

## Влияние конфигурации квантовой проволоки на электрон-фононное взаимодействие

© О.В. Кибис<sup>¶</sup>

Новосибирский государственный технический университет,  
630092 Новосибирск, Россия

(Получена 13 июля 1998 г. Принята к печати 15 марта 1999 г.)

Диссипация электрического тока на акустических фононах в одномерном проводнике носит активационный характер, причем энергия активации фононного рассеяния электрона зависит от пространственной конфигурации проводника. Поэтому надлежащим выбором формы проводника можно существенно ослабить рассеяние электронов на фононах и тем самым уменьшить фононный вклад в сопротивление.

Одной из приоритетных задач в современной физике полупроводников является создание структур с заданными значениями электрофизических параметров, важнейшим из которых является проводимость. Хорошо известно, что проводимость реальных структур ограничена процессами рассеяния на дефектах кристаллической решетки и на фононах. Современные технологии позволяют избавиться от дефектов кристаллической структуры, тогда как для уменьшения фононного рассеяния необходима разработка методики управления электрон-фононным взаимодействием. Ранее проведенные исследования [1,2] показали, что создавая искусственные кристаллические структуры с заданными параметрами энергетического спектра электронов или манипулируя энергетическим спектром электронов в двумерных и трехмерных системах с помощью внешних воздействий (квантующее магнитное поле, статическая деформация кристалла и др.), можно добиться существенного уменьшения матричных элементов электрон-фононного взаимодействия и тем самым подавить фононный механизм рассеяния.

Качественно иной (и существенно более эффективный) способ уменьшения рассеяния на фононах может быть реализован в проводящих одномерных структурах (квантовых проволоках) с нелинейной конфигурацией. Физическая причина влияния конфигурации квантовой проволоки (КП) на процессы фононного рассеяния электронов обусловлена тем, что потенциал любого элементарного взаимодействия в твердом теле (электрон-электронного, электрон-фотонного, электрон-фононного и т.д.) является трехмерным, тогда как поступательное движение электрона в КП является одномерным. Поэтому, задавая конфигурацией КП траекторию движения электрона в трехмерном пространстве, можно добиться качественного изменения эффективного потенциала взаимодействия, что впервые было отмечено в работе [3]. Последующие исследования [4,5] показали, что конфигурация проводника весьма критично влияет на процессы электрон-электронного и электрон-фотонного взаимодействия. Не является в этом смысле исключением и электрон-фононное взаимодействие. Как будет

показано далее, надлежащим выбором формы КП можно существенно ослабить процессы рассеяния электронов на акустических фононах.

Реальные КП представляют собой проводящий канал, погруженный в трехмерный кристалл. Поэтому фононное рассеяние в КП обусловлено взаимодействием с трехмерными фононами и потенциал электрон-фононного взаимодействия в точке  $\mathbf{r}$  в общем случае имеет вид

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \tilde{U}(\mathbf{q}) \exp(i \mathbf{q} \mathbf{r}) \exp[-i \tilde{\varepsilon}(\mathbf{q}) t / \hbar], \quad (1)$$

где  $\mathbf{q}$  — трехмерный волновой вектор фонона,  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{q})$  — энергия фонона, а явный вид функции  $\tilde{U}(\mathbf{q})$  зависит от выбора конкретной модели электрон-фононного взаимодействия. Волновая функция электрона в одномерном проводнике прямолинейной конфигурации есть

$$\psi_k(s, t) = \sqrt{1/L} \exp(ik s) \exp[-i \varepsilon(k) t / \hbar], \quad (2)$$

где  $k$  — волновое число, соответствующее движению электрона вдоль КП,  $s$  — отсчитываемая вдоль КП координата,  $L$  — длина КП,  $\varepsilon(k) = \hbar^2 k^2 / 2m$  — энергия электрона. В соответствии с известными квантово-механическими соотношениями время жизни  $\tau(k)$  для электрона в состоянии  $k$  при наличии возмущения (1) определяется выражением

$$\frac{1}{\tau(k)} = \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{\tau(k, \mathbf{q})}, \quad (3)$$

где величина

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau(k, \mathbf{q})} = & \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k'} \left\{ 1 - f[\varepsilon(k')] \right\} \\ & \times \left\{ \left| U_{k'k}^{(-)}(\mathbf{q}) \right|^2 \delta[\varepsilon(k') - \varepsilon(k) - \tilde{\varepsilon}(\mathbf{q})] \right. \\ & \left. + \left| U_{k'k}^{(+)}(\mathbf{q}) \right|^2 \delta[\varepsilon(k') - \varepsilon(k) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{q})] \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

определяет время жизни электрона  $\tau(k, \mathbf{q})$  в состоянии  $k$  при взаимодействии с фононом  $\mathbf{q}$ . Здесь  $f[\varepsilon(k)]$  —

<sup>¶</sup> E-mail: Fax: 7-3832-460209

E-mail: Oleg.Kibis@nstu.ru

функция распределения Ферми–Дирака,

$$U_{k'k}^{(\pm)}(\mathbf{q}) = \frac{\tilde{U}^{(\pm)}(\mathbf{q})}{L} \times \int_{-L/2}^{L/2} \exp\{i[q_x x(s) + q_y y(s) + q_z z(s)]\} \times \exp[i(k - k')s] ds \quad (5)$$

есть матричный элемент потенциала электрон-фононного взаимодействия (1) при переходе электрона из состояния  $k$  в состояние  $k'$ , знаки "±" у матричного элемента соответствуют процессам излучения и поглощения фонона, а  $x(s)$ ,  $y(s)$ ,  $z(s)$  — декартовы координаты точки  $s$  на одномерном проводнике. Будем рассматривать КП, погруженную в трехмерный изотропный упругий континуум, характеризуемый плотностью  $\rho$  и продольной скоростью звука  $v_l$ , причем фермиевская скорость электронов в КП  $v_F \gg v_l$ . Взаимодействие электронов с акустическими фононами будем описывать в рамках метода деформационного потенциала, так что (1) принимает вид

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \Xi \operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{q}), \quad (6)$$

где  $\Xi$  — константа деформационного потенциала, а  $\mathbf{u}(\mathbf{q})$  — вектор деформации упругой среды для фонона с волновым вектором  $\mathbf{q}$ . Для потенциала взаимодействия (6) величина  $\tilde{U}^{(-)}(\mathbf{q})$  составляет

$$\tilde{U}^{(-)}(\mathbf{q}) = \left[ \frac{\hbar n(q) q}{2V \rho v_l} \right]^{1/2} \Xi, \quad (7)$$

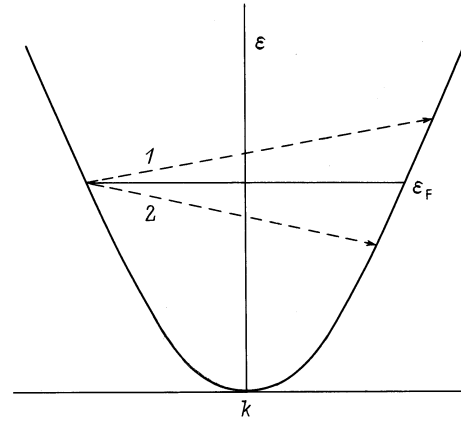
где  $n(q)$  — фононное число заполнения, описываемое функцией Бозе–Эйнштейна,  $V$  — объем трехмерного упругого континуума. Величина  $\tilde{U}^{(+)}(\mathbf{q})$ , соответствующая процессу излучения фонона, получается из (7) формальной заменой  $n(q)$  на  $n(q) + 1$ . С учетом (4)–(7) выражение (3) принимает вид

$$\frac{1}{\tau(k)} = \frac{\pi \Xi^2}{\rho v_l L^2 V} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{k'} q \left\{ 1 - f[\varepsilon(k')] \right\} |J(k, k', \mathbf{q})|^2 \times \left\{ n(q) \delta[\varepsilon(k') - \varepsilon(k) - \tilde{\varepsilon}(\mathbf{q})] + [n(q) + 1] \delta[\varepsilon(k') - \varepsilon(k) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{q})] \right\}, \quad (8)$$

где

$$J(k', k, \mathbf{q}) = \int_{-L/2}^{L/2} \exp\{i[q_x x(s) + q_y y(s) + q_z z(s)]\} \times \exp\{i(k - k')s\} ds.$$

Поскольку в КП поверхность Ферми состоит только из двух точек, диссипация электрического тока в КП



Процессы фононного рассеяния электрона вблизи энергии Ферми  $\varepsilon_F$  в прямолинейной квантовой проволоке: 1 — с поглощением фонона, 2 — с испусканием фонона.

происходит благодаря рассеянию электронов из одной ферми-точки в другую ферми-точку. Очевидно, что в КП прямолинейной конфигурации такие процессы рассеяния обусловлены взаимодействием электронов с фононами, волновой вектор которых  $q \geq 2k_F$ . Поскольку энергия таких фононов  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{q}) \geq \tilde{\varepsilon}(2k_F)$  и существенно отличается от нуля при заданном значении фермиевского волнового числа  $k_F$ , процесс рассеяния электронов на акустических фононах в КП является неупругим процессом в отличие от процессов рассеяния на акустических фононах в двумерных и трехмерных системах, что приводит к качественно иной картине диссипации тока в КП при низких температурах

$$T \ll \tilde{\varepsilon}(2k_F)/K_B, \quad (9)$$

где  $\tilde{\varepsilon}(2k_F) = 2\hbar v_l k_F$ ,  $K_B$  — постоянная Больцмана. Вероятность рассеяния, обусловленного поглощением фонона (процесс 1 на рисунке), экспоненциально мала, поскольку при низких температурах (9) мало фононов с энергией  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{q}) \geq \tilde{\varepsilon}(2k_F)$ . Вероятность рассеяния, обусловленного испусканием фонона (процесс 2 на рисунке), экспоненциально мала из-за принципа Паули, поскольку при температурах, соответствующих (9), область теплового размытия функции распределения Ферми–Дирака вблизи уровня Ферми существенно меньше, чем минимальная энергия испускаемого фонона  $\tilde{\varepsilon}(2k_F)$ . Поэтому при выполнении условия (9) вероятность фононного рассеяния электрона

$$W \propto \exp\left(-\frac{2\hbar v_l k_F}{K_B T}\right). \quad (10)$$

Из соотношения (10) и приведенных к нему качественных рассуждений следует, что фононное рассеяние электронов в КП носит активационный характер, а энергия активации фононного механизма рассеяния в КП прямолинейной конфигурации есть

$$\varepsilon_{a0} = 2\hbar v_l k_F. \quad (11)$$

Вычисляя по формуле (8) время жизни электрона на уровне Ферми  $\tau(k_F)$  в КП прямолинейной конфигура-

ции для изображенных на рисунке процессов рассеяния, получим при выполнении условия (9) выражение

$$\frac{1}{\tau(k_F)} = \frac{4\Xi^2 m K_B T k_F}{\pi \rho v_l^2 \hbar^3} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{a0}}{K_B T}\right), \quad (12)$$

которое находится в полном согласии с качественным анализом. Меняя конфигурацию КП, можно существенно увеличить энергию активации фононного рассеяния, тем самым расширив температурный диапазон, в пределах которого фононный вклад в сопротивление экспоненциально мал. В качестве конкретного примера рассмотрим КП, имеющую форму винтовой линии. Поскольку кривизна такой КП одинакова во всех точках, волновой вектор электрона вдоль винтовой КП является сохраняющейся величиной точно так же, как и волновой вектор электрона вдоль прямолинейной КП. В связи с этим ранее записанное для прямолинейной КП соотношение (8) сохраняет свою силу и для винтовой КП, где

$$x(s) = R \cos(2\pi s/l), \quad y(s) = R \sin(2\pi s/l), \quad z(s) = sh/l,$$

$R$  — радиус винтовой линии,  $h$  — шаг винтовой линии,  $l = \sqrt{4\pi^2 R^2 + h^2}$  — длина витка винтовой линии. Вычисляя для винтовой КП время жизни электрона на уровне Ферми по формуле (8), получим при  $K_B T \ll \varepsilon_a$  и  $K_B T \ll \hbar v_l / R$  выражение

$$\frac{1}{\tau(k_F)} = \frac{4\Xi^2 m K_B T k_F}{\pi \rho v_l^2 \hbar^3} \left(\frac{l}{h}\right)^3 \exp\left(-\frac{\varepsilon_a}{K_B T}\right), \quad (13)$$

где энергия активации фононного рассеяния электрона в винтовой КП (энергия фонона, перебрасывающего электрон из одной ферми-точки в другую ферми-точку винтовой КП) есть

$$\varepsilon_a = \frac{2\hbar v_l k_F l}{h}. \quad (14)$$

Сопоставляя энергии активации (11) и (14), получаем

$$\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}} = \frac{l}{h}. \quad (15)$$

Из соотношений (13)–(15) следует, что для увеличения времени жизни на уровне Ферми  $\tau(k_F)$  и связанного с этим увеличения проводимости необходимо изготовить КП винтовой конфигурации с малыми значениями параметров  $h/l$  и  $R$ . В частности, при гелиевых температурах и  $k_F \simeq 10^6 \text{ см}^{-1}$ ,  $v_l \simeq 10^6 \text{ см/с}$ ,  $R \simeq 10^{-6} \text{ см}$ ,  $h/l \simeq 10^{-2}$  из (12) и (13) следует, что обусловленное фононным рассеянием транспортное время релаксации электрона на уровне Ферми в винтовой КП на десятки порядков превышает время релаксации в аналогичной КП прямолинейной конфигурации.

При выводе основных соотношений данной работы использовалось одноэлектронное приближение, которое справедливо, если электронную систему можно рассматривать как газ Ферми. В то же время известно, что образование электронной жидкости в одномерном

проводнике (жидкость Томонага–Латтинжера) приводит к качественному изменению энергетического спектра элементарных возбуждений электронной системы по сравнению с энергетическим спектром газа Ферми (см., например, обзор [6]), в связи с чем необходимо сформулировать критерий применимости одноэлектронного приближения к решаемой в данной работе задаче. В случае рассматриваемой нами винтовой КП одноэлектронное приближение заведомо справедливо для изображенных на рисунке электрон-фононных процессов, если энергия таких фононов (14) существенно превышает характерную энергию электрон-электронного взаимодействия  $e^2/\epsilon r$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды,  $r = \pi/k_F$  — расстояние между электронами. В явной форме записи этот критерий имеет вид

$$\frac{e^2}{2\pi\hbar v_l \epsilon l} \frac{h}{l} \ll 1$$

и выполняется, в частности, при значениях параметров, использованных для ранее проведенной оценки величины  $\tau(k_F)$  в винтовой КП. Поэтому сделанный вывод о сильном подавлении фононной диссипации тока в винтовой КП сохраняет свою силу и при учете электрон-электронного взаимодействия.

## Список литературы

- [1] О.В. Кибис, М.В. Энтин. ФТП, **28**, 584 (1994).
- [2] О.В. Кибис. ФТП, **32**, 730 (1998).
- [3] O.V. Kibis. Phys. Lett. A, **166**, 393 (1992).
- [4] О.В. Кибис. ФТТ, **34**, 3511 (1992).
- [5] О.В. Кибис, Д.А. Романов. ФТТ, **37**, 127 (1995).
- [6] E. Abrahams. Physica B, **197**, 435 (1994).

Редактор Т.А. Полянская

## Influence of quantum wire configuration on electron-phonon interaction

O.V. Kibis

Novosibirsk State Technical University,  
630092 Novosibirsk, Russia

**Abstract** Interaction between electrons and acoustic phonons in one-dimensional conductor has an activation character, and the activation energy of electron-phonon scattering depends on the conductor configuration. From this follows that the right choice of the conductor configuration weakens electron-phonon scattering which leads to low phonon resistance of the conductor.