# Каскадный захват электронов дислокациями в многодолинных полупроводниках

© З.А. Велиев

Нахичеваньский государственный университет им. Ю.Г. Мамедалиева
373630 Нахичевань, Азербайджан

(Получена 25 августа 1998 г. Принята к печати 24 июня 1999 г.)

Теоретически исследован процесс захвата электронов в многодолинных полупроводниках в квантующем магнитном поле. Получено аналитическое выражение для сечения захвата электронов дислокациями. Установлено, что сечение захвата электронов существенно зависит от ориентации долины относительно магнитного поля.

Влияние заряженных краевых дислокаций на свойства полупроводников сильно зависит от взаимодействия носителей заряда с дислокациями, от физической ситуации, а также от реальной структуры кристаллов [1]. Свойства заряженных дислокаций в эксперименте в основном изучаются в кристаллах Ge и Si, которые являются многодолинными полупроводниками. Изоэнергетическая поверхность для электронов проводимости в точках $L$ и $X$ представляет собой вытянутые эллипсоиды. В кремнии имеются шесть эквивалентных долин, расположенных в точках $X$ на осях $\langle 100\rangle$ [2]. В германии долины расположены в точках $L$ в направлении $\langle 111\rangle$ и число эквивалентных долин равно четырем.

Данная работа посвящена изучению сечения захвата электронов дислокационными центрами в электронных многодолинных полупроводниках при наличии квантующего магнитного поля. На основе модифицированной модели краевой дислокации, предложенной в работе [3], вычислено сечение захвата электронов $\sigma$. Согласно [3], деформационный потенциал дислокации создает для электронов своеобразную потенциальную яму, способствующую интенсивному захвату электронов.

Исследуем область температур, где электроны рассеиваются на акустических фононах квазиупругим образом, т. е. когда

$$kT \gg \hbar\omega_{\mathbf{q}} \sim (\hbar\Omega m_\perp s)^{1/2}.$$

Здесь $T$ — температура решетки, $k$ — постоянная Больцмана, $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$ — энергия акустического фонона,

$$\Omega = eH/cm_\Omega, \quad \frac{1}{m_\Omega^2} = \frac{\cos^2\Theta}{m_\perp^2} + \frac{\sin^2\Theta}{m_\parallel m_\perp}, \tag{1}$$

$\Theta$ — угол между вектором магнитного поля $\mathbf{H}$ и осью вращения эллипсоида, $m_\parallel$ и $m_\perp$ — эффективные массы электронов, движущихся соответственно вдоль оси вращения эллипсоида и в перпендикулярной к оси плоскости, $s$ — скорость звука в кристалле. В этих условиях электрон теряет энергию малыми порциями и процесс захвата может быть описан как непрерывный спуск носителей по энергии из области положительных значений в область ее отрицательных значений. Электрон оказывается практически захваченным, когда он уходит под уровень энергии $E = -kT$.

Рассмотрим случай достаточно малой концентрации дислокаций, когда ридовские цилиндры отдельных дислокаций не пересекаются и действуют независимо друг от друга как самостоятельные центры. В этих условиях сечение захвата электронов определяется формулой

$$\sigma = J/n_0\langle v\rangle. \tag{2}$$

Здесь $J$ — поток электронов на дислокационный центр, $n_0$ — равновесная концентрация электронов в объеме полупроводника, $\langle v\rangle$ — тепловая скорость электронов. Поток $J$ вычисляется аналогично работе [4]. Следуя [4], для $\sigma$ имеем

$$\sigma = J/n_0\langle v\rangle = \frac{AkT}{\langle v\rangle}\left(\int_{-\infty}^{0} dE\,\exp(E/kT)/B(E)\right)^{-1}. \tag{3}$$

Здесь

$$A = \frac{1}{2\alpha}\frac{(2\pi)^{3/2}\hbar^2}{m_\perp m_\parallel^{1/2}\Omega(kT)^{1/2}},$$

$\alpha$ — число долин в зоне проводимости. Величина $kTB(E)$ — коэффициент диффузии в энергетическом пространстве и определяется формулой

$$B(E) = \frac{1}{2kTv}\int d^3\mathbf{r}\alpha \times \sum_{i,j} W_{ij}(\varepsilon_i - \varepsilon_j)^2\delta\big(E - \varepsilon_i - \Phi(\mathbf{r})\big), \tag{4}$$

где $\Phi(\mathbf{r})$ — суммарная потенциальная энергия электростатического и деформационного полей краевой дислокации [2], индексы $i, j$ обозначают совокупности трех квантовых чисел электронов $(n, k_x, k_z)$, $(n', k'_x, k'_z)$, а $W_{ij}$ — вероятность перехода электрона из $i$-го квантового состояния в $j$-е при взаимодействии электронов с акустическими фононами, которая в ультраквантовом пределе $(n = n' = 0)$ имеет вид

$$W_{ij} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\mathbf{q},\alpha}\frac{E_{c\alpha}^2 q\hbar}{2\rho s\alpha v}\delta_{k_x,k'_x+q_x}\delta_{k_z,k'_z+q_z}\exp\left(-\frac{q_x^2+q_y^2}{2}\mathbf{r}_H^2\right) \times\left[N_{\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_i - \varepsilon_j - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) + (N_{\mathbf{q}}+1)\delta(\varepsilon_i - \varepsilon_j + \hbar\omega_{\mathbf{q}})\right]^2, \tag{5}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\hbar^2 k_{zi}^2}{2m_\perp} + \hbar\Omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \tag{6}$$

$$r_H = (\hbar c/eH)^{1/2}. \tag{7}$$

Здесь $\varepsilon_i$ — энергия электрона, в $i$-м квантовом состоянии, $\rho$ — плотность кристалла, $N_\mathbf{q} = kT/\hbar\omega_\mathbf{q}$ — равновесная функция распределения фононов.

В этом выражении значение $\alpha = 1$ соответствует продольным, $\alpha = 2$ — поперечным ветвям фононного спектра, а $E_{c\alpha}$ можно представить в следующем виде:

$$E_{c\alpha} = \begin{cases} \Sigma_d + \Sigma_u \cos^2\beta, & \text{если} \quad \alpha = 1, \\ \Sigma_u \sin\beta\cos\beta, & \text{если} \quad \alpha = 2, \end{cases} \tag{8}$$

где $\Sigma_\alpha$ и $\Sigma_u$ — константы деформационного потенциала, введенные Херингом, $\beta$ — угол между волновым вектором фонона $\mathbf{q}$ и осью эллипсоида вращения.

Для величины $B(E)$ после несложных, но довольно длинных вычислений имеем

$$B(E) = \frac{\langle E_c^4\rangle b^2\lambda^2}{6\pi^3\hbar\rho U_0^3}\left(\frac{eH}{c\hbar}\right)^3 (m_\perp + m_c)e^{-3|E|/U_0}$$
$$\times\left\{\ln\frac{U_0}{\sqrt{\hbar\Omega m_\perp s^2}} + \frac{1}{3} + \frac{4U_0}{\hbar\Omega}C(\Theta)\right\}$$
$$\times \operatorname{ch}\frac{3\sqrt{\hbar\Omega m_\perp s^2}}{U_0}, \tag{9}$$

$$C(\Theta) = \frac{\sin^2\Theta\cos^2\Theta(m_\parallel - m_\perp)^2 + m_z^2}{m_\perp\left[(m_\parallel m_z)^{1/2} + m_z\right]}, \tag{10}$$

$$\langle E_c^2\rangle = \left(\Sigma_d^2 + \frac{2}{3}\Sigma_d\Sigma_u + \frac{1}{3}\Sigma_u^2\right),$$

$$m_z = m_\perp^2\sin^2\Theta + m_\parallel\cos^2\Theta.$$

Здесь $\lambda = (1 - 2\nu)/(1 - \nu)$; $\nu$ — коэффициент Пуассона, $b$ — значения вектора Бюргерса дислокации, $U_0 = 2e^2 f/a_0\varepsilon$, $a_0$ — постоянная решетки, $f$ — коэффициент заполнения дислокации электронами, $\varepsilon$ — диэлектрическая проницаемость.

Подставляя (9) в (4), после несложного интегрирования получим

$$\sigma = \frac{(2\pi)^{3/2}}{12\pi^3}\frac{b^2\lambda^2\langle E_c^4\rangle}{\langle v\rangle\rho U_0^3}\left(\frac{eH}{\hbar c}\right)^2 (m_\perp + m_c)$$
$$\times\left\{\ln\frac{U_0}{\sqrt{\hbar\Omega m_\perp s^2}} + \frac{1}{3} + \frac{4U_0}{\hbar\Omega}C(\Theta)\right\}$$
$$\times \operatorname{ch}\frac{3\sqrt{\hbar\Omega m_\perp s^2}}{U_0}. \tag{11}$$

Как видно из выражения (11), сечение захвата в магнитном поле существенно зависит от ориентации долины относительно магнитного поля. Хотя $\hbar\Omega \gg kT$, при определенных физических условиях слагаемое $(U_0/\hbar\Omega)C(\Theta)$ может играть существенную роль благодаря тому, что при малых $\Theta$ множитель $C(\Theta) \gg 1$. В этом случае $\sigma \sim H$, а при значениях $\Theta$, когда $C(\Theta) \lesssim 1$, $\sigma \sim H^2$.

В заключение оценим величину $\sqrt{\hbar\Omega m_\perp s^2}$ и установим область применимости формулы (11). При значениях $f \simeq 0.1$, $H \simeq 10^5$ Э, $s \simeq 5 \cdot 10^5$ м/с величина $\sqrt{\hbar\Omega m_\perp s^2}/U_0 \simeq 0.1$. Значения магнитных полей, для которых справедлива формула (11), определяются неравенством

$$(\hbar\Omega m_\perp s^2)^{1/2} < kT \ll \hbar\Omega. \tag{12}$$

Это неравенство, с одной стороны, обеспечивает квазиупругость рассеяния электронов на акустических фононах, а с другой — квантованность энергетического спектра электронов в сильном магнитном поле. Условия (12) можно написать в виде $1 \ll (H/H^*) \ll \delta^{-1}$, где $\delta = m_\perp s^2/kT$, $H^* \simeq (m_\perp c/\hbar e)kT \simeq kT/2\mu_B$ ($\mu_B = e\hbar/2m_\perp c$ — эффективный магнетон Бора). При значениях параметров $m \simeq 10^{-28}$ г, $T \simeq 300$ K, $H^* \simeq 250$ Э.

## Список литературы


[1] F. Mataze. J. Appl. Phys., **56** (15), 2605 (1984).
[2] Б. Ридли. *Квантовые процессы в полупроводниках* (М., Мир, 1986).
[3] В.Б. Шикин, Ю.В. Шикина. УФН, **165**(8), 887 (1995).
[4] В.Н. Абакумов, И.Н. Яссиевич. ЖЭТФ, **71**(2), 657 (1976).


*Редактор Т.А. Полянская*

## Cascade capture of electrons by deslocations in many valley semiconductors

Z.A. Veliev

Nakhichevan State University,
373630 Nakhichevan, Azerbaijan