

## Поглощение сильной электромагнитной волны электронами сверхрешетки в квантующем электрическом поле

© Д.В. Завьялов, С.В. Крючков

Волгоградский государственный педагогический университет,  
400013 Волгоград, Россия

(Получена 21 июля 1998 г. Принята к печати 10 марта 1999 г.)

Теоретически исследовано внутриминзонное поглощение света электронами квантовой сверхрешетки в условиях квантующего электрического поля с учетом электрон-фононного взаимодействия. Предполагается, что основной вклад в рассеяние электронов дает взаимодействие с оптическими бездисперсионными фононами. Показано, что точка  $\omega = \omega_0$  ( $\omega$  — частота света,  $\omega_0$  — частота оптического фонона) условно разбивает зависимость коэффициента поглощения от  $\omega$  на две части:  $\omega < \omega_0$  — область экспоненциально малого поглощения,  $\omega > \omega_0$  — область "сильного" поглощения. Электрическое поле приводит к сдвигу области "сильного" поглощения в красную сторону спектра.

Эффект электропоглощения света в полупроводниковых сверхструктурах может стать основой для создания целого ряда оптоэлектронных устройств [1] (оптических модуляторов [2], оптических логических вентилях [3], лазерных диодов с синхронизацией мод [4] и др.). Кроме того, именно в экспериментах по межзонному электропоглощению [5] было надежно подтверждено явление штарковского квантования энергетического спектра носителей заряда в сверхрешетках (СР).

Теория эффекта межзонного поглощения света в СР в условиях квантующего электрического поля развита в работе [6]. Внутриминзонное поглощение света в классически сильном электрическом поле теоретически исследовано в работе [7], в которой учтено динамическое (не связанное с эффектом разогрева носителей) влияние постоянного электрического поля на рассеяние электронов фононами.

В настоящей работе исследовано многофотонное внутриминзонное поглощение света полупроводниковой СР, подвергающейся воздействию квантующего электрического поля. Отмечен ряд специфических особенностей данного эффекта, позволяющих надеяться на его практическое использование.

Будем считать, что электронный энергетический спектр в отсутствие внешнего воздействия может аппроксимироваться соотношением

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m} + \Delta \left[ 1 - \cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) \right], \quad (1)$$

где  $\Delta$  — полуширина минизоны проводимости;  $p_y, p_x, p_z$  — проекции квазиимпульса на оси координат;  $m$  — эффективная масса носителей тока в плоскости, перпендикулярной оси СР (оси  $Ox$ );  $d$  — период СР.

При наложении сильного электрического поля, ориентированного вдоль оси сверхструктуры, энергетический спектр электронов становится квазидискретным [8,9]:

$$\epsilon(p_z, p_y, \nu) = \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m} + \nu \hbar \Omega. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega$  — штарковская частота,  $\Omega = eE_x d / \hbar$ ,  $E_x$  — напряженность электрического поля,  $\nu$  — целое число.

Условием проявления штарковского квантования являются следующие неравенства:

$$\Omega \tau \gg 1, \quad (3)$$

$$\hbar \Omega \ll E_g. \quad (4)$$

Здесь  $\tau$  — время релаксации,  $E_g$  — ширина запрещенной минизоны. Условие (4) означает, что мы ограничиваемся одноминзонным приближением. Неравенство (3) соответствует неразмытости дискретных уровней столкновениями электронов с нерегулярностями решетки.

Предположим, что на СР падает сильная линейно поляризованная электромагнитная волна, вектор напряженности электрического поля которой лежит в плоскости  $zOy$ . Волновая функция электрона в этих условиях (в пренебрежении импульсом фотона) имеет вид

$$\Psi(p_z, p_y, \nu) = \sqrt{\frac{L_x}{dV}} J_{\nu-x/d} \left( \frac{\Delta}{\hbar \Omega} \right) \times \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [p_y y + p_z z + f(\mathbf{p}_\perp) - \epsilon(\mathbf{p})t] \right\}, \quad (5)$$

$$f(\mathbf{p}_\perp) = \frac{e \mathbf{E} \mathbf{p}_\perp}{m \omega^2} \sin(\omega t) - \frac{e^2 E^2}{8 m \omega^3} \sin(2\omega t),$$

где  $L_x$  — размер нормировочного объема  $V$  вдоль оси  $Ox$ ,  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя первого рода,  $\mathbf{E}$  — вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны,  $\mathbf{p}_\perp$  — компонента квазиимпульса электрона в плоскости  $zOy$ ,  $\omega$  — циклическая частота падающей волны.

Волновая функция (5) представляет собой произведение двух функций, соответствующих состоянию штарковской лестницы [8,9] и состоянию, точно учитывающему влияние сильной электромагнитной волны [10].

Считая возмущением взаимодействие между электронами и оптическими фононами, найдем коэффициент поглощения, который определим обычным образом (как отношение энергии, поглощенной в единицу объема вещества в единицу времени, к плотности потока падающего излучения). Будем считать фононы бездисперсионными и положим частоту фононов равной  $\omega_0 = \text{const}$ .

Таким образом, для коэффициента поглощения света запишем следующее выражение:

$$\alpha(\omega) = \frac{2\pi\omega n_0}{cuV} \sum_{\nu, \nu'} \sum_{\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp} \sum_{\mathbf{q}} n(\mathbf{p}_\perp) H^2 |M_{\nu, \nu'}(q_x)|^2 \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} s |G_s(\mathbf{q}_\perp)|^2 \delta[\epsilon(\mathbf{p}'_\perp) - \epsilon(\mathbf{p}_\perp) + \hbar\omega_0 - \hbar\Omega(\nu - \nu') - s\hbar\omega] \delta_{\mathbf{p}'_\perp, \mathbf{p}_\perp - \hbar\mathbf{q}_\perp}. \quad (6)$$

Здесь  $u$  — плотность энергии излучения,  $c$  — скорость света в вакууме,  $n_0$  — показатель преломления среды,  $n(\mathbf{p}_\perp)$  — функция распределения электронов по перпендикулярным значениям квазиимпульса  $\mathbf{p}_\perp$ .  $H = \sqrt{\hbar}/(2\omega_0\rho V C_q)$ ,  $C_q$  — константа связи,  $\rho$  — плотность кристалла.  $M_{\nu, \nu'}(q_x)$  [ $G_s(\mathbf{q}_\perp)$ ] — матричный элемент оператора  $\exp(iq_x x)$  [ $\exp(i\mathbf{q}_\perp \mathbf{r}_\perp)$ ], учитывающий влияние постоянного поля (света) на поглощение; в частности, для энергетического спектра (2) имеем

$$|M_{\nu, \nu'}(q_x)|^2 = J_{\nu - \nu'}^2 \left[ \frac{\Delta}{\hbar\Omega} \sin\left(\frac{dq_x}{2}\right) \right], \quad (7)$$

$$|G_s(\mathbf{q}_\perp)|^2 = J_s^2(\mathbf{a}_0 \mathbf{q}_\perp). \quad (8)$$

где  $\mathbf{a}_0 = e\mathbf{E}/m\omega^2$  — амплитуда колебаний электрона в поле волны. Выражение (7) приводится, например, в [8] и [9], а (8) можно получить с помощью известного соотношения [11] (см. также [10])

$$e^{-iz \sin(\alpha)} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(z) e^{-is\alpha}.$$

В выражении (6) не учтены процессы с поглощением фонона (это возможно при  $\hbar\omega_0 \gg kT$ ).

В общем случае вычисление  $n(\mathbf{p}_\perp)$  сопряжено со значительными трудностями, поэтому мы ограничимся случаем

$$\hbar\Omega \gg \frac{\Delta^2}{2\hbar\omega_0} \operatorname{cth}\left(\frac{\hbar\omega_0}{2kT}\right), \quad (9)$$

$$\frac{e^2 E^2}{\hbar m \omega^3} \ll \frac{kT}{\hbar\omega} \ll 1. \quad (10)$$

Неравенство (9) означает, что переходы между штарковскими подуровнями почти не происходят и равновесие устанавливается внутри каждой штарковской подзоны [12]. Отметим, что в задаче существенны численные значения  $\omega$  порядка  $\Omega$ , так что в силу (3) считаем  $\omega\tau \gg 1$ . В этом случае условие (10) позволяет пренебречь разогревом носителей тока полем электромагнитной волны [13,14].

Таким образом, функцию  $n(\mathbf{p}_\perp)$  можно взять в виде [12]

$$n(\mathbf{p}_\perp) = \frac{2\pi dn \hbar^2}{mkT} \exp\left(-\frac{\mathbf{p}_\perp^2}{2mkT}\right), \quad (11)$$

где  $n$  — концентрация электронов в минизоне проводимости.

Исследуя случай ультраквантовых полей ( $\Delta/\hbar\Omega \ll 1$ ), (7) можно разложить в ряд и ограничиться членами порядка  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$ . Тем самым в сумме по  $\nu, \nu'$  остаются только члены с  $\nu - \nu' = 0, \pm 1$ .

Если интенсивность падающего света не слишком велика, так что  $a_0 \ll a$  ( $a$  — период кристаллической решетки вдоль осей  $Oy, Oz$ ), то (8) тоже можно разложить в ряд, ограничившись первыми не исчезающими членами.

Оставив в сумме по  $s$  только слагаемые порядка  $(\mathbf{a}_0 \mathbf{q}_\perp)^2$ , мы рассмотрим коэффициент однофотонного поглощения ( $s = \pm 1$ ).

Для неполярного кристалла  $C_q = C_0 = \text{const}$ . При этом получаем выражение для  $\alpha(\omega)$  в нулевом по  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$  приближении:

$$\alpha(\omega) = \frac{A}{\omega^3} \sum_{s=-1}^1 \exp\left[\frac{\hbar}{2kT}(\kappa - |\kappa|)\right] \left(1 + \frac{\hbar|\kappa|}{2kT}\right), \quad (12)$$

$$A = \frac{C_0^2 n e^2 k T \pi}{d n_0 \hbar^3 c \rho \omega_0},$$

где  $\kappa = s\omega - \omega_0$ .

Для полярного кристалла  $C_q = C/q$ . В этом случае коэффициент поглощения имеет вид

$$\alpha(\omega) = \frac{B}{\omega^3} \sum_{s=-1}^1 s \exp\left(\frac{\hbar\kappa}{2kT}\right) |\kappa| K_1\left(\frac{\hbar|\kappa|}{2kT}\right), \quad (13)$$

$$B = \frac{\sqrt{2\pi} C^2 n e^2}{2c n_0 \rho \omega_0 \hbar \sqrt{m k T}},$$

где  $K_1$  — функция Макдональда 1-го порядка.

Из выражения (12), (13) и рис. 1 (кривая 1) и 2 (кривая 1) видно, что точка  $\omega = \omega_0$  условно разбивает зависимость коэффициента однофотонного поглощения от  $\omega$  на две части:  $\omega < \omega_0$  — область экспоненциально малого поглощения,  $\omega > \omega_0$  — область "сильного" поглощения; при этом ширина области экспоненциально малого поглощения есть  $\Delta\omega \sim kT/\hbar$ . Отметим, что точка  $\omega = \omega_0$  соответствует порогу рождения оптического фонона.

Подобная ситуация наблюдается и в отсутствие квантового поля.

В следующем приближении по  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$  коэффициент поглощения имеет вид

$$\alpha(\omega) = \frac{A}{\omega^3} \sum_{s=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 s M_l \times \exp\left[\frac{\hbar}{2kT}(\kappa - |\kappa|)\right] \left(1 + \frac{\hbar|\kappa|}{2kT}\right) \quad (14)$$

в случае неполярного кристалла, и

$$\alpha(\omega) = \frac{B}{\omega^3} \sum_{s=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 s \exp\left(\frac{\hbar\kappa}{2kT}\right) f_l(\kappa) \quad (15)$$

в случае полярного кристалла.

Здесь

$$M_0 = 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta}{\hbar\Omega} \right)^2,$$

$$M_1 = M_{-1} = \frac{1}{8} \left( \frac{\Delta}{\hbar\Omega} \right)^2,$$

$$f_0(\kappa) = \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta}{\hbar\Omega} \right)^2 \right] F(\kappa) + \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta}{\hbar\Omega} \right)^2 I(\kappa),$$

$$f_{-1}(\kappa) = f_1(\kappa) = \frac{1}{8} \left( \frac{\Delta}{\hbar\Omega} \right)^2 [F(\kappa) - I(\kappa)],$$

$$F(\kappa) = |\kappa| K_1 \left( \frac{\hbar|\kappa|}{2kT} \right),$$

$$I(\kappa) = \frac{\hbar}{4m} \int_0^\infty \exp \left( -\frac{\hbar^2}{8mkT} \xi^2 - \frac{\kappa^2 m}{2kT} \frac{1}{\xi^2} - \xi d \right) \xi d\xi,$$

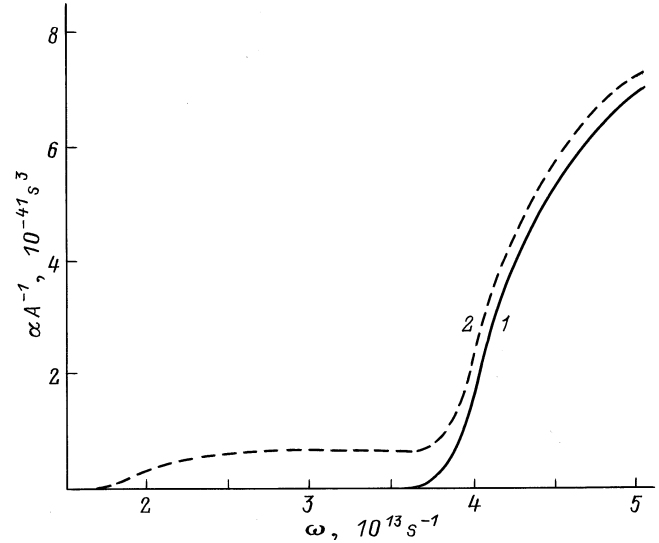
$$\kappa = s\omega - \omega_0 - I\Omega.$$

Из выражений (14), (15) и рис. 1 (кривая 2) и 2 (кривая 2) видно, что область сильного однофотонного поглощения в первом по  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$  приближении смещается в сторону меньших частот на величину  $\Omega$ . Таким образом, становится возможным весьма заметное поглощение света с частотой, меньшей частоты оптического фотона. Именно, должно выполняться неравенство  $\omega > \omega_0 - \Omega$ . Однако коэффициент поглощения света на частоте  $\omega \sim \omega_0 - \Omega$  подавлен в  $(\hbar\Omega/\Delta)^2$  раз. Эта ситуация напоминает эффект Келдыша-Франца в межзонном поглощении, когда электрическое поле приводит к сдвигу края поглощения в глубь запрещенной зоны. Физической причиной, обуславливающей смещение области сильного однофотонного поглощения, является возможность перескока электрона вниз по штарковской лестнице. Тем самым энергия, необходимая для возбуждения оптического фотона, черпается не только от электромагнитной волны, но и от постоянного поля.

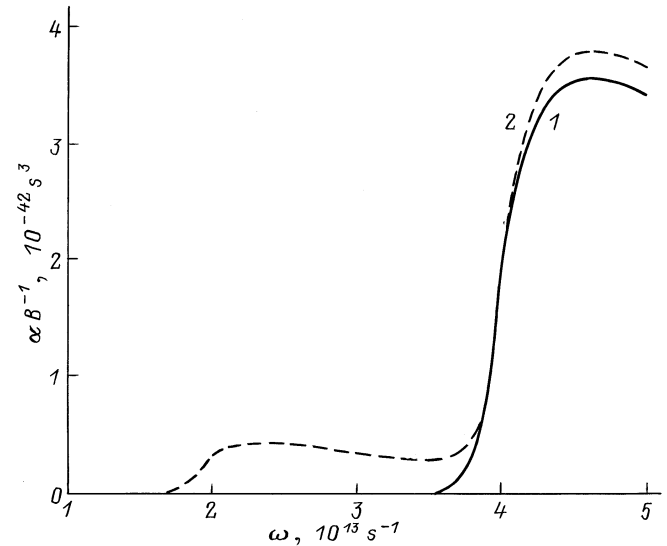
Запишем также выражение для коэффициента двухфотонного поглощения в нулевом приближении по  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$  для случая неполярного кристалла:

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) = & \frac{A}{\omega^3} \sum_{i=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 iM_l \left\{ \exp \left[ \frac{\hbar}{2kT} (\kappa - |\kappa|) \right] \left( 1 + \frac{\hbar|\kappa|}{2kT} \right) \right. \\ & + \frac{3e^2 E^2 kT}{4m\hbar^2 \omega^4} \exp \left[ \frac{\hbar}{2kT} (\kappa - |\kappa|) \right] \\ & \times \left[ 3 + 3 \frac{\hbar|\kappa|}{2kT} + \left( \frac{\hbar|\kappa|}{2kT} \right)^2 \right] \\ & + \frac{3e^2 E^2 kT}{8m\hbar^2 \omega^4} \exp \left[ \frac{\hbar}{2kT} (\kappa' - |\kappa'|) \right] \\ & \left. \times \left[ 3 + 3 \frac{\hbar|\kappa'|}{2kT} + \left( \frac{\hbar|\kappa'|}{2kT} \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\kappa = i\omega - \omega_0 - I\Omega$ ,  $\kappa' = 2i\omega - \omega_0 - I\Omega$ .



**Рис. 1.** Коэффициент поглощения для неполярного кристалла в нулевом (1) и в первом (2) по  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$  приближении.  $\omega_0 = 4 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega = 2 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $T = 5 \text{ К}$ .



**Рис. 2.** Коэффициент поглощения для полярного кристалла в нулевом (1) и в первом (2) по  $(\Delta/\hbar\Omega)^2$  приближении.  $\omega_0 = 4 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Omega = 2 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $T = 5 \text{ К}$ ,  $m = 10^{-27} \text{ г}$ .

Таким образом, видно, что зависимость коэффициента двухфотонного поглощения от частоты света также можно условно разбить на две области: для того чтобы поглощение не было экспоненциально малым, необходимо выполнение условия  $2\omega > \omega_0$ .

Сделаем численные оценки. Условия применимости развиваемых здесь соображений могут быть выполнены при  $\hbar\omega_0 \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ ,  $T \leq 10 \text{ К}$ ,  $E \leq 5 \cdot 10^2 \text{ В/см}$  ( $\sim 2 \text{ ед. СГС}$ ),  $\Delta \leq 10^{-2} \text{ эВ}$ ,  $\hbar\Omega \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ . Если кроме того концентрация  $n \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , то численная оценка коэффициента поглощения света дает  $\alpha(\omega) \approx 10^2 \text{ см}^{-1}$ .

Отметим, наконец, что описанные выше особенности электропоглощения света существенным образом связаны с тем, что рассеяние электронов происходит на бездисперсионных оптических фононах. Учет дисперсии оптических фононов, а также взаимодействия электронов с акустическими фононами, вообще говоря, может изменить описанную выше картину. Для наблюдения предсказанных в данной работе особенностей необходимо, чтобы эффект дисперсии был достаточно слабым. Оценить данный эффект можно, положив частоту фонона равной  $\omega = \omega_0 - \alpha q^2$  ( $q$  — квазиволновой вектор фонона,  $\alpha$  по порядку величины оценивается как  $\alpha \sim \hbar/2M$ ,  $M$  — масса атома). Пренебречь дисперсией можно, если  $\hbar^2 q^2/2M \ll \hbar \Delta\omega \sim kT$ . Актуальные значения  $q$  в нашей задаче таковы:  $q_{ac} \sim (2m\omega_0/\hbar)^{1/2}$ . Следовательно, необходимо, чтобы выполнялось условие  $m\hbar\omega_0/M \ll kT$ . При выбранных выше численных параметрах и при  $m/M \sim 10^{-5}$  (что характерно для элементов Ga и As, на основе которых синтезируются типичные СР) последнее неравенство хорошо выполняется.

Для оценки роли акустических фононов воспользуемся следующим обстоятельством — в однородных материалах при рассеянии электронов на акустических фононах коэффициент внутризонного поглощения света  $\alpha_{ac}$  связан по порядку величины с коэффициентом поглощения на деформационных акустических фононах (при схожих с нашими условиями:  $\hbar\omega \sim \hbar\omega_0 \gg kT$ )  $\alpha_{opt}$  соотношением [15]

$$\alpha_{ac} = \alpha_{opt} \left( \frac{\varepsilon_{ac}\omega_0}{C_0 U_s} \right)^2.$$

Здесь  $\varepsilon_{ac}$  — константа акустического потенциала деформации,  $U_s$  — скорость звука. Таким образом, в материалах, где  $\varepsilon_{ac}\omega \ll C_0 U_s$ , либо преобладает рассеяние на полярных оптических колебаниях, можно ожидать проявления в эксперименте описанных выше особенностей электропоглощения света.

## Список литературы

- [1] Л. Солимар, Д. Уолш. *Лекции по электрическим свойствам материалов* (М., Мир, 1991).
- [2] T.K. Woodward, Teodor Sizer (II), D.L. Sivco, A.Y. Cho. *Appl. Phys. Lett.*, **57** (6), 548 (1990).
- [3] D.A.B. Miller, D.S. Chemla, T.C. Damen, A.C. Gossard et al. *Appl. Phys. Lett.*, **45** (1), 13 (1984).
- [4] Y. Silberberg, P.W. Smith, D.J. Eilenberger, D.A.B. Miller et al. *Opt. Lett.*, **9**, 507 (1984).
- [5] K. Fujiwara, H. Shneider, R. Cingolani, K. Ploog. *Sol. St. Commun.*, **72** (9), 935 (1989).
- [6] А.Г. Жилич. *ФТТ*, **34** (11) 350 (1992).
- [7] В.Л. Малевич. *Письма ЖЭТФ*, **57** (3), 171 (1993).
- [8] M. Saitoh. *J. Phys. C: Sol. St. Phys.*, **5** (9), 914 (1972).
- [9] K. Hacker. *Phys. St. Sol.*, **33** (2), 607 (1969).
- [10] В.А. Паздзерский. *ФТП*, **6** (4), 758 (1972).
- [11] И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. *Справочник по математике* (М., Наука, 1980).
- [12] И.Б. Левинсон, Я. Ясевичюте. *ЖЭТФ*, **62** (5), 1902 (1972).

- [13] В.Л. Гинзбург, А.А. Рухадзе. *Волны в магнитоактивной плазме* (М., Наука, 1970).
- [14] Э.М. Эпштейн. *Письма ЖЭТФ*, **13** (9), 511, 1902 (1971).
- [15] К. Зеегер. *Физика полупроводников* (М., Мир, 1977).

Редактор Л.В. Шаронова

## Absorption of a strong electromagnetic wave by electrons in a superlattice under quantizing electric field

D.V. Zav'alov, S.V. Kruchkov

Volgograd State Pedagogical University,  
400013 Volgograd, Russia