

Квантование магнитной индукции в 2D-системе в условиях квантового эффекта Холла

© Г.Г. Зегря

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 1 марта 1999 г. Принята к печати 2 марта 1999 г.)

В работе показано, что в 2D-системе, помещенной во внешнее поперечное магнитное поле H , вследствие эффекта де-Гааза–ван-Альфвена магнитная индукция B , при некоторых условиях, может принимать лишь определенные, дискретные, значения, т.е. она "квантуется". При этом зависимость $B(H)$ состоит из скачков и плато. На плато $B(H) = \text{const}$. Вследствие квантования магнитной индукции $B(H)$ возможно квантование холловского сопротивления $\rho_{xy}(H)$.

1. Введение

Система двумерных (2D) электронов в поперечном квантующем магнитном поле по-прежнему привлекает к себе внимание в связи с наблюдением квантового эффекта Холла (КЭХ) [1]. За последние несколько лет внимание сосредоточено на исследовании основного состояния 2D-электронов при низких температурах и больших значениях внешнего магнитного поля [2–9]. Считается, что основное состояние 2D-электронов в сильном квантующем магнитном поле при определенных условиях является ферромагнитным [8]. Однако отсутствует качественный и количественный анализ влияния сильного магнетизма 2D-электронов на кинетические явления. Из-за возможности сильного магнетизма 2D-электронов возникает вопрос, какая из величин, магнитная индукция B или напряженность магнитного поля H , должна входить в выражение для холловской (σ_{xy}) и омической (σ_{xx}) проводимости 2D-электронов в случае наблюдения КЭХ.

Электроны в 2D-системе движутся в плоскости (x, y) по ларморовским орбитам (магнитное поле направлено вдоль оси z — геометрия КЭХ). Поэтому создаваемое ими магнитное поле усредняется по областям с размерами порядка радиуса Лармора r_L [11]. Среднее расстояние между электронами меньше или порядка r_L . Следовательно, поле, действующее на 2D-электроны, есть среднее микроскопическое поле, т.е. не что иное, как индукция B [10–13]. Таким образом, при больших значениях магнитной восприимчивости χ в формулы для $\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ и $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$, а также для магнитного момента M следует вместо H подставить B . При этом зависимость индукции B от макроскопической напряженности магнитного поля H ($B(H)$) находится из уравнения [13]

$$H = B - 4\pi M(B). \quad (1)$$

Чтобы решить это уравнение, необходимо знать зависимость $M(B)$.

2. Эффект де-Гааза–ван-Альфвена для 2D-носителей заряда в модели ферми-жидкости

В сильных магнитных полях двумерные электроны можно рассматривать как своего рода ферми-жидкость. В такой 2D-системе при низких температурах существенную роль играют эффекты взаимодействия возбуждений между собой. Ниже в рамках модели изотропной ферми-жидкости будет рассмотрен эффект де-Гааза–ван-Альфвена для 2D-электронов в поперечном магнитном поле. (При $T = 0$ эффект де-Гааза–ван-Альфвена для 2D-газа носителей впервые был рассмотрен Пайерлсом [14]. Результат Пайерлса подробно проанализирован в [11,15] и состоит в том, что магнитный момент 2D-электронов M как функция магнитного поля H изменяется скачком каждый раз, когда уровень Ферми E_F пересекает уровень Ландау или когда фактор заполнения Ландау равен целому числу. При конечных температурах эффект де-Гааза–ван-Альфвена, в рамках модели невзаимодействующих электронов, рассмотрен в [16]). Будем считать, что при интересующих нас больших концентрациях 2D-носителей дальнедействующая часть кулоновского взаимодействия экранирована. Следовательно, к 2D-электронам может быть применена модель изотропной ферми-жидкости [17,18]. В целом в применении к пространственно однородным состояниям теория ферми-жидкости Ландау [19] справедлива и в случае кулоновского взаимодействия между частицами [17].

Поскольку элементарные возбуждения, обладающие спином, имеют магнитный момент, то ферми-жидкость должна быть магнетиком [11,19,20]. В изотропном случае жидкость может быть парамагнетиком или ферромагнетиком [20]. Ниже будет показано, что именно ферми-жидкостные эффекты существенно влияют на парамагнитную часть восприимчивости [18,19].

Следуя работам [11,18], получаем следующее выражение для осциллирующей части магнитного момента

2D-электронов:

$$M = \frac{\pi}{1 + Z_0} \frac{eT}{\hbar cd} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\text{sh}(2\pi^2 kT/\hbar\omega_c)} \sin\left(2\pi k \frac{B_0}{B}\right), \quad (2)$$

где d — ширина квантовой ямы, $B_0 = \Phi_0 n_e \equiv \hbar c n_e / e$, Φ_0 — квант магнитного потока, n_e — двумерная концентрация электронов, e — заряд электрона, c — скорость света, \hbar — постоянная Планка, $\omega_c = eB/mc$, m — эффективная масса электрона, T — температура в энергетических единицах; в (2) мы выразили отношение $E_F/\hbar\omega_c$ через B_0/B ($E_F/\hbar\omega_c = B_0/B$).

Величина Z_0 пропорциональна константе обменного взаимодействия между электронами; она отрицательна и может быть близка к -1 [11]. При этом осциллирующие части магнитного момента и магнитной восприимчивости резко возрастают. Такое поведение M и χ связано со следующим. Согласно принципу Паули, электроны стремятся занимать состояния с противоположно направленными спинами. Если же взаимодействие электронов зависит от спинов и при этом спины выстраиваются параллельно ($Z_0 < 0$), то при значительной величине Z_0 уменьшение энергии за счет взаимодействия может превысить увеличение кинетической энергии за счет перераспределения электронов по состояниям [11]. При этом может возникнуть новое состояние 2D-системы с отличным от нуля полным спином [11].

Ниже мы рассмотрим случай, когда Z_0 очень близко к -1 ($Z_0 + 1 \ll 1$). В этом случае магнитная восприимчивость 2D-системы становится большой. Соответственно большим становится и магнитный момент M .

В результате это приводит к важному следствию. Амплитуда осцилляций магнитного момента M резко возрастает. На рис. 1 представлена зависимость магнитного момента от магнитной индукции B , вычисленная по формуле (2) (для расчета мы взяли значение $1 + Z_0 = 2 \cdot 10^{-4}$). Магнитный момент как функция B изменяется скачком. Скачки происходят при значениях магнитной индукции, определяемых условием

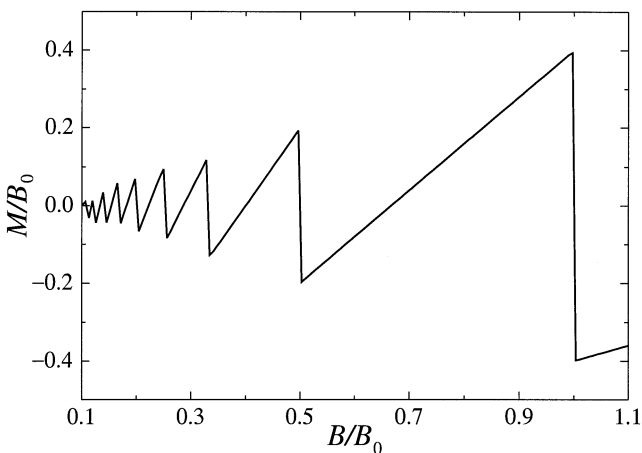


Рис. 1. Зависимость магнитного момента M от магнитной индукции B .

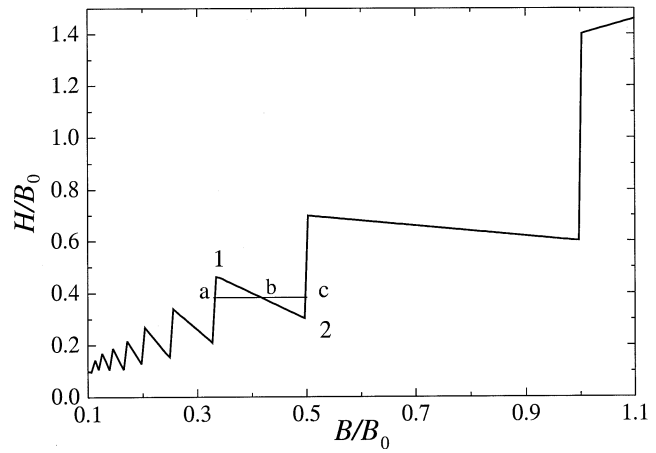


Рис. 2. Зависимость макроскопической напряженности магнитного поля $H = B - 4\pi M(B)$ от магнитной индукции B . Буквами a, b, c отмечены значения B_a, B_b, B_c .

$B = B_0/p$, где p — целое число, $p = 1, 2, 3, \dots$ или, что то же самое, когда уровень Ферми пересекает уровень Ландау [14]. При этом, согласно (1), мы приходим к осцилляционной зависимости напряженности магнитного поля H от индукции B , как это изображено на рис. 2. Из этого рисунка следует, что появляется область значений H , которым соответствуют три разных значения B (B_a, B_b и B_c). Такая неоднозначность свидетельствует о неустойчивости состояния, аналогичной той, какая имеет место в случае кривой уравнения состояния вещества Ван-дер-Ваальса $P(V)$ [11,14,21]. Как и в случае уравнения Ван-дер-Ваальса, так и в рассматриваемом нами случае имеется термодинамическое неравенство $\partial H/\partial B > 0$, которое запрещает участок 1–2 на рис. 2 [13]. Так же, как кривая Ван-дер-Ваальса описывает фазовый переход первого рода из газа в жидкость, кривая $H(B)$ на рис. 2 описывает последовательные фазовые переходы со скачкообразным изменением магнитной индукции B [21,22]. Каждый раз при достижении такой точки, как a (см. рис. 2), индукция изменяется скачком от значения B_a до значения B_c . При этом разность равна $B_c - B_a = B_0/p$, то есть является кратной величине $B_0 = \hbar c n_e / e$, где p — целое число.

Итак, условием скачков индукции является появление таких участков на кривой зависимости $H(B)$, где $\partial H/\partial B < 0$:

$$\frac{\partial H}{\partial B} = 1 - 4\pi \frac{\partial M(B)}{\partial B} \equiv 1 - 4\pi\chi < 0, \quad (3)$$

$$\chi > 1/4\pi.$$

Скачок индукции происходит в постоянном внешнем поле H и определяется равенством свободных энергий в заданном поле. Равновесной кривой зависимости напряженности магнитного поля от индукции соответствует прямолинейный горизонтальный отрезок ac (рис. 2),

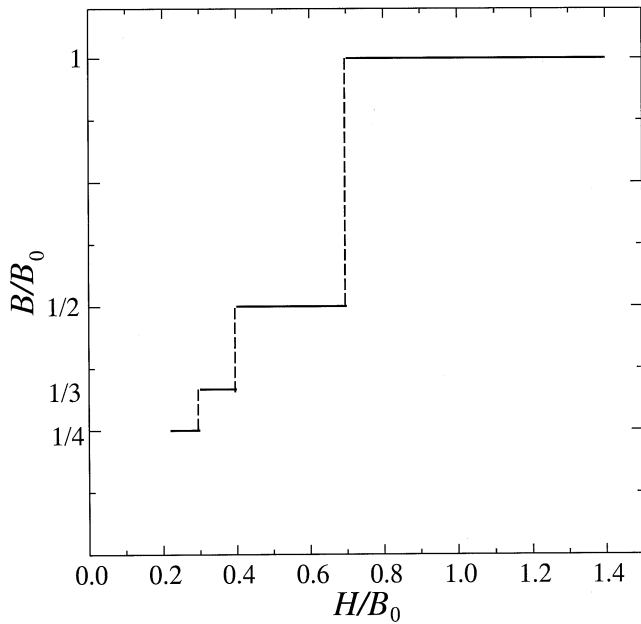


Рис. 3. Зависимость $B(H)$, состоящая из плато ($B_0/p = \text{const}$) и скачков ($B_0 = n_e hc/e$, $p = 1, 2, 3, \dots$).

проведенный так, чтобы площади треугольников $a1b$ и $b2c$ были равны [23] (правило Максвелла). В этом случае кривая $B(H)$ состоит из плато и скачков (рис. 3). При этом расстояние между плато является кратным величине $B_0 = B_0/p \equiv \text{const}$ (p — целое число). Итак, мы получили, что в 2D-системе вследствие эффекта де-Гааза–ван-Альфвена магнитная индукция B может принимать лишь определенные, дискретные, значения (см. рис. 3)

$$B = \frac{B_0}{p}. \quad (4)$$

При данной концентрации 2D-электронов n_e максимальное значение "кванта" магнитной индукции равно B_0 . Следует отметить, что температурные поправки к концентрации 2D-электронов, а следовательно и к B_0 экспоненциально малы при $T \ll E_F$. Поэтому точность квантования магнитной индукции достаточно высока. Итак, при изменении напряженности внешнего магнитного поля H 2D-система электронов испытывает последовательные фазовые переходы со скачкообразным изменением магнитной индукции B .

Важно отметить, что температура, а также взаимодействие между электронами не влияют на период осциллирующий магнитного момента [11,12]. Это значит, что расстояние между плато на кривой $B(H)$ при этих условиях не меняется. При повышении температуры изменяется амплитуда осциллирующий магнитного момента. Амплитуда осциллирующий M убывает, ширина плато на зависимости $B(H)$ уменьшается. Итак сформулируем основной результат: в 2D-системе, в результате эффекта де-Гааза–ван-Альфвена, магнитная индукция B в зависимости от внешнего магнитного поля H имеет вид плато и скачков

(рис. 3). Расстояние между плато на зависимости $B(H)$ не зависит ни от температуры, ни от рассеяния электронов на фононах и примесях. Однако ширина плато от этих факторов зависит — с ростом температуры ширина плато уменьшается и при некоторой температуре плато исчезает. И наоборот, с ростом концентрации примесей ширина плато должна возрастать.

3. Влияние эффекта де-Гааза–ван-Альфвена на кинетические коэффициенты 2D-электронов

Обычно в выражениях для кинетических коэффициентов двумерных электронов σ_{xx} и σ_{xy} в качестве действующего магнитного поля фигурирует внешнее магнитное поле H . Эффект де-Гааза–ван-Альфвена приводит к большой величине магнитного момента и магнитной восприимчивости 2D-электронов. При этом индукция B внутри 2D-системы отличается от внешнего магнитного поля H . Следовательно, в выражениях для σ_{xx} и σ_{xy} следует заменить H на B .

Если в выражение для холловского сопротивления ρ_{xy} подставить значение B из (4), то получим

$$\rho_{xy} = \frac{B}{n_e e c} = \frac{h}{e^2 p}. \quad (5)$$

Итак, квантование холловского сопротивления возможно благодаря квантованию магнитной индукции B . Оба эти явления (и квантование магнитной индукции, и квантование холловского сопротивления) возникают в результате эффекта де-Гааза–ван-Альфвена.

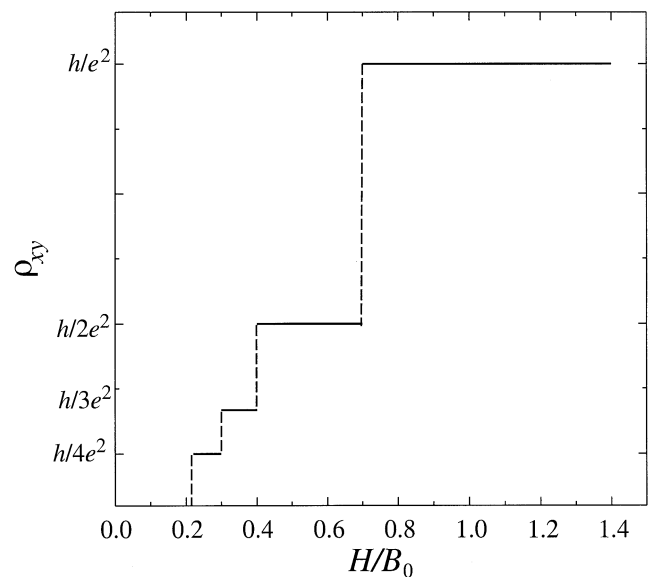


Рис. 4. Зависимость холловского сопротивления ρ_{xy} от напряженности внешнего магнитного поля H .

Зависимость ρ_{xy} от напряженности внешнего магнитного поля H имеет вид, аналогичный зависимости $B(H)$ (рис. 3), и состоит из скачков и плато (рис. 4). На плато $\rho_{xy} = h/e^2 p = \text{const}$. Расстояние между платоратно величине h/e^2 . Зависимость ρ_{xy} от внешнего магнитного поля H целиком повторяет зависимость $B(H)$. С ростом температуры ширина плато на зависимости ρ_{xy} от H уменьшается. При высоких температурах плато исчезают. На ширину плато $\rho_{xy}(H)$ также влияет рассеяние электронов на фононах и примесях. Поскольку на плато $\rho_{xy}(H)$ магнитная индукция $B = B_0/p$ постоянна, то постоянен и химический потенциал μ . А так как химический потенциал находится при этом в области локализованных состояний, то $\rho_{xx} = 0$. В момент скачка индукции возникает делокализованные состояния и $\rho_{xx} \neq 0$. Далее, на плато $(B, \mu) = \text{const}$ и по-прежнему $\rho_{xx} = 0$.

Таким образом, квантование холловского сопротивления ρ_{xy} и равенство нулю омического сопротивления ρ_{xx} , возможно, связаны с квантованием магнитной индукции B . При этом мы получаем целочисленное квантование холловского сопротивления ρ_{xy} .

В заключение я хотел бы принести глубокую благодарность В.Н. Головачу, А.В. Горбатюку, Н.А. Гунько, В.И. Перелю, А.С. Полковникову и Р.А. Сурису за поддержку и критические замечания. Также я хотел бы поблагодарить М.Ф. Брыжину за помощь в подготовке рукописи.

Список литературы

- [1] K. von Klitzig, G/ Dorda, M. Pepper. Phys. Rev. Lett., **45**, 494 (1980).
- [2] V.I. Halperin, P.A. Lee, N. Read. Phys. Rev. B, **47**, 7312 (1993).
- [3] S.L. Sondhi, A. Karlhede, S.A. Kivelson, E.H. Rezay. Phys. Rev. B, **47**, 16419 (1993).
- [4] H.A. Fertig, L. Brey, R. Côté, A.H. MacDonald. Phys. Rev. B, **50**, 11 018 (1994).
- [5] K. Moon, H. Mori, Kun Yang, et al. Phys. Rev. B, **51**, 5138 (1995).
- [6] Yu.A. Bychkov, T. Maniv, I.D. Vagner. Phys. Rev. B, **53**, 10 148 (1996).
- [7] С.В. Иорданский, С.Г. Плясунов. ЖЭТФ, **112**, 1899 (1997).
- [8] С.В. Иорданский. Письма ЖЭТФ, **66**, 178 (1997).
- [9] W. Apel, Yu.A. Bychkov. Phys. Rev. Lett., **78**, 2188 (1997).
- [10] D. Schönberg. Phil. Trans. Roy. Soc. A, **255**, 85 (1962).
- [11] А.А. Абрикосов. *Основы теории металлов* (М., Наука, 1987).
- [12] И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов. *Электронная теория металлов* (М., Наука, 1971).
- [13] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред*(М., Наука, 1982).
- [14] R.E. Peierls. Phys. Z., **81**, 186 (1933).
- [15] К. Хуанг. *Статистическая механика* (М., Мир, 1966) [Kerson Huang. *Statistical Mechanics* (John Wiley and Sons, New York, 1963)].
- [16] W. Zawadzki. Solid State Comm., **47**, 317 (1983).

- [17] В.П. Силин. ЖЭТФ, **33**, 495 (1957).
- [18] Ю.А. Бычков, Л.П. Горьков. ЖЭТФ, **41**, 1592 (1961).
- [19] Л.Д. Ландау. ЖЭТФ, **30**, 1058 (1956).
- [20] А.А. Абрикосов, И.М. Халатников. УФН, **66**, 177 (1958).
- [21] J.H. Condon. Phys. Rev., **145**, 526 (1966).
- [22] A.V. Pippard. Proc. Roy. Soc. A, **272**, 192 (1963).
- [23] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Статистическая физика* (М., Наука, 1978) Ч. 2.

Редактор Т.А. Полянская

Quantization of magnetic induction in a two-dimensional electron system under quantum Hall effect conditions

G.G. Zegrya

A.F. Ioffe Physicotechnical Institute
194021 St. Petersburg Russia