

Брэгговские отражатели для цилиндрических волн

© В.В. Николаев, Г.С. Соколовский, М.А. Калитеевский

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 6 июля 1998 г. Принята к печати 7 июля 1998 г.)

Разработан метод матриц переноса для цилиндрических волн. Получены выражения для коэффициентов отражения и пропускания цилиндрических световых волн одиночной цилиндрической границей раздела двух сред и цилиндрической слоистой средой. Предложена конструкция оптимизированных "брэгговских" отражателей для цилиндрических волн и исследованы ее свойства.

1. Введение

Брэгговские отражатели [1], т.е. периодические последовательности пар слоев четвертьволновой толщины, входят в состав различных оптоэлектронных устройств, например, лазеров с вертикальной эмиссией излучения [2]. Другим примером использования брэгговского отражения являются лазеры с распределенной обратной связью, в которых дифракционная решетка служит брэгговским отражателем для волноводной моды [3].

В случае, если показатель преломления среды периодически промодулирован, в некоторой области частот (для брэгговского отражателя эта область соответствует полосе отражения) распространение фотонов запрещено [4]. В рассматриваемых конструкциях брэгговские отражатели локализуют свет в одном направлении — они являются материалом с одномерной фотонной запрещенной зоной.

В последние годы наблюдается устойчивое увеличение интереса к материалам с двумерной фотонной запрещенной зоной, например, к двумерным фотонным кристаллам типа пчелиных сот [5].

Альтернативными перспективными конструкциями, обеспечивающими двумерное ограничение светового поля, могут быть цилиндрические коаксиальные конструкции, в которых показатель преломления слои периодически изменяется как функция расстояния от оси симметрии такой цилиндрической системы (рис. 1).

Для описания распространения света в линейной слоистой среде удобно использовать метод матриц переноса [6].

Цель данной работы — разработка метода матриц переноса для цилиндрических волн, распространяющихся в средах, обладающих цилиндрической симметрией (которые мы далее будем называть цилиндрическими слоистыми средами, рис. 1), нахождение параметров структуры, наиболее эффективно отражающей цилиндрические волны, и изучение ее свойств.

Интерес к описанию распространения света в цилиндрических системах обусловлен, кроме всего прочего, проблемами генерации нерасходящихся бесселевских пучков [7] и расчета модовой структуры цилиндрического лазера [8].

2. Основные уравнения

2.1. Матрица переноса для базиса, образованного тангенциальными по отношению к границе раздела сред компонентами электрического и магнитного полей

Будем исходить из уравнений Максвелла для монохроматической волны

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\mu \frac{\omega}{c} \mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} \mathbf{E}. \quad (2)$$

В цилиндрической системе координат уравнение (1) можно разложить на три уравнения

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = i\mu \frac{\omega}{c} H_\rho, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = i\mu \frac{\omega}{c} H_\varphi, \quad (3б)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho E_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right] = i\mu \frac{\omega}{c} H_z, \quad (3в)$$

а уравнение (2) также на три уравнения

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_\rho, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_\varphi, \quad (4б)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} \right] = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_z. \quad (4в)$$

Рассмотрим слоистую цилиндрическую коаксиальную систему (рис. 1). Будем описывать распространение цилиндрических волн в такой среде, расходящихся от точки $\rho = 0$, либо сходящихся к этой точке по нормали к оси симметрии системы z . Это означает, что производные $\partial/\partial z = 0$. Уравнения (3) в такой ситуации примут вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = i\mu \frac{\omega}{c} H_\rho, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -i\mu \frac{\omega}{c} H_\varphi, \quad (5б)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho E_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right] = i\mu \frac{\omega}{c} H_z, \quad (5в)$$

а уравнения (4) примут вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_\rho, \quad (6а)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial \rho} = i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_\varphi, \quad (6б)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right] = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_z. \quad (6в)$$

Произвольно поляризованные цилиндрические волны можно разделить на волны, у которых либо электрический вектор \mathbf{E} параллелен оси симметрии (волна E -типа), либо магнитный вектор \mathbf{H} (волна H -типа). Это видно из того, что компоненты поля (E_z, H_φ, H_ρ) и (H_z, E_φ, E_ρ) входят в уравнения (5) и (6) независимо, и из независимости граничных условий для тангенциальных и нормальных компонент поля на поверхностях раздела цилиндрических слоев.

Рассмотрим случай E -поляризации, т.е. $E_\rho = 0$, $E_\varphi = 0$. (Результаты для H -поляризации получаются из результатов для E -поляризации в соответствии с правилом замещения [6], т.е. заменой электрического поля на магнитное с одновременной заменой ε на $-\mu$.) Для этого случая электромагнитное поле описывается набором компонент (E_z, H_φ, H_ρ) , связанных между собой системой уравнений:

$$\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = i\mu \frac{\omega}{c} \rho H_\rho, \quad (7а)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -i\mu \frac{\omega}{c} H_\varphi, \quad (7б)$$

$$\frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} = -i\varepsilon \frac{\omega}{c} \rho E_z. \quad (7в)$$

Исключая H_φ, H_ρ из уравнений (7), получаем уравнение для E_z

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} - \rho^2 \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \varepsilon \mu \frac{\omega^2}{c^2} \rho^2 E_z = 0. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) ищется методом разделения переменных. Полагая $E_z = V(\rho)\Phi(\varphi)$ и подставляя в (8), а также принимая во внимание однозначность зависимости $E_z(\varphi)$, получаем, учитывая соотношения (7), что поле имеет вид

$$E_z = V(\rho) \exp(im\varphi), \quad (9а)$$

$$H_\rho = \frac{m}{\mu} \frac{c}{\omega} \frac{V(\rho)}{\rho} \exp(im\varphi), \quad (9б)$$

$$H_\varphi = U(\rho) \exp(im\varphi), \quad (9в)$$

где m — целое, а $U(\rho)$ — некоторая функция, линейно-независимая по отношению к $V(\rho)$.

Видно, что при $m \neq 0$ компонента магнитного поля H_ρ будет отлична от нуля. Это означает, что для мод с

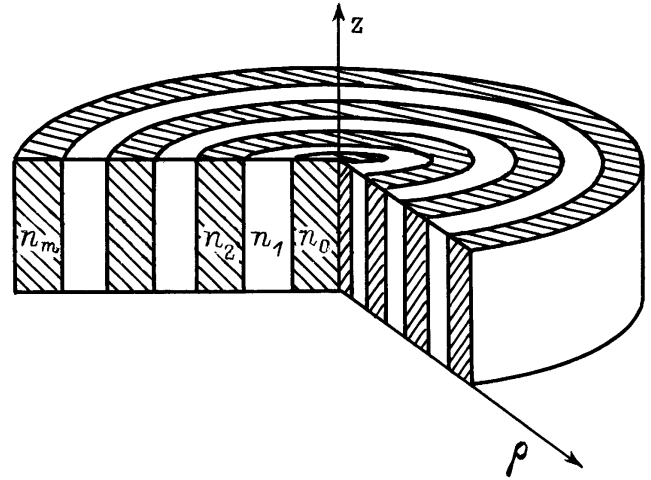


Рис. 1. Схема структуры.

ненулевым значением углового момента m к радиально направленному потоку энергии добавится циркуляция потока энергии по окружности.

Подставляя выражения (9) в уравнения (7), получаем систему из двух линейных дифференциальных уравнений относительно V и U :

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = -i\mu \frac{\omega}{c} U, \quad (10а)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial \rho} = -i \frac{1}{\mu} \frac{c}{\omega} \frac{1}{\rho} \left[n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \rho^2 - m^2 \right] V. \quad (10б)$$

Из системы уравнений (10) можно получить два уравнения 2-го порядка для функций V и U :

$$\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right] + \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2 \rho^2 - m^2 \right] V = 0, \quad (11а)$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} (\rho U) + \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2 \rho^2 - m^2 \right] U = 0. \quad (11б)$$

Поскольку функции V и U удовлетворяют линейным дифференциальным уравнениям 2-го порядка, каждую из них можно выразить в виде линейной комбинации двух частных решений, например V_1, V_2 и U_1, U_2 . Рассмотрим решения уравнений (11) с заданными в некоторой точке ρ_0 значениями

$$\begin{pmatrix} V_1(\rho_0) \\ U_1(\rho_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12а)$$

$$\begin{pmatrix} V_2(\rho_0) \\ U_2(\rho_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (12б)$$

Чтобы получить значения функций (U, V) в произвольной точке ρ достаточно умножить матрицу, составленную из решений (12), на столбец начальных значений в точке ρ_0 ,

$$\begin{pmatrix} V(\rho) \\ U(\rho) \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} V(\rho_0) \\ U(\rho_0) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где \hat{M} — матрица переноса через однородный слой от точки ρ_0 к ρ ,

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} V_1 & V_2 \\ U_1 & U_2 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Найдем матрицу переноса через цилиндрический слой с постоянным показателем преломления. Решения уравнений (11), удовлетворяющие соотношениям (10), имеют вид

$$V = AJ_m(k\rho) + BY_m(k\rho), \quad (15a)$$

$$U = ip[AJ'_m(k\rho) + BY'_m(k\rho)], \quad (15b)$$

где J_m и Y_m — цилиндрические функции Бесселя и Вебера соответственно, $k = \sqrt{\varepsilon\mu}(\omega/c)$, $p = \sqrt{\varepsilon/\mu}$, A и B — некоторые постоянные. Отметим, что знак производной подразумевает дифференцирование по полному аргументу функции, а не только по ρ .

Учитывая тождество $J_m(x)Y'_m(x) + J'_m(x)Y_m(x) = 2/\pi x$, получаем выражения для функций U , V , удовлетворяющие соотношениям (12). Данные решения являются элементами матрицы переноса:

$$M_{11} = \frac{\pi}{2}k\rho_0[Y'_m(k\rho_0)J_m(k\rho) - J'_m(k\rho_0)Y_m(k\rho)],$$

$$M_{21} = i\frac{\pi}{2}kp\rho_0[Y'_m(k\rho_0)J'_m(k\rho) - J'_m(k\rho_0)Y'_m(k\rho)],$$

$$M_{22} = \frac{\pi}{2}k\rho_0[J_m(k\rho_0)Y'_m(k\rho) - Y_m(k\rho_0)J'_m(k\rho)],$$

$$M_{12} = -i\frac{\pi}{2}\frac{k}{p}\rho_0[J_m(k\rho_0)Y_m(k\rho) - Y_m(k\rho_0)J_m(k\rho)]. \quad (16)$$

Матрица переноса для H -поляризованных волн имеет аналогичный вид при $p = \sqrt{\mu/\varepsilon}$.

Определитель матрицы переноса для обоих случаев определяется отношением начального и конечного радиусов,

$$|\hat{M}| = \rho_0/\rho, \quad (17)$$

что иллюстрирует сохранение полной энергии, переносимой цилиндрической волной, амплитуда которой падает при увеличении радиуса.

Матрица переноса через слоистую структуру дается произведением матриц переноса через каждый однородный слой. Это следует из непрерывности компонент поля E_z , H_φ на цилиндрических поверхностях раздела однородных слоев. Вследствие этого определитель матрицы переноса через слоистую структуру будет равен отношению начального и конечного радиусов всей структуры.

2.2. Матрица переноса в базисе бегущих волн

Часто поле внутри структуры удобно рассматривать как сумму волн, бегущих в противоположных направлениях. Поле, обладающее цилиндрической симметрией,

необходимо рассматривать как суперпозицию расходящейся и сходящейся волн. Монохроматическая цилиндрическая волна, распространяющаяся в сторону увеличения ρ , в случае E -поляризации имеет вид

$$\begin{cases} E_z = AH_m^{(1)}(k\rho) \exp(im\varphi) \\ H_\varphi = ipAH_m^{(1)'}(k\rho) \exp(im\varphi), \end{cases} \quad (18)$$

$H_m^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода. Сходящаяся волна дается заменой функции Ханкеля первого рода на функцию второго рода,

$$\begin{cases} E_z = AH_m^{(2)}(k\rho) \exp(im\varphi) \\ H_\varphi = ipAH_m^{(2)'}(k\rho) \exp(im\varphi). \end{cases} \quad (19)$$

Обозначая амплитуды электрического поля расходящейся и сходящейся волн как E^+ и E^- соответственно, можем записать

$$E_z = E^+ + E^-, \quad (20a)$$

$$H_\varphi = ip[C_m^{(1)}E^+ + C_m^{(2)}E^-], \quad (20b)$$

где $C_m^{(1,2)} = H_m^{(1,2)'}(k\rho)/H_m^{(1,2)}(k\rho)$. Где необходимо, будем указывать номер слоя в качестве второго нижнего индекса: $C_{m1}^{(1,2)} = H_m^{(1,2)'}(k_1\rho)/H_m^{(1,2)}(k_1\rho)$. Преобразование от базиса (E^-, E^+) к базису (E_z, H_φ) можно представить в матричной форме

$$\begin{pmatrix} E_z \\ H_\varphi \end{pmatrix} = \hat{W} \begin{pmatrix} E^+ \\ E^- \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где матрица преобразования

$$\hat{W} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ ipC_m^{(1)} & ipC_m^{(2)} \end{pmatrix}.$$

Определитель матрицы преобразования равен

$$|\hat{W}| = \frac{4}{\pi} \frac{1}{k_0\rho} \frac{1}{H_m^{(1)}(k\rho)H_m^{(2)}(k\rho)}. \quad (22)$$

Матрица обратного преобразования дается выражением

$$\hat{W}^{-1} = \frac{\pi}{4} k_0\rho H_m^{(1)}(k\rho)H_m^{(2)}(k\rho) \begin{pmatrix} ipC_m^{(2)} & -1 \\ -ipC_m^{(1)} & 1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Рассмотрим преобразование поля при переходе через границу раздела двух однородных концентрических слоев. Амплитуды бегущих волн будут изменяться вследствие отражения от границы. Условие непрерывности тангенциальных компонент поля на границе раздела записывается в виде

$$\hat{W}_1 \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \hat{W}_2 \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix}, \quad (24)$$

из чего следует

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \hat{W}_2^{-1} \times \hat{W}_1 \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Таким образом, матрица переноса через границу раздела 1-го и 2-го слоев \hat{N} есть произведение матриц прямого и обратного преобразования $\hat{N} = \hat{W}_2^{-1} \times \hat{W}_1$, а ее компоненты имеют вид

$$\begin{aligned} N_{11} &= i\frac{\pi}{4}k_0\rho H_m^{(1)}(k_2\rho)H_m^{(2)}(k_2\rho)[p_2C_{m1}^{(2)} - p_1C_{m2}^{(1)}], \\ N_{21} &= i\frac{\pi}{4}k_0\rho H_m^{(1)}(k_2\rho)H_m^{(2)}(k_2\rho)[p_1C_{m1}^{(1)} - p_2C_{m2}^{(1)}], \\ N_{12} &= i\frac{\pi}{4}k_0\rho H_m^{(1)}(k_2\rho)H_m^{(2)}(k_2\rho)[p_2C_{m2}^{(2)} - p_1C_{m1}^{(2)}], \\ N_{22} &= i\frac{\pi}{4}k_0\rho H_m^{(1)}(k_2\rho)H_m^{(2)}(k_2\rho)[p_1C_{m1}^{(2)} - p_2C_{m2}^{(1)}]. \end{aligned} \quad (26)$$

Матрица переноса через однородный слой от ρ_0 к ρ будет, очевидно, иметь вид

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} \frac{H_m^{(1)}(k\rho)}{H_m^{(1)}(k\rho_0)} & 0 \\ 0 & \frac{H_m^{(2)}(k\rho)}{H_m^{(2)}(k\rho_0)} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

2.3. Коэффициенты отражения и пропускания для цилиндрических поверхностей

Рассмотрим падение расходящейся волны на цилиндрическую границу раздела среды 1 и среды 2. Амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн — соответственно 1, r_d и t_d — связаны соотношением

$$\begin{pmatrix} 1 \\ r_d \end{pmatrix} = \hat{N} \begin{pmatrix} t_d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где \hat{N} — матрица переноса из второй среды в первую. Амплитудные коэффициенты отражения и пропускания света даются выражениями

$$r_d = \frac{N_{21}}{N_{11}} = \frac{p_2C_{m2}^{(1)} - p_1C_{m1}^{(1)}}{p_1C_{m1}^{(2)} - p_2C_{m2}^{(1)}}, \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} t_d &= \frac{1}{N_{11}} \\ &= \frac{4i}{\pi k_0\rho H_m^{(1)}(k_1\rho)H_m^{(2)}(k_1\rho)[p_2C_{m2}^{(1)} - p_1C_{m1}^{(2)}]}. \end{aligned} \quad (29b)$$

Аналогично могут быть получены амплитудные коэффициенты отражения и пропускания r_c и t_c для сходящейся волны:

$$r_c = \frac{p_2C_{m2}^{(2)} - p_1C_{m1}^{(2)}}{p_1C_{m1}^{(1)} - p_2C_{m2}^{(2)}}, \quad (30a)$$

$$t_c = \frac{4i}{\pi k_0\rho H_m^{(1)}(k_2\rho)H_m^{(2)}(k_2\rho)[p_2C_{m2}^{(1)} - p_1C_{m1}^{(2)}]}. \quad (30b)$$

2.4. Коэффициенты отражения и пропускания для цилиндрических слоистых структур

Рассмотрим цилиндрическую слоистую структуру, которая заключена между средами с показателями преломления n_f и n_l . Пусть расходящаяся цилиндрическая волна падает на границу слоистой структуры из среды с показателем преломления n_f . Амплитуды электрического и магнитного полей на внутренней и внешней границах структуры будут связаны между собой с помощью матрицы переноса через слоистую структуру \hat{M} соотношением

$$\begin{pmatrix} 1 + r_d \\ ip_f C_{mf}^{(2)} r_d + ip_f C_{mf}^{(1)} \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} t_d \\ ip_l C_{ml}^{(1)} t_d \end{pmatrix}, \quad (31)$$

из которого нетрудно получить амплитудные коэффициенты отражения (r_d) и пропускания (t_d):

$$r_d = \frac{(M_{21} - ip_f C_{mf}^{(1)} M_{11}) + ip_l C_{ml}^{(1)} (M_{22} - ip_f C_{mf}^{(1)} M_{12})}{(ip_f C_{mf}^{(2)} M_{11} - M_{21}) + ip_l C_{ml}^{(1)} (ip_f C_{mf}^{(2)} M_{12} - M_{22})}, \quad (32a)$$

$$\begin{aligned} t_d &= \frac{4}{\pi\rho H_m^{(1)}(k_f\rho)H_m^{(2)}(k_f\rho)} \\ &\times \frac{1}{[(in_f C_{mf}^{(2)} M_{11} - M_{21}) + in_l C_{ml}^{(1)} (in_f C_{mf}^{(2)} M_{12} - M_{22})]}. \end{aligned} \quad (32b)$$

Аналогично могут быть получены выражения для коэффициентов отражения и пропускания для сходящейся волны.

2.5. Цилиндрический брэгговский отражатель

Определим параметры слоистой структуры, в которой чередуются слои с двумя различными показателями преломления, являющейся эффективным отражателем для цилиндрической волны с частотой ω . Для плоской волны такой структурой является брэгговский отражатель — периодическая последовательность пар слоев, толщины которых удовлетворяют соотношению $d_i = \pi c / 2n_i\omega$ (здесь c — скорость света, n_i — показатели преломления слоев).

Максимальным коэффициентом отражения будет обладать слоистая структура, границы между слоями которой находятся на таких расстояниях, что волна, отразившаяся от первой границы, и волны, отразившиеся от всех следующих границ и вернувшиеся к первой границе, синфазны. Поскольку фаза коэффициентов отражения от цилиндрических границ (см. формулы) и набор фазы цилиндрической волной при движении по слою зависят от удаленности от оси симметрии структуры, то толщины слоев будут зависеть от координаты ρ .

Пусть на поверхность с координатой ρ_0 падает с внутренней стороны расходящаяся цилиндрическая волна

единичной амплитуды. Определим координату следующей границы ρ_1 , считая, что волновой вектор в рассматриваемом слое равен k . Обозначив коэффициенты отражения волн, падающих изнутри на первую и вторую границы и снаружи на первую границу, как r_{0d} , r_{1d} и r_{0c} , коэффициенты пропускания первой границы "наружу" и "внутри" как t_{0d} и t_{0c} , получаем, что коэффициент отражения от цилиндрического слоя, заключенного между ρ_0 и ρ_1 , определяется выражением

$$r = \frac{r_{0d} + (t_{0c}t_{0d} - r_{0c}r_{1d})r_{1d}\Theta}{1 - r_{0c}r_{1d}\Theta}, \quad (33a)$$

а коэффициент пропускания выражением

$$t = \frac{t_{0d}t_{1d}}{1 - r_{0c}r_{1d}\Theta} \frac{H_m^{(1)}(k\rho_1)}{H_m^{(1)}(k\rho_0)}, \quad (33b)$$

где

$$\Theta = \frac{H_m^{(2)}(k\rho_0)H_m^{(1)}(k\rho_1)}{H_m^{(1)}(k\rho_0)H_m^{(2)}(k\rho_1)}.$$

Искомая координата ρ_1 определяется максимумом выражения (33), который имеет место в случае согласования фаз двух слагаемых в числителе.

Повторяя численно такую процедуру, можно получить координаты всех последующих границ. В случае, если расстояние от оси симметрии структуры велико, получаем четвертьволновые толщины.

3. Некоторые результаты и обсуждение

На рис. 2 и 3 показаны зависимости квадрата модуля (R) и фазы (φ) амплитудного коэффициента отражения расходящейся волны, падающей на цилиндрическую границу двух сред с показателями преломления 1 и 3, от радиуса границы. Ситуации, описываемые этими двумя рисунками, отличаются только порядком расположения сред: рис. 2 соответствует случаю, когда свет падает из менее оптически плотной среды в более оптически плотную; рис. 3 соответствует противоположной ситуации. Можно видеть, что при увеличении ρ значения фазы и квадрата модуля коэффициента отражения асимптотически приближаются к значениям, характеризующим отражение плоской волны от плоской границы раздела сред (25% для квадрата модуля и π либо 0 для фазы). Можно также видеть, что зависимости квадрата модуля коэффициента отражения от радиуса на обоих рисунках идентичны: энергетический коэффициент отражения не зависит от того, падает свет из оптически более плотной на оптически менее плотную среду или наоборот. Необходимо более подробно обсудить это обстоятельство, поскольку за этим кроется важное отличие отражения цилиндрических волн от отражения плоских волн.

При угловом моменте m , равном 0, поток энергии, переносимой световой цилиндрической волной, направлен по радиусу, т.е. можно сказать, что волна падает нормально на цилиндрическую границу раздела двух

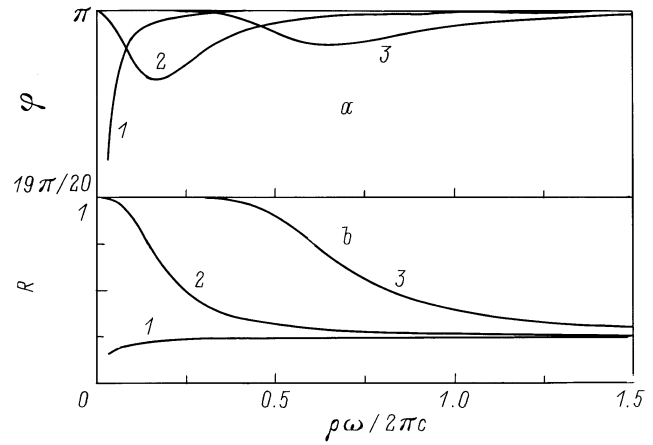


Рис. 2. Зависимость фазы (а) и квадрата модуля (b) амплитудного коэффициента отражения расходящейся цилиндрической волны от цилиндрической границы раздела двух сред с показателями преломления 1 (внутренняя среда) и 3 (внешняя среда) как функция радиуса границы для различных значений углового момента m : 1 — $m = 0$, 2 — $m = 2$, 3 — $m = 5$.

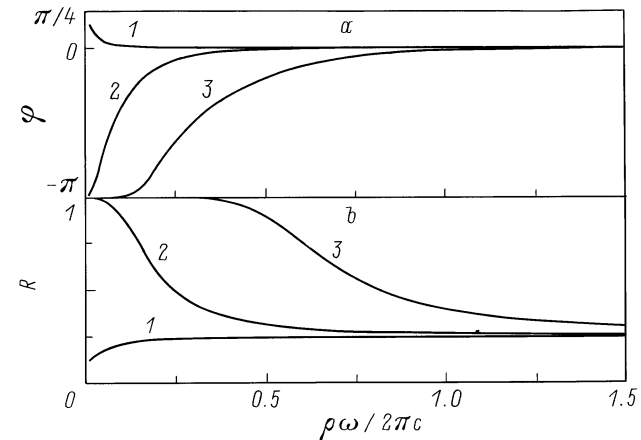


Рис. 3. Зависимость фазы (а) и квадрата модуля (b) амплитудного коэффициента отражения расходящейся цилиндрической волны от цилиндрической границы раздела двух сред с показателями преломления 3 (внутренняя среда) и 1 (внешняя среда) как функция радиуса границы для различных значений углового момента m : 1 — $m = 0$, 2 — $m = 2$, 3 — $m = 5$.

сред. При ненулевом m вектор Пойнтинга цилиндрической волны имеет составляющую, параллельную \mathbf{e}_φ и пропорциональную величине $mc/n\omega\rho$, т.е. энергия распространяется по спирали. Падение такой цилиндрической волны на цилиндрическую границу раздела двух сред может быть уподоблено падению плоской волны на плоскую границу под углом θ , удовлетворяющим соотношению

$$\sin \theta = mc/n\omega\rho. \quad (34)$$

При стремлении ρ к бесконечности падение становится нормальным, а кривизна поверхности стремится к нулю, из чего следует, что коэффициенты отражения и пропускания света (29), (30) при больших ρ должны

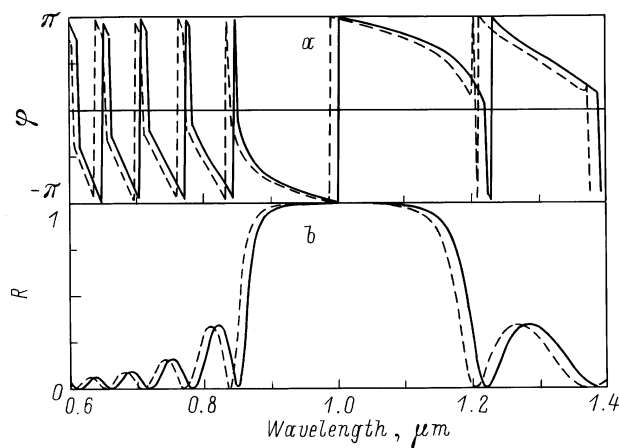


Рис. 4. Спектральная зависимость фазы (*a*) и квадрата модуля амплитудного коэффициента отражения цилиндрического брэгговского отражателя, образованного четвертьволновыми слоями (штриховая линия), и от цилиндрического отражателя, оптимизированного в соответствии с процедурой, изложенной в п. 2.5 (сплошная линия). Угловой момент падающей волны равен 0. Показатели преломления материалов, образующих отражатель, равны 1 и 3.

соответствовать случаю нормального падения плоской волны на плоскую границу раздела (рис. 2, 3).

При малых ρ ситуация меняется: у коэффициентов отражения и пропускания появляется ненулевая мнимая часть; при стремлении ρ к нулю коэффициент отражения стремится к единице, что соответствует полному внутреннему отражению.

Имеют место существенные различия явления полного внутреннего отражения в цилиндрическом и плоском случаях: в случае цилиндрических волн и границ коэффициент отражения определяется показателями преломления граничащих слоев, угловым моментом волны m , координатной границы ρ , но не зависит от порядка чередования слоев (!). Этот неожиданный, на первый взгляд, результат следует из того, что угол между вектором Пойнтинга цилиндрической волны и нормалью к плоскости, касательной к цилиндрической границе раздела (34), не зависит от значений показателя преломления во всех предыдущих слоях. Можно также с помощью формулы (29а) показать аналитически, что отношение значений амплитудных коэффициентов отражения, соответствующим двум различным вариантам чередования слоев, равно -1 .

Можно также предположить, что для цилиндрических волн будет иметь место эффект, аналогичный эффекту Брюстера.

На рис. 4 показаны спектры отражения расходящейся цилиндрической волны от цилиндрических брэгговских отражателей двух разных типов: четвертьволнового, толщины слоев которого постоянны, и оптимизированного, толщины слоев которого изменяются в зависимости от расстояния до оси симметрии структуры ρ . Толщины слоев отражателей выбирались таким образом, чтобы

”брэгговская” длина волны была равна 1 мкм. Подобно линейному случаю, периодическая последовательность пар цилиндрических слоев четвертьволновой толщины обеспечивает эффективное отражение цилиндрических волн. Однако положение максимума коэффициента отражения от четвертьволновой структуры смещено относительно заданного значения, как и соответствующий ему разрыв спектральной зависимости фазы коэффициента отражения. Это обусловлено тем, что фазы волн, отразившихся от различных границ и вернувшихся к первой границе, не согласованы между собой. Максимум спектра отражения от оптимизированной структуры, напротив, соответствует заданному значению длины волны, что обусловлено согласованием фаз волн, отразившихся от всех границ в структуре.

При увеличении радиуса первой границы это рассогласование уменьшается, однако необходимо учитывать его влияние на частоты собственных оптических мод в такой структуре [9].

Развитый в данной работе метод матриц переноса для цилиндрических волн является простым и эффективным способом расчета электромагнитного поля в цилиндрических системах. Данный метод позволяет исследовать прохождение света через цилиндрические границы, цилиндрические слоистые структуры, конструировать цилиндрические структуры с заданными свойствами. На основе этого метода могут быть созданы также методики расчета оптических волокон и цилиндрических лазеров [9].

Авторы выражают благодарность Е.Л. Портному за полезные обсуждения.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований.

Список литературы

- [1] М.А. Калитеевский, А.В. Кавокин. ФТТ, **37**, 2721 (1995).
- [2] Kawaguchi. IEE Proc. J. Optoelectron., **140**, 3 (1993).
- [3] H. Kogelnik, C.V. Shank. J. Appl. Phys., **43**, 2327 (1972).
- [4] E. Yablanovich. Phys. Rev. Lett., **58**, 2059 (1987).
- [5] T.F. Krauss, R.M. De La Rue, S. Brandt. Nature, **383**, 699 (1996).
- [6] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики* (М., Наука, 1970) с. 77.
- [7] J. Durbin, J.J. Miceli, J.H. Eberly. Phys. Rev. Lett., **58**, N 15, 1499 (1987).
- [8] A.A. Tovar, G.H. Clark. J. Opt. Soc. Amer. A, **12**, N 14, 3333 (1997).
- [9] A.V. Kavokin, M.A. Kaliteevski. Sol. St. Commun., **95**, N 12, 859 (1995).

Редактор Л.В. Шаронова

Bragg reflectors for cylindrical waves

V.V. Nikolaev, G.S. Sokolovski, M.A. Kalitievski

A.F. Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St. Petersburg, Russia