Концентрация электронов во внешних полях в полупроводниках с заряженными дислокациями

© З.А. Велиев

Нахичеванский университет,
373630 Нахичевань, Азербайджан

(Получена 21 декабря 1998 г. Принята к печати 18 февраля 1999 г.)

Рассмотрены изменения концентрации электронов, обусловленные изменением сечения захвата и коэффициента термической ионизации при наложении внешних электрического и квантующего магнитного полей. Получены аналитические выражения для концентрации электронов в произвольных электрических и квантующих магнитных полях, а также в скрещенных электрическом и квантующем магнитном полях.

Предположено, что релаксация электронов по энергии осуществляется в результате взаимодействия с акустическими фононами. Расчеты в квантующем магнитном поле произведены в ультраквантовом пределе.

Концентрация электронов в невырожденных полупроводниках n-типа при отсутствии внешнего электрического поля подчиняется статистике Больцмана. В этом случае соотношение, связывающее коэффициент термической ионизации дислокационного центра β и сечение захвата электронов на заряженный дислокационный центр σ, может быть получено из условия равенства термоионизационного и рекомбинационного потоков

$$\beta = \sigma \langle v_c \rangle N_c \exp(-E_D/kT). \tag{1}$$

Здесь $\langle v_c \rangle = \sqrt{8kT/\pi m}$ — средняя скорость электронов, $N_c = 2(mkT/2\pi\hbar^2)^{3/2}$ — плотность состояния в зоне проводимости, T — температура решетки, k — постоянная Больцмана, m — эффективная масса электрона, E_D — энергия ионизации дислокации.

При наложении внешних полей коэффициенты σ и β изменяются независимым образом и между ними не будет простой связи типа (1). Однако в стационарных условиях, как и в равновесии, имеет место равенство термоионизационного и рекомбинационного потоков, и именно это равенство определяет стационарную концентрацию при наличии внешних полей.

Настоящая работа посвящена вычислению концентрации электронов в невырожденных полупроводниках с заряженными краевыми дислокациями в следующих стационарных условиях: а) при наличии внешнего электрического поля, б) при наличии внешних скрещенных электрического и квантующего магнитного полей.

1. Как показано в [1–5] во внешних электрических полях сечение захвата носителей σ и коэффициент термической ионизации β становятся функциями напряженности $\mathcal{E}$ приложенного электрического поля, причем изменения $\sigma(\mathcal{E})$ и $\beta(\mathcal{E})$ происходят независимым образом; соответственно и концентрация свободных электронов становится функцией $\mathcal{E}$.

Рассмотрим случай, когда дислокации распределены так, что ось ридовских цилиндров перпендикулярна плоскости xy и они не пересекаются, т. е. дислокационные центры действуют независимо. Тогда уравнение баланса частиц имеет вид

$$J - \beta(\mathcal{E}) N_d = 0, \tag{2}$$

где полный рекомбинационный поток в единице объема J связан с концентрацией N_d и сечением захвата σ носителей соотношением

$$J = n N_D \sigma \langle v_c \rangle. \tag{3}$$

Здесь N_D — концентрация дислокации, $\langle v_c \rangle$ — средняя скорость электронов во внешнем электрическом поле. Сечение захвата носителей $\sigma(\mathcal{E})$ в присутствии поля уменьшается по двум причинам. Во-первых, увеличивается средняя энергия свободных электронов и, следовательно, уменьшается число носителей у дна зоны проводимости, которые непосредственно определяют захват. Во-вторых, в сильных электрических полях деформируется дислокационная яма, что приводит к разрушению связанных состояний с энергией связи, меньшей, чем

$$\Delta = -U_0 \ln \frac{U_0 R}{2W_0 b}\left(\left(1 + 4W_0 b e\mathcal{E}/U_0^2\right)^{1/2} - 1\right) + U_0\left(1 + \frac{4W_0 b\mathcal{E} e}{U_0^2}\right)^{1/2}, \tag{4}$$

$$r_s = \frac{U_0}{2e\mathcal{E}}\left(\left(1 + 4W_0 b e\mathcal{E}/U_0^2\right)^{1/2} - 1\right),$$

а следовательно, в сильных электрических полях уменьшаются сечения захвата на дислокационном центре ($U_0 = e^2/2\pi\varepsilon\varepsilon_0 a$, $W_0 = E_c(1-2\nu)/(1+\nu) = E_c\alpha$, ν — коэффициент Пуассона, E_c — эффективная константа деформационного потенциала).

Как показано в [5], вероятность ионизации дислокационного центра в присутствии электрического поля $\beta(\mathcal{E})$ изменяеся не только за счет понижения энергии ионизации E_D в силу так называемого дислокационного эффекта Пула–Френкеля, но и за счет изменения скорости диффузии свободных электронов в пространство полной энергии по высоковозбужденным состояниям дислокационного центра. Как следует из (2) и (3), для концентрации носителей получим

$$n = \frac{\beta(\mathcal{E})}{\sigma\langle v_c\rangle}. \quad (5)$$

При наличии внешнего электрического поля величины $\sigma(\mathcal{E})$ и $\beta(\mathcal{E})$ вычислены методом каскадного захвата [1] с предположением, что релаксация электронов по энергии происходит в результате взаимодействия с акустическими фононами, и определяются формулами

$$\sigma = B(\mathcal{E})\left(\frac{2}{\pi m_c kT}\right)^2 \times \frac{\pi^3\hbar^3\left[(\Delta/kT)^2+\mu_1\right]^{\mu_1} e^{\frac{\Delta}{kT}}}{2\langle v_c\rangle \mu_1^{\mu_1+3/2} U(3/2, \mu_1+5/2, \mu_1)}, \quad (6)$$

$$\beta = B(\mathcal{E})\, e^{-\frac{E_D-\Delta}{kT}}, \quad (7)$$

где

$$B(\mathcal{E}) = \frac{b^2 m_\perp^2 m_\parallel c^2 W_0^2}{\pi\rho_0\hbar^7}\ln\frac{r_s}{a},$$

$$\mu_1 = \frac{(e\mathcal{E})^2}{6m_c S_e^2 kT}\left(\frac{\pi\rho_0 S_e^2\hbar^7}{E_0 E_c m_\perp^{3/2} m_\parallel^{1/2} kT}\right)^2, \quad (8)$$

$$c = \frac{1}{3}\left[3m_\perp E_d^2 + m_\parallel(E_d+E_u)^2\right],$$

$$E_0 = c/m_\perp, \qquad \langle v_c\rangle = \sqrt{8kT/\pi m_c},$$

$$\frac{1}{m_c} = \frac{3}{m_\parallel} + \frac{3}{2m_\perp},$$

E_d и E_u — константы деформационного потенциала, введенные Херингом [6] (ось z направлена вдоль оси энергетического эллипсоида), $m_\parallel$ и $m_\perp$ — компоненты тензора массы вдоль и поперек оси эллипсоида, S_e — скорость звука в кристалле. Подставляя (6) и (7) в (5), для концентрации электронов в электрическом поле получим

$$n(\mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi^3\hbar^3}\left(\frac{\pi m_c kT}{2}\right)^2 \times \frac{\mu_1^{\mu_1+3/2} U(3/2, \mu_1+5/2, \mu_1)}{\left[(\Delta/kT)^2+\mu_1\right]^{\mu_1}}. \quad (9)$$

Воспользуясь асимптотикой гипергеометрической функции Куммера $U(3/2, \mu_1+5/2, \mu_1)$ [7], при $\mu_1 \gg 1$ в сильных электрических полях получим, что величина $n \sim T_e^2\exp(\Delta/kT)^2$, т.е. концентрация свободных электронов в сильном электрическом поле возрастает по сравнению с равновесной концентрацией при той же температуре образца в результате возрастания средней энергии свободных электронов и понижения энергии дислокационного барьера.

Как следует из (9), концентрация свободных носителей экспоненциально возрастает с ростом поля в случае $\Delta > kT$. Если же $\Delta < kT < kT_e$, то зависимость концентрации от поля определяется в основном предэкспоненциальным множителем. Величина T_e (T_e — температура электронной подсистемы в сильных электрических полях) определяется формулой

$$kT_e = e\mathcal{E} l_{\mathbf{p}} \delta_0^{1/2},$$

где

$$l_{\mathbf{p}} = \pi\hbar^4\rho_0 S_e^2 / m_c^2 E_c kT,$$

$$\delta_0 = \sqrt{2m_c S_e^2/kT}.$$

2. Сечение захвата электронов в квантующем магнитном поле вычислено методом, развитым в [5]. Если тепловая энергия носителей kT много больше энергии характерного фонона $\sqrt{\hbar\omega_H \cdot m_\perp S_e^2}$, то процесс захвата электронов может быть описан как непрерывный спуск из области положительных значений полной энергии в область отрицательных значений. Сечение захвата при условии $\hbar\omega_H \gg kT \gg \sqrt{\hbar\omega_H \cdot m_\perp S_e^2}$ в случае анизотропного спектра электронов определяется выражением

$$\sigma(H) = \frac{(2\pi)^{3/2}}{12\pi^3}\frac{b^2\langle E_c^2\rangle\alpha^2}{\rho_0\sqrt{m_\parallel kT}U_0^3}\left(\frac{eH}{c\hbar}\right)^2(m_\perp + m_{\omega_H}) \times \left[\ln\frac{U_0}{3\sqrt{\hbar\omega_H \cdot m_\perp S_e^2}} + \frac{1}{3} + \frac{4U_0}{\hbar\omega_H}c(\theta)\right] \times \operatorname{ch}\frac{3\sqrt{\hbar\omega_H \cdot m_\perp S_e^2}}{U_0}, \quad (10)$$

где

$$c(\theta) = \Big[\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta(m_\parallel - m_\perp)^2 + m_z^2\Big]\Big/ m_\perp\left((m_z m_\parallel)^{1/2} + m_z\right),$$

$$\langle E_c^2\rangle = E_d^2 + \frac{2}{3}E_d E_u + \frac{1}{3}E_u^2, \quad (11)$$

$$\frac{1}{m_{\omega_H}^2} = \frac{\cos^2\theta}{m_\perp^2} + \frac{\sin^2\theta}{m_\parallel m_\perp},$$

$$m_z = m_\perp\sin^2\theta + m_\parallel\cos^2\theta.$$

Магнитное поле направлено по оси z и составляет с осью вращения эллипсоида угол θ.

В присутствии квантующего магнитного поля сохраняется больцмановское распределение носителей по высоковозбужденным дислокационным уровням и энергетическим уровням в зоне. Однако концентрация свободных носителей в магнитном поле изменяется по сравнению с равновесной, так как изменяется плотность состояний в зоне. Если расстояние между дислокационными уровнями велико по сравнению с kT и энергия ионизации дислокационного центра больше $kT (E_D > kT)$, то из условия электронейтральности получаем для концентрации электронов в ультраквантовом пределе

$$n(H) = \frac{\gamma}{(2\pi)^{3/2}} \frac{m_\perp m_\parallel^{1/2} \omega_H (kT)^{1/2}}{\hbar^2} \exp(-E_D/kT)$$
$$= \frac{1}{2} N_{\omega_H} \exp(-E_D/kT), \qquad (12)$$

где γ — число долин в зоне проводимости. Заметим, что выражение (12) имеет место, если приложенное квантующее магнитное поле не изменяет энергию основного состояния связанного электрона, что справедливо условие $\hbar\omega_H \ll E_D$.

Формула для коэффициента термической ионизации в квантующем магнитном поле $\beta(H)$, полученная из равенства термоионизационного и рекомбинационного потоков в условиях больцмановского распределения носителей, имеет вид

$$\beta(H) = \frac{1}{2} N_{\omega_H} \langle v_c \rangle \sigma \, \mathrm{e}^{-\frac{E_D}{kT}}. \qquad (13)$$

3. Рассмотрим образец, помещенный в скрещенные электрическое и квантующее магнитное поля. Электрическое поле, с одной стороны, деформирует дислокационную яму, т.е. способствует увеличению процесса ионизации и уменьшению процесса захвата, с другой стороны, разогревает носителей тока. В ультраквантовом пределе вычислено сечение захвата электрона

$$\sigma(\mathcal{E}, H) = \sigma(H) \left(\frac{T}{T_e}\right)^{1/2}. \qquad (14)$$

Концентрация в данном случае определяется формулой

$$n(\mathcal{E}, H) = n(H) \left(\frac{T_e}{T}\right)^{1/2}.$$

Здесь электронная температура определяется формулой

$$T_e = T \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{c\mathcal{E}}{S_e H}\right)^2\right].$$

4. Пределы применимости полученных результатов определяются из условия возможности использования метода каскадного захвата во внешних полях. Например, формула (9) справедлива тогда, когда выполняется неравенство $1 < r_s(\mathcal{E})/l \ll \delta_0^{-1}$, которое соответствует, с одной стороны, применимости модели каскадного захвата, а с другой — зависимости функции распределения связанных на дислокации электронов от их полной энергии. В квантующих магнитных полях область применимости полученных формул определяется неравенством $(\hbar\omega_H \cdot m_\perp S_e^2)^{1/2} < kT \ll \hbar\omega_H$. Отсюда получается, что $1 < H/H_{\mathrm{char}} \ll kT/m_\perp S_e^2$.

В заключение оценим значения параметров $\mu_\perp$ и H_{char}. Например, в кристалле Ge: $E_u \sim 16$ эВ, $E_D \sim -6.5$ эВ, $a \simeq 5.7 \cdot 10^{-10}$ м, $m_\parallel \sim 1.66 m_0$, $m_\perp \sim 0.082 m_0$, $\rho_0 \sim 2.3 \cdot 10^3$ кг/м^3, $T \sim 300$ K, $S_e \sim 10^3$ м/с; для параметров μ_1 и H_{char} имеем $\mu_1 \sim (10^{-3}\mathcal{E})^2$, $H_{\mathrm{char}} \sim 10^5$ Э, т.е. систему электронов в кристалле можно считать разогретой, если $\mathcal{E} > 10^3$ В/м; при значениях $\mathcal{E} < 10^3$ В/м внешнее электрическое поле считается слабым. А при значениях магнитного поля $H > H_{\mathrm{char}}$ выполняется условие квантования, т.е. полученные формулы в квантующем магнитном поле справедливы тогда, когда $H > 10^5$ Э.

Список литературы

[1] З.А. Велиев. ФТП, **32**(1), 36 (1998).
[2] Z.A. Veliev. J. Fizika, **13**, № 1 (1997).
[3] З.А. Велиев. ФТП **17**(7), 1351 (1983).
[4] З.А. Велиев. ФТП **19**(6), 1141 (1985).
[5] З.А. Велиев. ФТП **24**(3), 553 (1990).
[6] В. Ридли. *Квантовые процессы в полупроводниках* (М., Мир, 1986) с. 48.
[7] *Справочник по специальным функциям* (М., Наука, 1978) с. 321.

Редактор В.В. Чалдышев

The electron density peculiar to external fields in semiconductors with charged dislocations

Z.A. Veliev

Nakhichevan University,
373630 Nakhichevan, Azerbaijan