

Определение плотности состояний в квантовых ямах и ансамблях квантовых точек вольт-фарадным методом

© В.Я. Алешкин[¶], Н.А. Бекин, М.Н. Буянова, Б.Н. Звонков*, А.В. Мурель

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603600 Нижний Новгород, Россия

* Научно-исследовательский физико-технический институт Нижегородского государственного университета,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Получена 8 февраля 1999 г. Принята к печати 2 апреля 1999 г.)

Изучена возможность нахождения из вольт-фарадной характеристики электронной плотности состояний в квантовых ямах и ансамблях квантовых точек в гетероструктурах, где важную роль играют флуктуации состава и геометрических размеров. Показано, что из измеренной вольт-фарадной характеристики невозможно восстановить точную плотность состояний, поскольку данная задача является некорректной с точки зрения математики. Предложен приближенный метод решения этой задачи, при использовании которого находится "приведенная" плотность состояний. Показано, что "приведенная" плотность состояний близка к настоящей, если характерный масштаб энергии, на котором последняя изменяется, много больше тепловой энергии kT . Предложенный метод применен для нахождения плотности состояний в зоне проводимости квантовой ямы гетероструктуры $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}/\text{GaAs}$.

Введение

В настоящее время метод вольт-фарадных характеристик ($C-V$ -метод) используется не только для определения профиля концентрации легирующей примеси, но и для нахождения разрывов энергетических зон на гетерограницах [1], а также для исследования спектров электронов и дырок в квантовых ямах [2–4] и квантовых точках [5,6]. Для нахождения электронных спектров в квантовых ямах и ансамблях квантовых точек (мы будем использовать термин "планарные состояния" для обозначения тех и других) обычно используется сопоставление рассчитанной зависимости емкости от приложенного напряжения $C(V)$ "идеальной" (без флуктуаций) структуры с наблюдаемой (см., например, [3,4,7]; в [5] для этих целей используются просто оценки). Из условия наилучшего согласия этих зависимостей и определяются параметры электронных состояний в квантовых ямах и квантовых точках.

Однако в реальных структурах из-за флуктуаций состава полупроводников и флуктуаций их геометрических размеров плотность планарных состояний может заметно отличаться от таковой для идеальной структуры. Это отличие несет в себе важную информацию о качестве структуры. К тому же оно является одной из причин ошибок в определении параметров электронного спектра указанным выше методом. Возникает естественный вопрос — можно ли находить электронную плотность планарных состояний непосредственно из измеренной зависимости $C(V)$?

В настоящей работе показано, что из измеренной вольт-фарадной характеристики невозможно восстановить точную плотность планарных состояний $G(\varepsilon)$. Однако по зависимости $C(V)$ может быть определена "приведенная" плотность состояний $\tilde{G}(\varepsilon)$. Приведенная

плотность состояний близка к настоящей, если масштаб энергии, на котором последняя изменяется, много больше kT , k — постоянная Больцмана, T — температура измерения $C(V)$. Предлагаемый метод восстановления приведенной плотности состояний применен для гетероструктуры $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}/\text{GaAs}$ с шириной квантовой ямы 72 Å. Восстановленные по $C(V)$ -измерениям характеристики плотности состояний для этой структуры находятся в хорошем согласии с данными, полученными из измерений фотолюминесценции.

Аналогичная задача поиска плотности поверхностных состояний на границе диэлектрик–полупроводник решалась для МДП структур [8]. Однако при решении этой задачи полагалось, что плотность поверхностных состояний слабо изменяется на масштабе kT . Для структур с квантовыми точками и квантовыми ямами это условие может быть нарушено в широком интервале температур. Кроме того, это допущение не всегда корректно и для плотности поверхностных состояний. В этих случаях предлагаемый метод будет давать более точное значение для плотности поверхностных состояний, нежели обычно используемые [8].

Теория

Рассмотрим емкость контакта Шоттки к полупроводнику n -типа проводимости, в котором имеются планарные состояния. Направим ось x в глубь полупроводника, а начало оси расположим на его поверхности. Пусть в плоскости, в которой находятся планарные состояния, $x = x_1$. Сделаем ряд упрощающих предположений. Во-первых, будем полагать полупроводник однородно легированным. Во-вторых, будем считать, что размеры волновой функции планарных состояний в направлении x много меньше характерных размеров областей пространственного заряда, и поэтому плотность заряда планарных состояний можно считать пропорциональной δ -функции

[¶] Факс: (8312)675553

E-mail: aleshkin@ipm.sci-nnov.ru

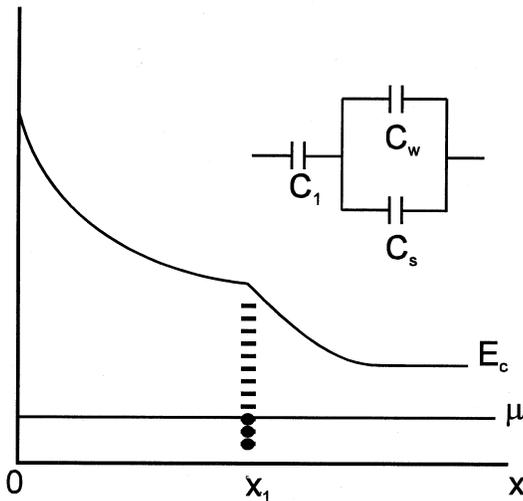


Рис. 1. Зонная диаграмма контакта Шоттки к полупроводнику с планарными состояниями. E_c — зона проводимости, μ — уровень химического потенциала. На вставке — эквивалентная схема барьера Шоттки.

Дирака $\delta(x - x_1)$. Наконец будем полагать частоту изменения внешнего переменного напряжения либо много больше (высокая частота), либо много меньше (низкая частота) частоты перезарядки планарных состояний.

Пусть к барьеру Шоттки приложено большое отрицательное напряжение, такое что из области $0 < x < x_1$ все электроны вытеснены электрическим полем (см. рис. 1). Будем полагать электрический потенциал в глубине полупроводника равным нулю. При изменении приложенного напряжения на малую величину dV изменится и потенциал в плоскости $x = x_1$ на величину du , причем

$$dV = du + x_1 dE, \quad (1)$$

где dE — изменение величины электрического поля в области $x < x_1$. Поскольку электронов в этой области нет, заряд в полупроводнике может изменяться только при $x \geq x_1$. Поэтому для dE справедливы соотношения

$$dE_0 = -\frac{4\pi}{\chi}(dQ_w + dQ_s), \quad dE_\infty = -\frac{4\pi}{\chi}dQ_s, \quad (2)$$

где индексы 0 и ∞ соответствуют низкой и высокой частотам, χ — диэлектрическая проницаемость полупроводника, dQ_w , dQ_s — изменение заряда планарных состояний и полупроводника соответственно в области $x > x_1$. Из (1) и (2) можно получить следующие выражения для обратной удельной емкости (обратной емкости единицы площади) барьера Шоттки на низкой и высокой частотах:

$$\frac{1}{C_0(V)} = \frac{dV}{dQ_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_w + C_s},$$

$$\frac{1}{C_\infty(V)} = \frac{dV}{dQ_\infty} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_s}, \quad (3)$$

где C_1 — удельная емкость слоя полупроводника $0 < x < x_1$, C_w — удельная емкость планарных

состояний, C_s — удельная емкость области полупроводника $x > x_1$,

$$C_1 = \frac{\chi}{4\pi x_1}, \quad C_w = -\frac{dQ_w}{du}, \quad C_s = -\frac{dQ_s}{du}. \quad (4)$$

Заряды Q_w и Q_s полностью определяются потенциалом в плоскости $x = x_1$, и поэтому C_w и C_s являются функциями от u , а не от полного напряжения V . Таким образом, низкочастотную емкость можно представить в виде эквивалентной схемы [3,8], изображенной на вставке к рис. 1. Из (3) очевидно, что высокочастотную емкость можно рассматривать как последовательное соединение C_1 и C_s .

Для нахождения электронного заряда на планарных состояниях необходимо проинтегрировать по энергии произведение плотности состояний и функции распределения. Для того чтобы плотность планарных состояний не зависела от напряжения u , удобно начало отсчета энергии выбрать на дне зоны проводимости в плоскости $x = x_1$. Тогда этот электронный заряд можно представить в виде

$$Q_w(u) = -e \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\varepsilon)}{1 + (1/g) \exp[(\varepsilon - eu - \mu)/kT]} d\varepsilon, \quad (5)$$

где $G(\varepsilon)$ — зависимость плотности планарных состояний от энергии, μ — химический потенциал, отсчитанный от дна зоны проводимости в глубине полупроводника, $-e$ — заряд электрона, g — фактор спинового вырождения. Если кулоновские эффекты не важны для заполнения состояний, как, например, в квантовых ямах, то $g = 1$. В противном случае (например, в квантовых точках) $g > 1$ (см. Приложение).

Дифференцируя (5) по u , находим выражение для $C_w(u)$:

$$C_w(u) = \frac{e^2}{kT} \int_{-\infty}^{\infty} G(\varepsilon) \frac{(1/g) \exp[(\varepsilon - eu - \mu)/kT]}{\{1 + (1/g) \exp[(\varepsilon - eu - \mu)/kT]\}^2} d\varepsilon. \quad (6)$$

Зависимость $C_w(u)$ может быть получена из экспериментально определяемых зависимостей $C_0(V)$, $C_\infty(V)$. Далее мы обсудим, как это можно сделать.

Можно ли по известной $C_w(u)$ найти $G(\varepsilon)$, точно решая уравнение (6)? Ответ на этот вопрос отрицателен, за исключением случая, когда $T = 0$ и амплитуда переменного напряжения бесконечно мала. Тогда $C_w(u) = e^2 G(\mu + eu)$. Обсудим сначала физическую причину отрицательного ответа. Из (6) видно, что вклад в емкость C_w дают те планарные состояния, энергии которых отличаются от химического потенциала (в системе отсчета энергии (5) это $\mu + eu$) на величину, меньшую или порядка kT . Поэтому ясно, что извлечь из зависимости $C_w(u)$ структуру плотности состояний на масштабе энергии, много меньшем kT , невозможно. Следовательно, из зависимости $C_w(u)$ можно извлечь лишь величину $\tilde{G}(\varepsilon)$, которая получается из $G(\varepsilon)$ усреднением

по энергии на масштабе порядка kT с некоторой весовой функцией.

С математической точки зрения уравнение (6) представляет собой пример некорректно поставленной задачи [9], поскольку не существует обратного оператора к интегральному оператору с таким ядром, как в (6). Действительно, функция $\exp(it\varepsilon)$ является собственной функцией интегрального оператора с ядром (6), собственное значение которой

$$\lambda(t) = \frac{\pi t}{\text{sh}(\pi k T t)} \exp(it\tilde{\mu}), \quad \tilde{\mu} = \mu + kT \ln(g). \quad (7)$$

При стремлении t к бесконечности $\lambda(t)$ обращается в нуль — это следствие "нечувствительности" этого интегрального оператора к быстро осциллирующим функциям. Как известно, операторы с нулевыми собственными значениями не имеют обратных операторов.

Для нахождения приближенного решения (6) можно построить приближенный обратный оператор (функцию Грина), в котором вклад гармоник с $|t| \geq t_{\max} \sim 1/kT$ подавлен. В результате находится не $G(\varepsilon)$, а $\tilde{G}(\varepsilon)$. Совершая преобразование Фурье, из (6) получаем

$$G(t) = C_w(t) \frac{\exp(-it\tilde{\mu}) \text{sh}(\pi t k T)}{e^2 \pi i k T},$$

$$G(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\varepsilon) \exp(-it\varepsilon) d\varepsilon. \quad (8)$$

Используя (8), можно найти следующее выражение для $\tilde{G}(\varepsilon)$:

$$\tilde{G}(\varepsilon) = \frac{1}{ekT} \int_{-\infty}^{\infty} C_w(u) F\left(\frac{\varepsilon - \tilde{\mu} - eu}{kT}\right) du, \quad (9)$$

где $F(\alpha)$ — приближенная функция Грина уравнения (6),

$$F(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{sh}(\pi x)}{\pi x} \cos(\alpha x) \cdot \sigma(\beta x) dx,$$

$$\sigma(\beta x) = \exp(-\pi \beta x^2). \quad (10)$$

Здесь функция $\sigma(\beta x)$ введена для регуляризации, она обрезает вклад в функцию Грина высоких гармоник, $\beta \sim 1/\sqrt{t_{\max} k T}$. На рис. 2 изображены зависимости $F(\alpha)$ для трех значений β : $\beta = 0.3, 0.2, 0.15$. Из рисунка видно, что с уменьшением β увеличивается частота и амплитуда колебаний функции $F(\alpha)$. При стремлении β к нулю они стремятся к бесконечности, причем амплитуда возрастает экспоненциально с уменьшением β . Поэтому нельзя выбирать величину β слишком маленькой, поскольку это, с одной стороны, приведет к ошибкам в счете, а с другой стороны, к сильноному влиянию на результат погрешностей измерения $C(V)$.

Отметим, что при определении плотности поверхностных состояний в МДП структурах из-под интеграла, аналогичного (6), выносится функция плотности состояний

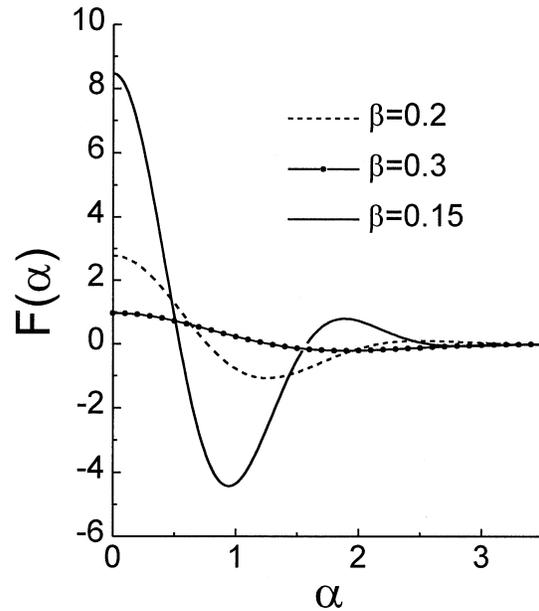


Рис. 2. Приближенные функции Грина уравнения (6) при трех значениях β .

с аргументом, равным $\mu + eu$ [8]. При этом уравнение (6) из интегрального становится алгебраическим, однако теряется информация об изменениях плотности состояний на масштабе порядка kT .

Аналогично тому, как это делается в МДП структурах, зависимость $C_w(u)$ можно извлечь из $C_0(V)$ или из $C_\infty(V)$, либо используя сразу обе характеристики [8]. Если известна величина C_1 , то эта задача сводится к нахождению зависимости $u(V)$. Действительно, зависимость $C_s(u)$ известна для однородно легированного полупроводника:

$$C_s(u) = \sqrt{e^2 \chi} \left\{ N_c F_{1/2} \left(\frac{\mu + eu}{kT} \right) - \frac{N_d}{1 + g_d \exp[(\mu - E_d + eu)/kT]} \right\} (8\pi k T)^{-1/2}$$

$$\times \left\{ N_c \left[F_{3/2} \left(\frac{\mu + eu}{kT} \right) - F_{3/2} \left(\frac{\mu}{kT} \right) \right] - N_d \ln \left[\frac{g_d + \exp[(\mu - E_d + eu)/kT]}{g_d + \exp[(\mu - E_d)/kT]} \right] \right\}^{-1/2}. \quad (11)$$

В (11) N_c — эффективная плотность состояний в зоне проводимости, N_d — концентрация нескомпенсированных доноров, E_d — энергия ионизации донора, g_d — фактор спинового вырождения донора, F_j — интегралы Ферми–Дирака [10]. Формула (11) может быть получена однократным интегрированием уравнения Пуассона в области $x > x_1$.

Если для нахождения $C_w(u)$ используется $C_0(V)$, то из (1)–(3) можно получить дифференциальное уравне-

ние для функции $u(V)$

$$\frac{du}{dV} = 1 - \frac{C_0(V)}{C_1}, \quad (12)$$

интегрируя которое, находим

$$u(V) = u_0 + \int_{V_0}^V \left[1 - \frac{C_0(V')}{C_1} \right] dV'. \quad (13)$$

Постоянную $u_0 = u(V_0)$ можно найти, если положить V_0 большой отрицательной величиной, такой, при которой все электроны вытеснены с планарных состояний, т.е. $C_w(u_0) = 0$. При таких напряжениях $1/C^2$ — линейная функция от V , наклон которой определяется концентрацией N_d . Выбрав произвольную точку V_0 на этом участке, из (3) находим $C_s(u_0)$. Используя (11), по $C_s(u_0)$ можно найти u_0 . После нахождения зависимости $u(V)$, учитывая (11), из (3) можно найти $C_w(u)$.

При использовании $C_\infty(V)$ для нахождения $C_w(u)$ (что, вероятно, удобно для работы с квантовыми точками при низких температурах) из (3) определяется зависимость $C_s(V)$, по которой с помощью (11) отыскивается $u(V)$. Разделив (1) на du и учитывая (2), (4), находим $C_w(u)$ [8]:

$$C_w(u) = C_1 \left[\left(\frac{du}{dV} \right)^{-1} - 1 \right] - C_s(u). \quad (14)$$

Если известны обе зависимости, $C_\infty(V)$ и $C_0(V)$, тогда величину C_w для каждого значения V можно определить из (3) [8]:

$$C_w = \left(\frac{1}{C_0} - \frac{1}{C_1} \right)^{-1} - \left(\frac{1}{C_\infty} - \frac{1}{C_1} \right)^{-1}, \quad (15)$$

а зависимость $u(V)$ найти одним из рассмотренных выше путей.

Обсудим, как определить величину C_1 . Существует несколько способов ее нахождения. Мы рассмотрим два простейших. В гетероструктурах с достаточно большими временами ухода электронов с планарных состояний (например, в ансамблях квантовых точек), вероятно, наиболее просто ее определить с помощью измерений $C_0(V)$ и $C_\infty(V)$. Вычисляя u согласно (13), C_1 можно подобрать так, чтобы зависимость $C_\infty(V)$, получаемая из (3) с использованием (11), наилучшим образом согласовалась с экспериментально наблюдаемой.

В однородно легированной структуре для определения C_1 можно воспользоваться законом сохранения моментов распределения заряда [1]. Тогда координата x_1 может быть представлена в виде

$$x_1 = \int_{x_0}^{x_2} [N_d - \hat{n}(x)] x dx \Big/ \int_{x_0}^{x_2} [N_d - \hat{n}(x)] dx, \quad (16)$$

где $\hat{n}(x)$, x — концентрация и координата, получаемая из $C_0(V)$ с помощью формулы Шоттки [11]. В отсутствие

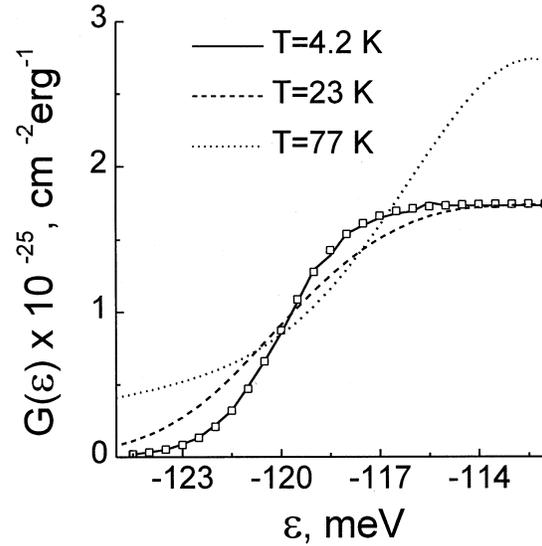


Рис. 3. Настоящая плотность состояний (точки) и восстановленные по формуле (9) при трех температурах (линии): $T = 4.2$ К, $\gamma \gg kT = 0.36$ мэВ; $T = 23$ К, $\gamma \approx kT$; $T = 77$ К, $\gamma \ll kT = 6.6$ мэВ.

внешнего напряжения потенциалы плоскостей x_0 и x_2 должны быть одинаковы. В такой структуре при малых напряжениях смещения, когда область пространственного заряда (ОПЗ) барьера Шоттки не сомкнулась с ОПЗ около планарных состояний, зависимость $1/C^2$ от V — линейная. При больших напряжениях, когда все электроны вытеснены с планарных состояний, она также линейна. Требованию равенства потенциалов в плоскостях x_0 и x_2 можно удовлетворить, если напряжения, соответствующие прохождению ОПЗ этих плоскостей, выбрать в любом месте на указанных линейных участках при малом и большом напряжениях.

На рис. 3 приведены результаты нахождения плотности состояний квантовой ямы в GaAs по рассчитанной зависимости $C_0(V)$ для трех температур. Плотность состояний квантовой ямы выбиралась в виде

$$G(\varepsilon) = \frac{m_c}{2\pi\hbar^2} \left[1 + \text{th} \left(\frac{\varepsilon + \varepsilon_0}{\gamma} \right) \right], \quad (17)$$

где m_c — масса электрона в зоне проводимости GaAs, $\varepsilon_0 = 120$ мэВ, $\gamma = 2$ мэВ. Концентрация доноров в GaAs полагалась равной $3 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$, $x_1 = 0.13$ мкм. Используя (17) и решая уравнение Пуассона, вычисляли зависимость $C(V)$, по которой затем находили $\tilde{G}(\varepsilon)$ (полагали $\beta = 0.2$). Из рисунка видно, что $\tilde{G}(\varepsilon)$ близка к $G(\varepsilon)$, если характерный масштаб изменения $G(\varepsilon)$ много больше kT ($\gamma \gg kT$).

Отметим высокую чувствительность метода к точности определения x_1 . Как показывают расчеты, погрешность в доли процента для x_1 приводит к ошибкам в определении плотности состояний для квантовых ям в области плато на десятки процентов. Это обстоятельство, вероятно, не позволит определять с высокой точностью плотность состояний на плато в квантовых ямах

(т.е. находить эффективную массу). Однако чувствительность метода значительно слабее к погрешностям x_1 в области, где плотность состояний невелика. Поэтому мы полагаем, что изучать структуру плотности состояний в этой области (т.е. в окрестности края зоны) данный метод позволяет.

Эксперимент и обсуждение

Эксперимент проводился на гетероструктуре $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}/\text{GaAs}$. Структура была выращена методом газовой эпитаксии из металлорганических соединений (МОС-гидридной эпитаксии) при атмосферном давлении с использованием подложки $n\text{-GaAs}$ (концентрация носителей $n \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$). Квантовая яма $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ имела ширину 72 \AA и располагалась на расстоянии 0.17 мкм от поверхности полупроводника. Состав твердого раствора определялся по данным фотолюминесценции. Эпитаксиальный слой GaAs был легирован донорами в концентрации $8.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. В качестве верхнего контакта использовался напыленный круг Au диаметром 1 мм . Измерения зависимости $C(V)$ проводились при температуре жидкого гелия на частотах 1 МГц , 10 и 1 кГц . Наблюдаемые зависимости $C(V)$ для всех трех частот совпадали с точностью, определяемой погрешностью измерений, и соответствовали низкочастотной емкости $C_0(V)$. Измеренная зависимость $C(V)$ приведена на рис. 4.

На рис. 5 приведена зависимость $\tilde{G}(\varepsilon)$ для этой структуры и зависимость $G_1(\varepsilon) = 6 \cdot 10^{26} \exp(\varepsilon/\varepsilon_0) \text{ см}^{-2} \text{ эрг}^{-1}$, $\varepsilon_0 = 16 \text{ мэВ}$. Из рисунка хорошо видно, что для $\varepsilon < -90 \text{ мэВ}$ эти функции практически совпадают, а при $\varepsilon > -90 \text{ мэВ}$ восстановленная плотность состояний растет быстрее с увеличением энергии, чем $G_1(\varepsilon)$.

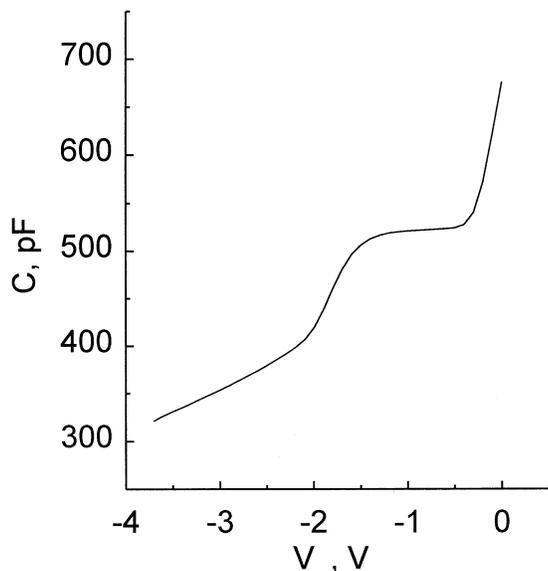


Рис. 4. Экспериментальная вольт-фарадная характеристика гетероструктуры $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}/\text{GaAs}$ с шириной квантовой ямы 72 \AA . $T = 4.2 \text{ К}$, частота 1 МГц .

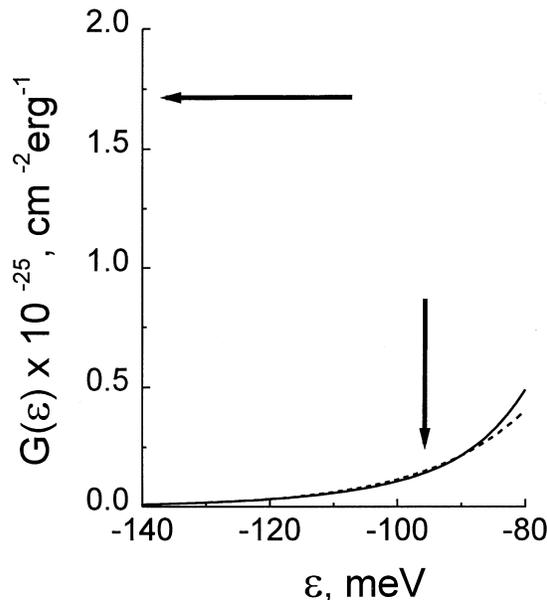


Рис. 5. Восстановленная электронная плотность состояний $\tilde{G}(\varepsilon)$ (сплошная линия) в квантовой яме гетероструктуры $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}/\text{GaAs}$. Пунктирная линия — зависимость $G_1(\varepsilon) = 6 \cdot 10^{26} \exp(\varepsilon/\varepsilon_0) \text{ см}^{-2} \text{ эрг}^{-1}$, $\varepsilon_0 = 16 \text{ мэВ}$. Вертикальной стрелкой показана энергия электронов в квантовой яме, соответствующая максимуму линии фотолюминесценции. Горизонтальная стрелка показывает величину плотности состояний "идеальной" квантовой ямы.

Отметим, что на зависимости $\tilde{G}(\varepsilon)$ отсутствует плато, характерное для двумерной плотности состояний (горизонтальной стрелкой показано расчетное положение этого плато). Причина отсутствия плато состоит в том, что масштаб изменения плотности состояний по энергии довольно велик (16 мэВ), так что даже в отсутствие приложенного напряжения заполненные электронами состояния располагаются ниже этого плато. Поэтому найденная из $C(V)$ плотность состояний далека от таковой в идеальной квантовой яме.

Ширина пика фотолюминесценции на половине его высоты составляет $\sim 5 \text{ мэВ}$ при $T = 4.2 \text{ К}$ (размер светящегося пятна $\sim 100 \text{ мкм}$), что является довольно типичной величиной для таких структур. Вертикальная стрелка на рис. 5 показывает энергию электронов, которые дают основной вклад в фотолюминесценцию при 77 К . Видно, что эта энергия находится в начале резкого роста плотности двумерных состояний. Основной причиной, определяющей отклонение плотности состояний в наших структурах от идеальной, являются флуктуации состава квантовой ямы [12]. Ясно, что вклад в фотолюминесценцию вносят участки слоя твердого раствора, являющиеся наиболее глубокими ямами как для электронов, так и для дырок, т.е. участки с содержанием индия больше среднего значения. Поэтому средняя глубина квантовой ямы для электронов должна быть меньше, чем получается из наблюдений фотолюминесценции, что согласуется с результатом, приведенным на рис. 5. Отме-

тим, что масштаб спадаения комбинированной плотности состояний в окрестности E_g для подобных структур, измеренный с помощью фотопроводимости, составляет десятки мэВ [13].

Авторы благодарны И.А. Шеришевскому и В.И. Шашкину за полезные дискуссии.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 98-02-16625), МНТЦ "Физика твердотельных наноструктур" (гранты 97-1069, 97-1070) и CRDF (программа BRNE).

Приложение

Для нахождения плотности заряда в ансамбле квантовых точек можно воспользоваться статистическим подходом, развитым для многозарядных центров [14]. Рассмотрим одну квантовую точку. Обозначим через W_n вероятность нахождения в ней n электронов, а через N — максимальное число электронов, которые могут находиться в ней. Будем полагать температуру достаточно низкой, так что заселенностью возбужденных состояний можно пренебречь. В этом случае справедливо следующее соотношение:

$$\frac{W_n}{W_{n-1}} = g_n \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon_n}{kT}\right), \quad (\text{П.1})$$

где g_n — число способов размещения n -го электрона в квантовой точке, ε_n — изменение энергии квантовой точки при добавлении к ней n -го электрона. Используя (П.1) и равенство единице суммы W_n по всевозможным n , находим

$$W_n = \frac{\prod_{i=1}^n g_i \exp[(\mu - \varepsilon_i)/kT]}{1 + \sum_{n=1}^N \prod_{i=1}^n g_i \exp[(\mu - \varepsilon_i)/kT]}. \quad (\text{П.2})$$

Для нахождения электронного заряда на квантовой точке удобно ввести вероятность нахождения на ней не менее n электронов

$$w_n = \sum_{i=n}^N W_i = \frac{1}{1 + \gamma_n \exp[(\varepsilon_n - \mu)/kT]}, \quad (\text{П.3})$$

$$\gamma_n = \frac{1 + \sum_{n'=0}^{n-2} \prod_{i=n'}^{n-1} (1/g_i) \exp[(\varepsilon_i - \mu)/kT]}{g_n \left\{ 1 + \sum_{n'=n+1}^N \prod_{i=n+1}^{n'} g_i \exp[(\mu - \varepsilon_i)/kT] \right\}}. \quad (\text{П.4})$$

Если расстояние между энергетическими уровнями много больше kT , то

$$w_n \approx \frac{1}{1 + (1/g_n) \exp[(\varepsilon_n - \mu)/kT]}. \quad (\text{П.5})$$

Средний электронный заряд квантовой точки можно теперь записать в виде

$$\begin{aligned} q &= -e \sum_{n=0}^N w_n = -e \int d\varepsilon \sum_{n=0}^N \delta(\varepsilon - \varepsilon_n) w(\varepsilon) \\ &= -e \int d\varepsilon G_{\text{QD}}(\varepsilon) w(\varepsilon), \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где $G_{\text{QD}}(\varepsilon)$ — плотность состояний в квантовой точке,

$$\begin{aligned} w(\varepsilon) &= \frac{1}{1 + [1/g(\varepsilon)] \exp[(\varepsilon - \mu)/kT]}, \\ g(\varepsilon_n) &= g_n, \quad w(\varepsilon_n) = w_n. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Суммируя (П.6) по ансамблю квантовых точек, получаем (5). Отметим, что для основного и первого возбужденного состояний в самоорганизующихся точках гетеропары GaAs/InAs $g = 2$, а для следующих возбужденных состояний $g = 4$ [6]. Из-за сильного спин-орбитального взаимодействия для всех состояний дырок в этих точках $g = 2$ (это можно показать с помощью теории групп). Поскольку энергия в (9) определена с точностью до величины порядка kT , то, не совершая большой ошибки для таких структур, можно положить $g = 2$.

Список литературы

- [1] H. Kroemer, W.Y. Chen, J.S. Harris, D.D. Edwall. Appl. Phys. Lett., **36**, 295 (1980).
- [2] X. Letartre, D. Stievenard, E. Barbier. J. Appl. Phys., **69**, 7912 (1991).
- [3] В.Я. Алешкин, Е.В. Демидов, Б.Н. Звонков, А.В. Мурель, Ю.А. Романов. ФТП, **25**, 1047 (1991).
- [4] P.N. Brounko, S.G. Konnikov, T. Benyattou, G. Guillot. Phys. Low-Dim. Structur., **10/11**, 197 (1995).
- [5] G. Medeiros-Rebeiro, D. Leonard, P.M. Petroff. Appl. Phys. Lett., **66**, 1767 (1995).
- [6] M. Fricke, A. Lorke, J.P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro, P.M. Petroff. Europhys. Lett., **36**, 197 (1996).
- [7] Д.Н. Бычковский, О.В. Константинов. ФТП, **28**, 157 (1994).
- [8] E.H. Nicollian, J.R. Brews. *MOS (Metal Oxide Semiconductor) Physic and Technology* (John Wiley & Sons, N. Y., 1982) ch. 8.
- [9] А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. *Методы решения некорректных задач* (М., Наука, 1986).
- [10] В.И. Фистуль. *Сильно легированные полупроводники* (М., Наука, 1967).
- [11] Ч. Зи. *Физика полупроводниковых приборов* (М., Мир, 1984) т. 1.
- [12] И.А. Авруцкий, О.П. Осауленко, В.Г. Плотниченко, Ю.Н. Пырков. ФТП, **26**, 1907 (1992).
- [13] И.А. Карпович, В.Я. Алешкин, А.В. Аншон, Н.В. Байдусь, Л.М. Батукова, Б.Н. Звонков, С.М. Планкина. ФТП, **26**, 1886 (1992).
- [14] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М., Наука, 1990).

Редактор Л.В. Шаронова

Investigation of the electron density of states in quantum wells and quantum dot arrays by $C-V$ method

V.Ya. Aleshkin, N.A. Bekin, M.N. Buyanova,
B.N. Zvonkov*, A.V. Murel

Institute for Physics of Microstructures,
Russian Academy of Sciences,
603600 GSP-105, Nizhny Novgorod, Russia

* Physico-Technical Institute,
Nizhny Novgorod State University,
603600 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract A possibility of obtaining the electron density of states by capacitance-voltage characteristics in the quantum wells and in the quantum dot arrays, where fluctuations of composition and geometric sizes play the important role, has been studied. It is shown that original electron density of states cannot be found from capacitance-voltage characteristics, the procedure being incorrect from the mathematical point of view. The approximate method, which allows to find a "reduced" density of states, has been suggested. The "reduced" density of states has been shown to be close to the real one if the energy scale for changing real density of states is much more than the thermal energy kT . The suggested method has been applied to determine the density of states in the quantum well based on a $\text{In}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}/\text{GaAs}$ heterostructure.