спектра частот собственных колебаний разветвления. Увеличение величины a/c (кривые $2, 2'$ и $3, 3'$) приводит к уменьшению резонансной длины волны H_{111} -колебания. При этом резонансная длина волны колебания H_{110} остается неизменной.

Для выяснения вопроса о сходимости бесконечной системы уравнений был проведен расчет определителя системы уравнений (7) в зависимости от поряд-

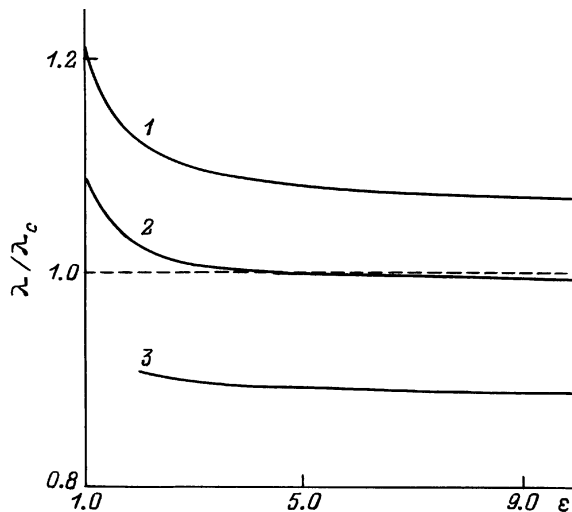


Рис. 3. Расчетные кривые зависимости нормированной резонансной длины волны от величины диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего область разветвления: $I(2)$ — колебания $H_{110}(H_{111})$ разветвления, 3 — колебания E_{111} ; λ_c — критическая длина волны в волноводе с диэлектриком.

ка определителя и числа членов внутренней суммы уравнений (7) в зависимости от порядка определителя и числа членов внутренней суммы для H_{110} - и H_{111} -колебаний. Параметры системы, при которых выполнялся расчет, выбирались следующими: $a/c = 1$, $a/b = 1$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$. В табл. 1 приведены результаты, показывающие изменение λ/λ_c в зависимости от числа учитываемых членов N во внутренней сумме уравнения (7). В этом случае порядок определителя (M) равнялся 1. Зависимости λ/λ_c от порядка определителя иллюстрируются табл. 2. При расчете число членов внутренней суммы N и порядок определителя M выбирались равными.

На рис. 3 приведены результаты численного расчета зависимости $\lambda/\lambda_c = f(\varepsilon)$ ($\lambda_c = 2\sqrt{\varepsilon}/[(1/a)^2 + (1/c)^2]^{1/2}$), иллюстрирующие влияние диэлектрика размером $a \times b \times c$, помещенного в область пересечения волноводов, на резонансные свойства разветвления. Условия расчета кривых λ/λ_c те же, что и в предыдущем случае. Для наглядности рассмотрен случай $a = b = c$. Кривые 1 и 2 в области значений $\lambda/\lambda_c \geq 1$ соответствуют H_{110} - и H_{111} -собственным колебаниям первого класса. Часть кривой 2 (для значений $\lambda/\lambda_c < 1$) соответствует колебанию H_{111} -волноводно-диэлектрического типа. Как видно из рис. 3, собственные колебания в разветвлении при запердельности всех областей являются наиболее длинноволновыми.

Колебания E_{mng} в ортогональном разветвлении

Выделим, как и ранее, собственные колебания разветвления с действительными постоянными распространения и собственные колебания волноводно-диэлектрического типа. Анализ уравнения (8) для E_{mng} -колебаний показал, что собственных колебаний первого класса в ортогональном разветвлении не существует, как и в двухмерном случае [8], где аналогичный результат

получен для E_{mno} -колебания. Поэтому нами был проведен численный расчет для основного E_{111} -колебания волноводно-диэлектрического типа. При расчете предполагалось существование одного типа распространяющейся волны в области пересечения волноводов. Был рассмотрен случай, когда $a = b = c$. Кривая 3 на рис. 3 иллюстрирует зависимость нормированной резонансной длины волны λ/λ_c от величины диэлектрической проницаемости образца, заполняющего область пересечения волноводов, для E_{111} -типа колебаний.

Экспериментальное исследование ортогонального разветвления прямоугольных волноводов для случая $a = b = c$ было проведено в 2–3-сантиметровом диапазоне длин волн. Измерения резонансных частот колебаний H_{110} и H_{111} проводились в пустом разветвлении прямоугольных волноводов с поперечным сечением 11×11 mm. Отличие расчетных значений резонансных частот от измеренных не превышало 1%. При практической реализации устройств на основе исследуемых структур целесообразно использовать наиболее низкочастотные типы колебаний H_{110} или H_{111} .

Заключение

В настоящей работе решена практически важная спектральная задача для электродинамической системы в виде ортогонального разветвления прямоугольных запердельных волноводов. Полученные результаты могут быть использованы при разработке активных и пассивных узлов сверхвысокочастотной техники, а также при создании средств неразрушающего измерения параметров ферритовых и диэлектрических материалов или для их контроля в технологическом цикле. Методика настоящих исследований может быть распространена на изучение резонансных характеристик структур в других областях физики (акустика, газодинамика и т. п.).

Список литературы

- [1] Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974. 324 с.
- [2] Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Сивов А.Н. Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции. М.: Наука, 1977. 416 с.
- [3] Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М.: Изд-во МГУ, 1983. 232 с.
- [4] Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Рудь Л.А. Резонансное рассеяние волн. Волноводные неоднородности. Т. 2. Киев: Наукова думка, 1986. 215 с.
- [5] Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Миттры. М.: Мир, 1977. 485 с.
- [6] Kuhn E. // AEU. 1973. N 27. P. 497–536.
- [7] Коробкин В.А., Осинцев В.В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 10. С. 1907–1912.
- [8] Коробкин В.А., Обольянинова Е.В., Осинцев В.В. // РЭ. 1989. Т. 34. № 8. С. 1770–1773.
- [9] Коробкин В.А., Макеев Ю.Г. // РЭ. 1987. Т. 32. № 3. С. 526–534.
- [10] Коробкин В.А., Макеев Ю.Г. А.с. № 1117538. МКИ G01R 27/26 G01N 22/02. БИ. 1984. № 37. (Приоритет от 15.02.80).
- [11] Астионенко И.А., Моторненко А.П. // РЭ. 1991. № 7. С. 1398–1401.
- [12] Макеев Ю.Г., Рудь Л.А., Острицкая С.Ю. // РЭ. 1994. Т. 39. № 10. С. 1497–1502.
- [13] Макеев Ю.Г., Моторненко А.П. // ЖТФ. 1994. Т. 6. Вып. 9. С. 117–126.