

# Анализ механизмов рассеяния электронов в сверхрешетке GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с легированными квантовыми ямами при продольном резонансном токопереносе в области сильных электрических полей и низких температур

© С.И. Борисенко, Г.Ф. Караваев

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова,  
634050 Томск, Россия

(Получена 6 июля 1998 г. Принята к печати 7 июля 1998 г.)

Получены формулы и проведен численный анализ зависимости поперечного времени фазовой релаксации от энергии электронов при резонансном протекании тока через сверхрешетку на основе GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с легированными квантовыми ямами. Параметры выбирались близкими к соответствующим параметрам сверхрешеток, используемых для создания фотодиодов с  $\lambda \simeq 10$  мкм. Рассмотрение ограничивалось взаимодействием электронов с нейтральными атомами и ионами примеси при низких температурах. Резонансное протекание тока обеспечивается электрическим полем, приводящим в резонансное положение основной и первый возбужденный энергетические уровни "штарковской лестницы" соседних, слабо взаимодействующих квантовых ям.

В связи с возможностью использования сверхрешеток (СР) типа GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As со слабо взаимодействующими квантовыми ямами (КЯ) для создания фотодетекторов инфракрасного (ИК) излучения [1–5] и генераторов сверхвысоких частот [6–9] кинетические свойства последних в продольном оси СР электрическом поле в настоящее время интенсивно изучаются как экспериментально, так и теоретически. Наибольший интерес с точки зрения повышения фоточувствительности представляет область сильных электрических полей, приводящая к "штарковскому" квантованию подзон в зоне проводимости [1]. В этом случае вольт-амперная характеристика (ВАХ) токопереноса является существенно нелинейной и при наличии достаточно высокой концентрации электронов в квантовой яме ВАХ имеет специфические осцилляционные структуры [10,11]. Последние, как показал анализ [10,12], связаны с появлением у стенки анода домена сильного поля. Согласно работам последних лет [13–16], протекание тока в этих доменах определяется в общем случае нерезонансными переходами электронов между соседними КЯ. Однако если домен с ростом прикладываемого напряжения охватывает всю СР, то протекание тока через него может иметь резонансный характер [15]. Условием резонансного протекания тока является приведение за счет электрического поля в резонансное положение нижнего и одного из возбужденных состояний штарковской лестницы соседних КЯ [17].

До настоящего времени теоретический анализ роли различных механизмов рассеяния, влияющих на протекание продольного тока в СР, в основном касался протекания по первой минизоне в области классических электрических полей [18–21]. Влияние различных механизмов рассеяния на резонансное и нерезонансное протекание тока в домене сильного поля сверхрешетки практически не исследовалось.

В данной работе проведен численный анализ и представлены формулы для поперечного времени фазовой релаксации [17] при протекании продольного тока в сверхрешетке GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с прямой запрещенной зоной в барьере для случая, когда электрическое поле соответствует последовательному резонансному туннелированию электронов между основным и первым возбужденным состояниями соседних КЯ. Исходя из режима работы фотодетекторов, использующих данные СР [1], анализ проводился для низких температур с учетом упругого рассеяния электронов на ионах примеси и нейтральных атомах. Из анализа экспериментальных данных для плотности темнового тока в области резонансного протекания получена оценка для матричного элемента, определяющего вероятность туннельного перехода электронов между соседними КЯ.

## 1. Время фазовой релаксации

Как известно, в сильном электрическом поле с учетом периодических граничных условий волновая функция электронов локализуется, что приводит к эффекту штарковского квантования. Этот эффект особенно заметен в случае узких зон, каковыми являются подзоны в сверхрешетках, используемых в фотодетекторах ИК излучения. Согласно теории [17], в этом случае энергия движения электрона вдоль поля, направленного параллельно оси СР, описывается двумя квантовыми числами

$$E_{in} = E_i - eFdn, \quad (1)$$

где  $i$  — номер состояния в элементарной ячейке СР с номером  $n$ ,  $(-e)$  — заряд электрона,  $F$  — напряженность электрического поля,  $d$  — период СР. Значению энергии

$E_{in}$  соответствует волновая функция

$$\tilde{W}_{in}(z) = \sum_j C_{ij}(F)W_{jn}(z), \quad (2)$$

где

$$W_{in}(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q e^{-iqdn} \Psi_{iq}(z) \quad (3)$$

есть функция Ванье;  $\Psi_{iq}$  — одномерная волновая функция блоховского вида, соответствующая энергии  $E_{iq}$  с номером зоны  $i$  и волновым числом  $q$ ;  $N$  — число периодов сверхрешетки вдоль ее оси. Значения энергии  $E_i$  и коэффициенты  $C_{ij}$ , зависящие от поля, находятся из решения уравнений

$$\sum_j \left[ (I_{i0} - E) \delta_{ij} - eF Z_{ij} \right] C_{ji} = 0, \quad (4)$$

где

$$I_{i0} = \frac{1}{N} \sum_q E_{iq} \quad (5)$$

есть среднее значение энергии в минизоне с номером  $i$ ,

$$Z_{ij} = \langle W_{i0} | z | W_{j0} \rangle \int_L W_{i0}^* z W_{j0} dz \quad (6)$$

— матричный элемент оператора координаты вдоль оси CP,  $L = Nd$  — длина CP вдоль оси симметрии.

Для CP, состоящей из слабо взаимодействующих квантовых ям, резонансное значение плотности электрического тока  $j_r$ , обусловленного электронными переходами между основным и первым возбужденным состояниями соседних КЯ, описывается формулой [17]

$$j_r = en \langle \tau_{\perp} \rangle \tilde{d} |\tilde{\Omega}_{12'}|^2, \quad (7)$$

где

$$\tilde{d} = \langle \tilde{W}_{21} | z | \tilde{W}_{21} \rangle - \langle \tilde{W}_{10} | z | \tilde{W}_{10} \rangle \quad (8)$$

— параметр, близкий по величине к периоду сверхрешетки  $d$ ;

$$\begin{aligned} \hbar \Omega_{12'} &= \langle \tilde{W}_{10} | H_0 - eFz | \tilde{W}_{21} \rangle \\ &= \sum_{ij} C_{i1}^* C_{j2} \left( I_{i1} \delta_{ij} - eF \langle W_{i0} | z | W_{j1} \rangle \right) \end{aligned} \quad (9)$$

— матричный элемент туннельного перехода, определяющий вероятность такого перехода между соседними КЯ,  $H_0$  — оператор Гамильтона CP в отсутствие электрического поля, собственными функциями которого являются функции  $\Psi_{iq}$ ;

$$I_{i1} = \frac{1}{N} \sum_q e^{iqd} E_{iq}; \quad (10)$$

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{1}{2\pi^2 dn} \int \frac{\tau_{\perp}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}}{\exp\{[\varepsilon(\mathbf{k}) - \xi]/k_0 T\} + 1} \quad (11)$$

— усредненное по равновесному распределению поперечное время фазовой релаксации;

$$n = \frac{m^* k_0 T}{\pi \hbar^2 d} \ln \left[ 1 + \exp(\xi/k_0 T) \right] \quad (12)$$

— концентрация электронов в приближении изолированных КЯ при  $k_0 T \ll E_2 - E_1$ ;  $\varepsilon(\mathbf{k}) = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / 2m^*$  — энергия поперечного движения электрона в приближении эффективной массы;  $\mathbf{k}$  — двумерный волновой вектор;  $\xi$  — уровень Ферми.

Поперечное время фазовой релаксации как функция вектора  $\mathbf{k}$  определяется выражением [17]

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{\pi}{\hbar} \sum_{k'} \left| U_{kk'}^{1010} - U_{kk'}^{2121} \right|^2 \delta(\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}')), \quad (13)$$

где

$$U_{kk'}^{imjn} = \langle \Psi_{kim} | U(r) | \Psi_{k'jn} \rangle \quad (14)$$

— матричный элемент от оператора рассеяния

$$U(r) = \sum_{\alpha} V(r - R_{\alpha}) \quad (15)$$

в базисе волновых функций

$$\Psi_{kim} = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{ikr_{\perp}} \tilde{W}_{im}(z), \quad (16)$$

описывающих как финитное движение электронов вдоль оси CP, так и свободное — в поперечном направлении. В (15), (16)  $V(r - R_{\alpha})$  — энергия взаимодействия электрона с примесным центром, находящимся в точке  $R_{\alpha}$ ,  $S$  — площадь поперечного сечения CP. Горизонтальная черта в формуле (13) означает усреднение по координатам рассеивающих центров. Формула (13) записана без учета рассеяния между основным и первым возбужденным состояниями внутри одной ямы, которым ввиду его малости при упругом рассеянии будем пренебрегать.

С учетом формул (2), (3) матричный элемент оператора рассеяния можно представить в виде

$$\begin{aligned} U_{kk'}^{imjn} &= \frac{1}{N} \sum_{\alpha j' i'} \sum_{\beta q q'} C_{i' i}^* C_{j' j} \exp \left[ i(\mathbf{k}_{\beta q} - \mathbf{k}_{q'}) R_{\alpha} \right] \\ &\times \exp \left[ id(mq' - nq) \right] C_{j' j \beta}(q, q') \\ &\times V(\mathbf{k}_{q'} - \mathbf{k}_{\beta q}), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{k}_q = (\mathbf{k}, q), \quad \mathbf{k}_{\beta q} = (\mathbf{k}, q + 2\pi\beta/d), \quad -N/2 \leq \beta \leq N/2,$$

$$C_{ij\beta}(q, q') = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} e^{i2\pi\beta z/d} u_{iq}^* u_{jq'} dz \quad (18)$$

— фурье-компонента от произведения периодических по периоду СР частей блоховских функций, а величина

$$V(\mathbf{K}) = \int e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (19)$$

есть фурье-компонента трехмерного волнового вектора  $\mathbf{K}$  от энергии взаимодействия электрона с рассеивающим центром в точке  $R = 0$ .

Для рассеяния на ионах примеси в приближении изотропного экранированного кулоновского потенциала, как известно,

$$V(\mathbf{K}) = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_s(\mathbf{K}^2 + \alpha^2)}, \quad (20)$$

где  $\varepsilon_s$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $\alpha$  — параметр экранирования. В приближении Дебая с учетом формулы для концентрации (12)

$$\alpha^2 = \frac{4m^* e^2}{\varepsilon_s \hbar^2 d} \left[ 1 + \exp(-\xi/k_0 T) \right]^{-1}. \quad (21)$$

Для рассеяния на нейтральных атомах в области энергий, соответствующих упругому рассеянию, воспользуемся следующей приближенной формулой:

$$V(\mathbf{K}) = \left[ \frac{30\pi r_B \hbar^4}{(m^*)^2 |\mathbf{K}|} \right]^{1/2}, \quad (22)$$

где  $r_B = (2m^* \varepsilon_D)^{1/2} / \hbar$  — боровский радиус основного примесного состояния,  $\varepsilon_D$  — энергия ионизации примеси. В случае объемного полупроводника эта формула дает известное выражение, полученное Эргинсом [22] для сечения рассеяния на нейтральных водородоподобных атомах.

Как показал численный анализ коэффициентов  $C_{ij}$ , при расчете матричных элементов рассеяния, входящих в формулу (13), в области резонансного протекания тока зависимостью функций  $\tilde{W}_{in}$  от поля можно пренебречь, т.е. считать  $C_{ij} = \delta_{ij}$ . Кроме того, так как рассматриваемые нами СР состоят из слабо взаимодействующих КЯ, для функций  $W_{in}$  можно воспользоваться приближением бесконечно глубоких изолированных КЯ. С учетом данных приближений, после усреднения по однородному распределению примесных центров внутри КЯ, согласно формулам (13), (17), для поперечного времени фазовой релаксации получаем

(см. приложение I)

$$\tau_{\perp}(\mathbf{k}) = \tau_{\perp}(\varepsilon) = \tau_0 G(\varepsilon)^{-1}, \quad (23)$$

где  $G(\varepsilon)$  — безразмерная функция энергии. Для рассеяния на ионах примеси с учетом (20)

$$\tau_0^{\text{ion}} = \frac{\varepsilon_s^2 \hbar^3}{\pi^5 e^4 a^3 m^* N_{\text{ion}}}, \quad (24)$$

где  $a$  — ширина КЯ,  $m^*$  — эффективная масса,  $N_{\text{ion}}$  — концентрация ионов примеси в КЯ;

$$G(\varepsilon) = \int_0^{\infty} \frac{(2x^2 + \nu\varepsilon + 2\gamma^2)g(x)dx}{(x^2 + \gamma^2)^{3/2}(x^2 + \nu\varepsilon + \gamma^2)^{3/2}}, \quad (25)$$

$$g(x) = \frac{\sin^2(x)}{\eta x^2} \left\{ \frac{1}{(\pi^2 - x^2)^2} + \frac{16}{(4\pi^2 - x^2)^2} - \frac{8 \cos(\eta x)}{(\pi^2 - x^2)(4\pi^2 - x^2)} \right\}, \quad (26)$$

где  $\gamma$  и  $\eta$  — безразмерные параметры, а  $\nu$  имеет размерность обратной энергии

$$\nu = 2 \frac{m^* a^2}{\hbar^2}, \quad \gamma = \frac{1}{2} \alpha a, \quad \eta = 2 \frac{d}{a}. \quad (27)$$

Аналогичный расчет для поперечного времени релаксации, ограниченного рассеянием на нейтральных водородоподобных атомах, с учетом формулы (22) для константы  $\tau_0$  и функции  $G(\varepsilon)$  приводит к следующим выражениям:

$$\tau_0^{n.a.} = \frac{e^2 m^{*2}}{60\pi^3 \varepsilon_s \hbar^3 N_{n.a.}}, \quad (28)$$

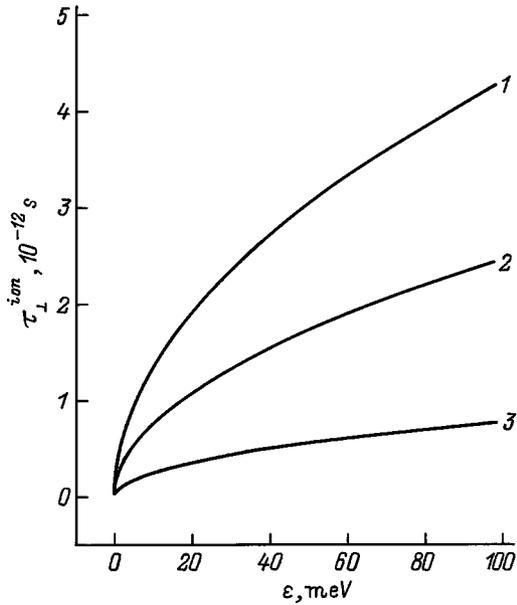
где  $N_{n.a.}$  — концентрация нейтральных примесных центров в КЯ,

$$G(\varepsilon) = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\infty} dx \frac{g(x)}{(x^2 + \nu\varepsilon \sin^2 \varphi)^{1/2}}. \quad (29)$$

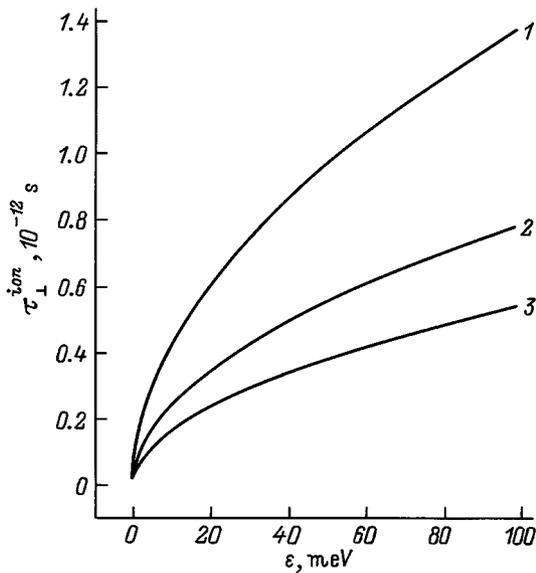
Интегралы (25) и (29) в общем виде аналитического выражения не имеют и могут быть рассчитаны только численно.

## 2. Численный анализ поперечного времени фазовой релаксации

Так как зависимость поперечного времени фазовой релаксации от энергии и от параметров СР, описываемая полученными формулами, не имеет аналитического выражения, анализ этих зависимостей проводился численно для СР типа GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As с параметрами, близкими к используемым при создании фотодетекторов. Для параметров, входящих в формулы для расчета  $\tau_{\perp}(\varepsilon)$ , были использованы следующие значения:  $m_{\text{GaAs}}^* = 0.067m_0$ ,  $\varepsilon_s = 13.13$ . Значение для энергии ионизации примесных атомов  $\varepsilon_D$  оценивалось из водородоподобной модели.



**Рис. 1.** Зависимость поперечного времени релаксации от энергии  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}(\varepsilon)$  при различных значениях концентрации электронов ( $a = 70 \text{ \AA}$ ,  $d = 210 \text{ \AA}$ ). Концентрация  $n$ ,  $\text{см}^{-3}$ : 1 —  $10^{15}$ , 2 —  $2 \cdot 10^{15}$ , 3 —  $10^{16}$ .

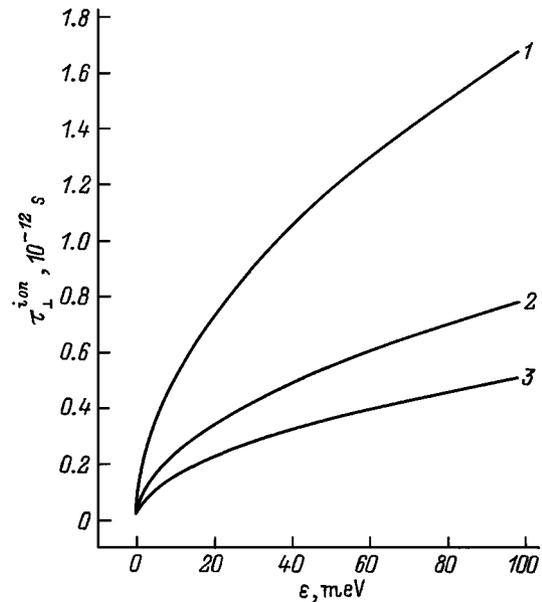


**Рис. 2.** Зависимость поперечного времени релаксации от энергии  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}(\varepsilon)$  при различных значениях отношения периода сверхрешетки к ширине квантовой ямы  $d/a$ : 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4 ( $a = 70 \text{ \AA}$ ,  $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ).

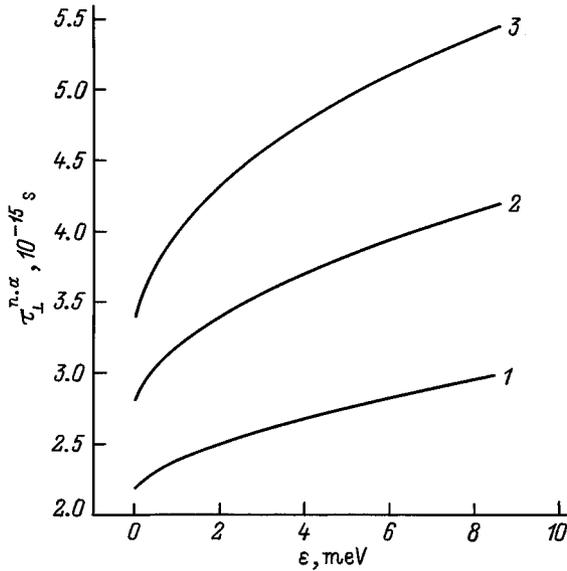
Согласно формулам (23)–(27), поперечное время фазовой релаксации  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}$ , ограниченное рассеянием на ионах примеси, зависит как от параметров от концентрации электронов  $n$ , ширины КЯ  $a$  и отношения периода СР к ширине КЯ  $d/a$ . Отметим, что концентрация электронов в приближении электронейтральности определяет концентрацию ионов примеси ( $N_{\text{ion}} = n$ ) и через уровень

Ферми по формуле (21) параметр экранирования  $\alpha$ . На рис. 1 представлена рассчитанная зависимость  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}$  от энергии при различных концентрациях электронов. Из рисунка видно, что  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}$  является возрастающей функцией энергии. Это отличает его от обычного времени релаксации  $\tau^{\text{ion}}$  для объемного полупроводника, так как функция  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}(\varepsilon)$  при стремлении энергии к нулю стремится к конечному значению, тогда как  $\tau^{\text{ion}}(\varepsilon)$  стремится к бесконечности как  $\varepsilon^{-1/2}$ . С ростом концентрации электронов, за счет возрастания концентрации ионов примеси поперечное время релаксации убывает. На рис. 2 представлена зависимость  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}(\varepsilon)$  при различных значениях отношения  $d/a$  для  $a = 70 \text{ \AA}$ . Согласно рисунку, при увеличении толщины барьера СР относительно ширины КЯ поперечное время релаксации для рассматриваемых значений  $d/a$  уменьшается. На рис. 3 представлена зависимость  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}(\varepsilon)$  при различных значениях ширины КЯ. Из рисунка следует, что с ростом  $a$  при постоянном значении  $d/a$  поперечное время релаксации также уменьшается. Причина такой зависимости  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}$  от указанных параметров связана с интерференционными свойствами квадрата модуля от разности матричных элементов оператора рассеяния для соседних КЯ, определяющего значения поперечного времени фазовой релаксации по формуле (13).

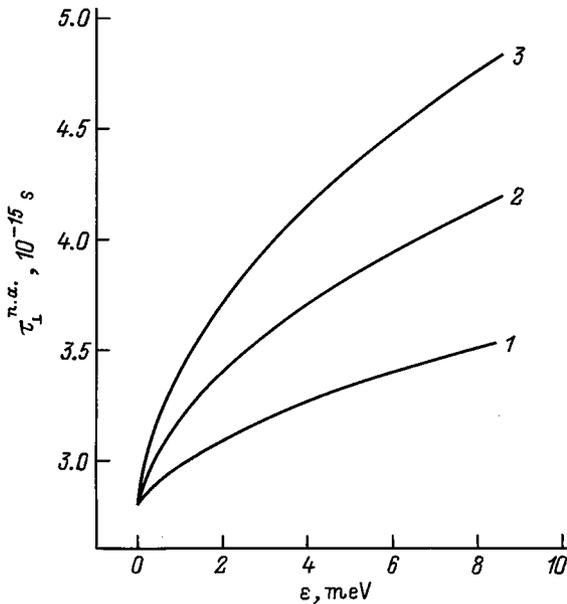
Согласно формулам (23), (26)–(29) поперечное время релаксации  $\tau_{\perp}^{n,a}$ , ограниченное рассеянием на нейтральных водородоподобных атомах, как от параметров зависит от концентрации нейтральных атомов  $N_{n,a}$  в КЯ, ширины КЯ  $a$  и отношения  $d/a$ . На рис. 4, 5 представлена зависимость  $\tau_{\perp}^{n,a}(\varepsilon)$  при различных значениях параметров  $a$  и  $d/a$ . Расчеты выполнены для  $N_{n,a} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ .



**Рис. 3.** Зависимость поперечного времени релаксации от энергии  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}(\varepsilon)$  при различных значениях ширины квантовой ямы сверхрешетки  $a$ ,  $\text{Å}$ : 1 — 40, 2 — 70, 3 — 100 ( $d/a = 3$ ,  $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ).



**Рис. 4.** Зависимость поперечного времени релаксации от энергии в случае рассеяния на нейтральных атомах  $\tau_{\perp}^{n.a.}(\epsilon)$  при различных значениях отношения периода сверхрешетки к ширине квантовой ямы  $d/a$ : 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4 ( $a = 70 \text{ \AA}$ ,  $N_{n.a.} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $\bar{\epsilon}_D = 10.5 \text{ мэВ}$ ).



**Рис. 5.** Зависимость поперечного времени релаксации от энергии в случае рассеяния на нейтральных атомах  $\tau_{\perp}^{n.a.}(\epsilon)$  при различных значениях ширины квантовой ямы сверхрешетки  $a$ ,  $\text{\AA}$ : 1 — 40, 2 — 70, 3 — 100 ( $d/a = 3$ ,  $N_{n.a.} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $\bar{\epsilon}_D = 10.5 \text{ мэВ}$ ).

Из рисунков следует, что для рассмотренных значений энергии  $\tau_{\perp}^{n.a.}(\epsilon)$  является возрастающей функцией. Это отличает ее от времени релаксации  $\tau^{n.a.}$  в объемном материале, которое, как известно, при малых значениях энергии  $\epsilon < \bar{\epsilon}_D/4$  от энергии не зависит. С ростом пара-

метра  $d/a$  при постоянном значении  $a$  поперечное время релаксации  $\tau_{\perp}^{n.a.}$  в отличие от  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}$  возрастает. С ростом  $a$  при постоянном значении  $d/a$  также наблюдается рост  $\tau_{\perp}^{n.a.}$  в отличие от  $\tau_{\perp}^{\text{ion}}$ .

### 3. Расчет матричного элемента туннельного перехода

Согласно формуле (7), если известно значение плотности тока при резонансном протекании, концентрация носителей, а также усредненное по энергии время поперечной фазовой релаксации, то в приближении  $\tilde{d} = d$  можно сделать оценку для величины  $|\hbar\tilde{\Omega}_{12'}|$  — матричного элемента, определяющего вероятность туннельного перехода. Такая оценка была проведена для СР GaAs/Al<sub>0.36</sub>Ga<sub>0.64</sub>As с квантовой ямой шириной  $70 \text{ \AA}$  и толщиной барьера  $140 \text{ \AA}$  ( $d = 210 \text{ \AA}$ ). Согласно эксперименту [1], СР с данными параметрами и легированными КЯ с концентрацией  $N_D = 1.4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , имеющая 50 периодов, при  $T = 15 \text{ К}$  обладает резонансным ИК поглощением за счет межподзонных оптических переходов при  $\lambda = 10.3 \text{ мкм}$  ( $\hbar\omega_{21} = 120 \text{ мэВ}$ ) и имеет при напряжении 6 В значение темнового тока  $j_r \sim 0.9 \text{ А/см}^2$ .

Расчет поперечного времени релаксации для указанных значений температуры и концентрации примеси показал, что  $\langle \tau_{\perp}^{n.a.} \rangle = 2.3 \cdot 10^{-15} \text{ с}$ , а  $\langle \tau_{\perp}^{\text{ion}} \rangle = 7.8 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ . Для расчета этих значений концентрация электронов  $n = 1.3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  была рассчитана из решения уравнения электронейтральности (см. приложение II) с параметрами, взятыми из работы [23]:  $\epsilon_0 = 12.5 \text{ мэВ}$ ,  $\Delta\epsilon = 0.11 \text{ мэВ/\AA}$ . При расчете фурье-компоненты от энергии взаимодействия электрона с нейтральным атомом примеси по формуле (22) для энергии ионизации использовано среднее значение  $\epsilon_D = \bar{\epsilon}_D = 10.5 \text{ мэВ}$ .

Очень малое значение  $\langle \tau_{\perp}^{n.a.} \rangle$  указывает на то, что взаимодействие электронов с нейтральными атомами примеси необходимо учитывать при расчете энергетического спектра и волновых функций электронов. В нулевом приближении движение электронов в поле нейтральных атомов можно рассматривать как движение в поле со средним потенциалом, сопровождающееся слабым рассеянием, аналогичным сплавному. При таком подходе к рассматриваемой задаче основным механизмом рассеяния является рассеяние на ионах примеси, что дает для величины  $|\hbar\tilde{\Omega}_{12'}|$  значение равное примерно  $3.4 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}$ . Эта величина хорошо согласуется с величиной, полученной из расчета по формуле (9):  $4.0 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}$ . В расчете подгоночным параметром при заданном значении  $\hbar\omega_{21} = 120 \text{ мэВ}$  являлась эффективная высота потенциального барьера КЯ, оказавшаяся равной примерно  $218 \text{ мэВ}$ .

Имеющееся различие может быть связано со слабым рассеянием на нейтральных атомах, о котором говорилось выше, и с излучением фононов. Кроме того следует учитывать, что при расчете  $\langle \tau_{\perp}^{\text{ion}} \rangle$  была использована

достаточно приближенная функция Ванье, не учитывающая конечной высоты и толщины потенциального барьера, а также изотропный кулоновский потенциал для примесного иона. Другим фактором, способным повлиять на расчетное значение  $\langle \tau_{\perp}^{\text{ion}} \rangle$ , может оказаться рассеяние, приводящее к перебросу электронов между соседними КЯ.

### Приложение I

Согласно формуле (13), для поперечного времени релаксации имеем

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{\pi}{\hbar} \sum_{k'} \left\{ \left| \overline{U_{kk'}^{1010}} \right|^2 + \left| \overline{U_{kk'}^{2121}} \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left( \overline{U_{kk'}^{1010} U_{k'k}^{2121}} \right) \right\} \times \delta(\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k}')). \quad (\text{П.1,1})$$

Пренебрегая зависимостью волновых функций от поля, для матричных элементов от оператора рассеяния с учетом формулы (17) получаем

$$U_{kk'}^{2121} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha} \sum_{\beta q q'} e^{i(\mathbf{k}_{\beta q} - \mathbf{k}_{q'}) R_{\alpha}} e^{id(q' - q)} C_{22\beta}(q, q') V(\mathbf{k}_{q'} - \mathbf{k}_{\beta q}),$$

$$U_{kk'}^{1010} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha} \sum_{\beta q q'} e^{i(\mathbf{k}_{\beta q} - \mathbf{k}_{q'}) R_{\alpha}} C_{11\beta}(q, q') V(\mathbf{k}_{q'} - \mathbf{k}_{\beta q}). \quad (\text{П.1,2})$$

В приближении изолированных бесконечно глубоких КЯ для функций Ванье воспользуемся известными формулами

$$W_{10} = \begin{cases} (2/a)^{1/2} \cos(\pi z/a), & |z| \leq a/2, \\ 0, & |z| \geq a/2, \end{cases} \quad W_{20} = \begin{cases} (2/a)^{1/2} \sin(\pi z/a), & |z| \leq a/2, \\ 0, & |z| \geq a/2. \end{cases} \quad (\text{П.1,3})$$

Расчет коэффициентов  $C_{ij\beta}$  по формуле (18) с учетом (П.1,3) приводит к выражениям

$$C_{11\beta}(q', q) = C_1(Q) = \frac{\pi^2 \sin(aQ/2)}{(aQ/2)[\pi^2 - (aQ/2)^2]},$$

$$C_{22\beta}(q', q) = C_2(Q) = \frac{4\pi^2 \sin(aQ/2)}{(aQ/2)[4\pi^2 - (aQ/2)^2]}, \quad (\text{П.1,4})$$

где  $Q = 2\pi\beta/d + q - q'$ .

С учетом (П.1,4) формулы (П.1,2) принимают вид

$$U_{kk'}^{2121} = \frac{L}{2\pi} \sum_{\alpha} e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})R_{\alpha\perp}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iq(R_{\alpha z} - d)} C_2(q) \times V(|\mathbf{k}' - \mathbf{k}|, |q|) dq,$$

$$U_{kk'}^{1010} = \frac{L}{2\pi} \sum_{\alpha} e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})R_{\alpha\perp}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iqR_{\alpha z}} C_1(q) \times V(|\mathbf{k}' - \mathbf{k}|, |q|) dq. \quad (\text{П.1,5})$$

Предполагая независимость рассеяния на отдельных примесных центрах и рассматривая однородное распределение примеси внутри КЯ, окончательно, с учетом (П.1,5), после интегрирования по координатам  $R_{\alpha}$  получаем

$$\left| \overline{U_{kk'}^{1010} - U_{kk'}^{2121}} \right|^2 = \frac{aN_v L}{2\pi d} \int_{\infty}^{+\infty} V^2(|\mathbf{k}' - \mathbf{k}|, |q|) \times \left[ C_1^2(q) + C_2^2(q) - 2 \cos(qd) C_1(q) C_2(q) \right] dq, \quad (\text{П.1,6})$$

где  $N_v$  — концентрация примесных центров внутри КЯ.

### Приложение II

Концентрацию электронов  $n$  в приближении электро-нейтральности можно рассчитать по формуле

$$n = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f(z) dz}{2 \exp\{[\varepsilon_D(z) + \xi]/k_0 T\} + 1}, \quad (\text{П.2,1})$$

где  $L = Nd$  — толщина СР,  $f(z)$  — функция распределения примеси — число примесных центров в точке  $z$ , рассчитанное на единицу длины. Предполагая распределение примеси внутри КЯ однородным и функцию энергии ионизации  $\varepsilon_D(z)$  периодической по СР и симметричной относительно центра КЯ, формулу (П.2,1) преобразуем к виду

$$n = 2 \frac{N_D}{d} \int_0^{a/2} \frac{dz}{2 \exp\{[\varepsilon_D(z) + \xi]/k_0 T\} + 1}, \quad (\text{П.2,2})$$

где  $N_D$  — концентрация донорной примеси внутри КЯ.

Для функции  $\varepsilon_D(z)$  используем линейное приближение

$$\varepsilon_D(z) = \varepsilon_0 - \Delta \varepsilon z \quad (0 \leq z \leq a/2), \quad (\text{П.2,3})$$

где  $\varepsilon_0$  — энергия ионизации примесного атома, находящегося в центре КЯ. В этом приближении интеграл

в формуле (П.И,2) имеет аналитическое выражение и условие электронейтральности с учетом формулы (12) принимает вид

$$\ln \left[ 1 + \exp(\xi/k_0T) \right] = \frac{2\pi\hbar^2 N_D}{m^* \Delta\varepsilon} \times \ln \left\{ \frac{2 \exp[(\varepsilon_0 + \xi)/k_0T] + \exp(a\Delta\varepsilon/2k_0T)}{2 \exp((\varepsilon_0 + \xi)/k_0T) + 1} \right\}. \quad (\text{П.И,4})$$

Для невырожденного электронного газа в области низких температур ( $k_0T \ll \varepsilon_0$ ) это уравнение относительно приведенного уровня Ферми  $\xi$  имеет простое решение:

$$\xi = \frac{k_0T}{2} \ln \left\{ \frac{\pi\hbar^2 N_D [\exp(a\Delta\varepsilon/2k_0T) - 1]}{m^* \Delta\varepsilon \exp(\varepsilon_0/k_0T)} \right\}. \quad (\text{П.И,5})$$

## Список литературы

- [1] K.K. Choi, B.F. Levine, C.G. Bethea, J. Walker, R.J. Malik. Appl. Phys. Lett., **50**, 1814 (1987).
- [2] B.F. Levine, A.Y. Cho, J. Walker, D.L. Sivco, D.A. Kleinman. Appl. Phys. Lett., **52**, 1418 (1988).
- [3] B.F. Levine, S.D. Gunapala, R.F. Kopf. Appl. Phys. Lett., **58**, 1551 (1991).
- [4] H. Lobentanzer, W. Konig, W. Stolz, K. Ploog, T. Elsaesser, R.J. Bauerle. Appl. Phys. Lett., **53**, 572 (1988).
- [5] X. Zhou, P.K. Bhattocharya, G. Hugo, S.C. Hong, E. Gulari. Appl. Phys. Lett., **54**, 856 (1989).
- [6] A. Sibille, J.F. Palmier, H. Wang, F. Mollot. Phys. Rev. Lett., **64**, 52 (1990).
- [7] C. Waschke, H.G. Roskos, R. Schwedler. Phys. Rev. Lett., **70**, 3319 (1993).
- [8] A.A. Ignatov, K.F. Renk, E.P. Dodin. Appl. Phys. Rev. Lett., **70**, 1996 (1993).
- [9] Ю.В. Копаев, С.Н. Молотков. Письма ЖЭТФ, **59**, 770 (1994).
- [10] K.K. Choi, B.F. Levine, R.J. Malik, J. Walker, C.G. Bethea. Phys. Rev. B, **35**, 4172 (1987).
- [11] H.H. Vuong, D.S. Tsui, W.T. Tsang. J. Appl. Phys., **66**, 3688 (1989).
- [12] H.T. Grahn, H. Schider, K. Klitzing. Phys. Rev. B, **41**, 2890 (1990).
- [13] F. Prengel, A. Wacker, E. Scholl. Phys. Rev. B, **50**, 1705 (1994).
- [14] S.H. Kwok, R. Merlin, H.T. Grahn, K. Ploog. Phys. Rev. B, **50**, 2007 (1994).
- [15] S.H. Kwok, H.T. Grahn, M. Ramsteiner, K. Ploog, F. Prengel, A. Wacker, E. Scholl, S. Murugkar, R. Merlin. Phys. Rev. B, **51**, 9943 (1995).
- [16] S.H. Kwok, T.B. Norris, L.L. Bonilla, J. Gallan, J.A. Cuesta, F.C. Martinez, J.M. Molera. Phys. Rev. B, **51**, 10 171 (1995).
- [17] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис. ФТП, **6**, 148 (1972).
- [18] А.Я. Шик. ФТП, **8**, 1841 (1974).
- [19] I. Dharssi, P.N. Butcher. J. Phys.: Condens. Matter., **2**, 119 (1990).
- [20] I. Dharssi, P.N. Butcher. J. Phys.: Condens. Matter., **2**, 4629 (1990).
- [21] N.J.M. Horing, X.L. Lei, H.L. Cui. Изв. АН. Сер. физ., **7**, 148 (1994).
- [22] C. Erginsoy. Phys. Rev., **79**, 1013 (1950).
- [23] C. Mailhot, Y.C. Chang, T.C. McGill. Phys. Rev. B, **26**, 4449 (1982).

Редактор Т.А. Полянская

## An analysis of the electron scattering mechanism in a GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As superlattice with doped quantum well for longitudinal resonant current at high electric fields and low temperatures

S.I. Borisenko, G.F. Karavaev

Siberian Physical-Technical Institute,  
634050 Tomsk, Russia

**Abstract** Formulas have been derived and a numerical analysis of the transverse phase relaxation time as a function of the electron energy was performed for the resonant current flowing through a doped GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As quantum well superlattice. Parameters were chosen to be close to those of the superlattice usually utilized for  $\lambda \sim 10 \mu\text{m}$  infrared detectors. Low temperature scattering was limited by the scattering of impurity ions and that of neutral atoms. The electric field tension that maintained resonant current was such, that the ground state and the first excited state, belonging to the "Stark ladder" of the neighbouring weakly-interacted quantum wells, had been in a resonant position.