Спектры спинволновых возбуждений 71° доменной границы в кубическом ферромагнетике

© А.М. Алексеев, А.Ф. Попков, А.И. Попов

Московский государственный институт электронной техники, 103498 Москва, Россия

(Поступила в Редакцию 15 января 1999 г. В окончательной редакции 15 апреля 1999 г.)

> На основе качественного анализа и численного решения системы уравнений Ландау–Лифшица и магнитостатики изучаются особенности длинноволновой части спектра спиновых волн, локализованных на 71° доменной границе кубического ферромагнетика.

Спектры спинволновых возбуждений доменных границ (ДГ) одноосного ферромагнетика изучались в ряде работ [1-3]. В [4,5] были описаны три ветви колебаний ПГ в зоне, запрешенной для объемных спиновых волн: две низкочастотные, соответствующие трансляционным колебаниям ДГ, и одна однонаправленная ветвь Гилинского, соответствующая высокочастотным колебаниям спинов, локализованным вблизи ДГ, амплитуда которых неограниченно убывает на ее периферии. В [5] численными расчетами обнаружены также высокочастотные ветви, отщепляющиеся от границы сплошного спектра. В [6] исследовался спектр колебаний 180° блоховской ДГ (БДГ) в кубическом ферромагнетике с наведенной одноосной анизотропией, что соответствует анизотропии пленок железо-иттриевого граната. В этой работе найдены ветви, соответствующие трансляциям ДГ, колебаниям толщины ДГ, а также ветвь Гилинского и одна высокочастотная ветвь, отщепляющаяся от границы сплошного спектра. Также исследовались спектры спинволновых возбуждений ДГ в орторомбическом и тетрагональном ферромагнетиках, анизотропия которых соответствует анизотропии пленок висмутзамещенного феррита-граната, выращенных в направлении [110] и [100] соответственно [7,8]. Однако все теоретические работы по исследованию локализованных на ДГ спиновых волн ограничивались изучением только 180° стенок. В последнее время проводились экспериментальные наблюдения спиновых волн не только в 180° ДГ, но также и в 90° ДГ в кубическом ферромагнетике [9]. Теория спинволновых возбуждений БДГ с углом разворота намагниченности, отличным от 180°, до настоящего времени отсутствует. В работе численными методами исследован спектр колебаний 71° БДГ в кубическом ферромагнетике. Такие стенки возникают в материалах с кубической анизотропией, характерной, в частности, для железо-иттриевого граната, наиболее часто применяемого в экспериментах по наблюдению спиновых волн [10].

1. Исходные уравнения

Спинволновые возбуждения ДГ ферромагнетика описываются уравнениями Ландау–Лифшица и магнитостатики

$$\frac{M}{\gamma}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\sin\vartheta = \frac{\delta E}{\delta\vartheta}, \quad -\frac{M}{\gamma}\frac{\partial\vartheta}{\partial t}\sin\vartheta = \frac{\delta E}{\delta\varphi}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{h}_d + 4\pi \mathbf{M}) = 0, \tag{2}$$

где M — вектор намагниченности $\mathbf{M} = M\mathbf{m}, \mathbf{m}$ — единичный вектор, направленный вдоль вектора намагниченности, $\mathbf{m} = (\sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi, \cos \vartheta), \gamma$ — гиромагнитное отношение, \mathbf{h}_d — поле размагничивания, которое в магнитостатическом приближении выражается через магнитный потенциал Ψ : $\mathbf{h}_d = \nabla \Psi, E$ — энергия ферромагнетика, включающая в себя энергию неоднородного обмена, энергию магнитной анизотропии и энергию полей размагничивания

$$\begin{split} E &= A \Big((\nabla \vartheta)^2 + \sin^2 \vartheta (\nabla \varphi)^2 \Big) + E_a(\varphi, \vartheta) \\ &- \frac{1}{8\pi} \bigg(\Big(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big)^2 + \Big(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \Big)^2 \Big(\frac{\partial \Psi}{\partial z} \Big)^2 \Big) \\ &- M \bigg(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \sin \vartheta \cos \varphi + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \sin \vartheta \cos \varphi + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cos \vartheta \bigg), \end{split}$$

где *А* — константа обменного взаимодействия, *E_a* — энергия магнитной анизотропии. В кристаллографической системе энергия анизотропии кубического ферромагнетика записывается в виде

$$E_a = K_1(m_x^4 + m_y^4 + m_z^4),$$

где K_1 — константа кубической анизотропии. В случае $K_1 > 0$ легкими осями являются направления типа [111],



Рис. 1. Статическая структура 71° ДГ кубического ферромагнетика.

поэтому удобно перейти к новой системе координат: $\mathbf{e}_x = [111], \mathbf{e}_y = [11\bar{2}], \mathbf{e}_z = [\bar{1}10].$ Тогда

$$E_a = K_1 \left(\frac{\sin^4 \vartheta \sin^4 \varphi}{2} + \frac{\cos^4 \vartheta}{2} + \frac{2}{3} \sin^4 \vartheta \cos^4 \varphi \right.$$
$$\left. + \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \sin^2 \varphi + \frac{2\sqrt{2}}{3} \sin^4 \vartheta \cos \varphi \sin^3 \varphi \right.$$
$$\left. - 2\sqrt{2} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \cos \varphi \sin \varphi \right).$$

Будем рассматривать блоховскую стенку, в которой разворот намагниченности происходит в плоскости XY (кристаллографическая плоскость (110)) от направления [111] к [111], нормаль к которой совпадает с осью *z* (рис. 1). В сферических координатах структура 71° БДГ, полученная из решения статического уравнения Ландау–Лифшица, описывается следующим образом:

$$\vartheta = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_0 = \alpha + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{th}\left(\frac{z}{\sqrt{3}}\right)\right),$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}},$$
(3)

где координата *z* нормирована на $\sqrt{A/K_1}$. Колебания ДГ описываются малым отклонением намагниченности от равновесного распределения (3)

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} + \theta(z)\sin(\omega t - k_x x - k_y y),$$

$$\varphi = \varphi_0(z) + \phi(z)\cos(\omega t - k_x x - k_y y),$$

$$\Psi = \psi(z)\sin(\omega t - k_x x - k_y y).$$
(4)

Подставляя выражения (4) в уравнения Ландау– Лифшица и магнитостатики (1) и (2), получим линеаризованную систему, описывающую колебания намагниченности в доменной границе

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \left(k^2 + a(\varphi_0)\right)\theta + \omega\phi + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial\psi}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \omega\theta + \left(k^2 + b(\varphi_0)\right)\phi - \frac{1}{\varrho}(k_x\sin\varphi_0 - k_y\cos\varphi_0)\psi, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial\theta}{\partial z} + \left(k_x\sin\varphi_0 - k_y\cos\varphi_0\right)\phi + k^2\psi, \\ a(\varphi_0) = \frac{3}{2}\sin^4\varphi_0 + 2\cos^4\varphi_0 + 2\sqrt{2}\cos\varphi_0\sin^3\varphi_0 \\ + 2\sqrt{2}\cos\varphi_0\sin\varphi_0 - \sin^2\varphi_0 - \frac{2}{3}, \\ b(\varphi_0) = \sin^4\varphi_0 + \frac{4}{3}\cos^4\varphi_0 + \frac{10\sqrt{2}}{3}\cos\varphi_0\sin^3\varphi_0 \\ - 2\sqrt{2}\cos^3\varphi_0\sin\varphi_0 - 7\cos^2\varphi_0\sin^2\varphi_0, \end{cases}$$
(5)

где координаты x, y, z и волновое число k нормированы на $\sqrt{K_1/A}$, частота ω — на $2\gamma K_1/M$, магнитный потенциал ψ — на $4\pi M \sqrt{A/K_1}$, фактор качества $Q = K_1/2\pi M^2$. Магнитный потенциал ψ и углы ϕ , θ должны удовлетворять граничному условию θ , ϕ , $\psi = 0$ при $z \to \pm \infty$.

Угол φ_0 в (5) изменяется от нуля до $\operatorname{arctg} 2\sqrt{2} \approx 71^\circ$. Из системы (5) следует, что осью симметрии является направление, перпендикулярное биссектрисе угла, которое образуют намагниченности в соседних доменах, т. е. спектр спиновых волн, распространяющихся в этом направлении, будет симметричным относительно изменения знака волнового числа.

Для нахождения спектра спинволновых возбуждений 71° БДГ использовался численный метод, предложенный в [5]. При $z \to \pm \infty$ система (5) переходит в систему дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение такой системы используется в качестве начального приближения при достаточно больших значениях координаты z. Интегрируя уравнения (5) методом Рунге-Кутты от начальных значений при больших $\pm z$ до точки сшивки, получим вронскиан, составленный из правой и левой тройки решений в этой точке. Если вронскиан равен нулю, то частота, при которой проводились такие вычисления, является собственной частотой. Для численного расчета использовалось значение фактора качества Q = 0.05, по порядку величины соответствующее значениям фактора качества для железо-иттриевого граната ($Q \approx 0.02$) и для некоторых ферритов со структурой шпинели (для NiFe₂O₄ $Q \approx 0.08$).

2. Спектры спиновых волн, локализованных на 71° ДГ

Результаты численного расчета приведены на рис. 2–4. Видно, что при распространении колебаний перпендикулярно оси симметрии (рис. 2) спектр имеет такой же вид, как и в одноосном ферромагнетике. Однонаправленная ветвь Гилинского характеризуется отрицательной



Рис. 2. Спектр локализованных спиновых волн в 71° ДГ кубического ферромагнетика с фактором качества Q = 0.05 при распространении волны в направлении [110]. *I* — граница сплошного спектра, *2*, *3* — голдстоуновская мода, *4* — мода Гилинского.



Рис. 3. Спектр локализованных спиновых волн в 71° ДГ кубического ферромагнетика с фактором качества Q = 0.05 при распространении волны в направлении [001]. *I* — граница сплошного спектра, *2*, *3* — голдстоуновская мода.

дисперсией $\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}$ < 0, что аналогично результатам, полученным ранее для других видов энергии анизотропии. Эта ветвь существует только для колебаний, распространяющихся между направлениями намагниченности в соседних доменах, т.е. в интервале значений γ_0 от 0 до 71°, что является особенностью рассматриваемой стенки. Не исключено, что и для других типов ДГ ветвь Гилинского существует только в направлениях, лежащих между легкими осями. Во всех возможных направлениях ветвь Гилинского имеет линейную асимптотику. Для определения щели высокочастотной ветви воспользуемся методом, примененным в [11] при рассмотрении одноосного ферромагнетика. Этот метод основан на особенностях поведения уравнений (5) на бесконечности. Рассмотрим случай распространения колебаний перпендикулярно оси симметрии, когда $\gamma_0 = \arctan(k_y/k_x) = \alpha$. При $z \to \pm \infty$ система (5) переходит в систему с постоянными коэффициентами, решения которой являются суперпозицией трех экспонент с характеристическими показателями *p*, которые при малых значениях волнового числа можно вычислить с помощью теории возмущений. В первом неисчезающем по $k \ll 1$ приближении находим

$$p_{3} = k\mu, \quad \mu = \sqrt{\frac{a_{0}(b_{0} + \sin^{2}\gamma_{0}/Q) - \omega_{0}^{2}}{b_{0}(1/Q + a_{0}) - \omega_{0}^{2}}},$$
$$p_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(b_{0} + a_{0} + \frac{1}{Q} \pm \sqrt{\left(b_{0} - a_{0} - \frac{1}{Q}\right)^{2} + 4\omega_{0}^{2}}\right)}, \quad (6)$$

где $a_0 = b_0 = 4/3$. Внутри доменов поведение решений определяется наиболее медленно спадающими членами, т. е. экспонентами с характеристическим показателем p_3 . Теперь решим третье уравнение системы (5) при помощи функции Грина $G(z - \xi) = -\exp(-k|z - \xi|)/2k$

$$\psi = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-k|z-\xi|) (\cos\varphi_0 \sin\gamma_0 - \sin\varphi_0 \cos\gamma_0)$$
$$\times \phi(\xi) d\xi - \frac{1}{2k} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-k|z-\xi|) \frac{\partial\theta(\xi)}{\partial\xi} d\xi.$$

При больших значениях координаты *z* локализованные решения характеризуются экспоненциальным спадом с



Рис. 4. Спектр локализованных спиновых волн в 71° ДГ кубического ферромагнетика с фактором качества Q = 0.05 при распространении волны вдоль легкой оси [111]. *I* — граница сплошного спектра, *2, 3* — голдстоуновская мода.

главным показателем p_3 , т. е. $\theta = C_1 \exp(-k\mu|z|) + O(k)$, $\phi = C_2 \exp(-k\mu|z|) + O(k)$. Отсюда находим

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\mu}{1+\mu} C_1 - \frac{\sin \gamma_0}{1+\mu} C_2,$$

 $k\psi \to 0, \quad \text{при} \quad z \to \pm \infty.$ (7)

Подставляя (7) в (5), получим систему

$$\begin{cases} \left(a_0 + \frac{\mu}{(1+\mu)Q}\right)C_1 + \left(\omega_0 - \frac{\sin\gamma_0}{(1+\mu)Q}\right)C_2 = 0, \\ \omega_0 C_1 + b_0 C_2 = 0. \end{cases}$$
(8)

Уравнения (8) будут совместны, если детерминант системы равен нулю. Из условия равенства нулю детерминанта находим второе выражение для μ

$$\mu = \frac{(b_0 - \omega_0 \sin \gamma_0)/Q}{b_0(a_0 + 1/Q) - \omega_0^2} - 1.$$
 (9)

Приравнивая (6) и (9), получим три значения ω_0 :

$$\omega_0 = \pm \sqrt{a_0 b_0},\tag{10}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \left(\sin \gamma_0 \left(a_0 + \frac{1}{Q} \right) + \frac{b_0}{\sin \gamma_0} \right). \tag{11}$$

Частота, найденная из (11), при любых Q попадает в зону сплошного спектра. Другие два симметричных решения определяют величину щели ветви Гилинского для 71° БДГ в кубическом ферромагнетике, которая в физических переменных определяется формулой

$$\omega_0 = \pm \frac{8\gamma K_1}{3M}$$

Выражение (10) справедливо для стенок с любым углом разворота вектора намагниченности. Коэффициенты a_0 и b_0 , которые представляют собой значения $a(\varphi_0)$ и $b(\varphi_0)$ на бесконечности, определяются видом энергии анизотропии.

Низкочастотная ветвь колебаний, соответствующая трансляционным смещениям ДГ в длинноволновом пределе (голдстоуновской моде), имеет в направлении, перпендикулярном оси симметрии, линейную асимптотику. Во всех других направлениях зависимость частоты от волнового числа для ветви транляционных колебаний в длинноволновой области носит корневой характер. Такое поведение низкочастотных ветвей аналогично особенностям спиновых волн в 180° БДГ.

У рассматриваемой стенки имется еще ряд отличительных особенностей спектра: во-первых, при распространении колебаний вдоль оси симметрии граница сплошного спектра лежит выше, чем при распространении колебаний перпендикулярно оси симметрии, что отличает рассматриваемую задачу от случая 180° БДГ; во-вторых, спектральные ветви голдстоуновской моды сливаются со сплошным спектром при конечном значении волнового числа (рис. 3). В случае распространения спиновых волн вдоль оси легкого намагничивания левая ветвь голдстоуновской моды оканчивается на границе сплошного спектра, как и ветвь Гилинского, в то время как правая ветвь стремится к этой границе асимптотически (рис. 4). При увеличении фактора качества Q асимметрия спектра колебаний ДГ уменьшается, а дно зоны сплошного спектра приближается к ветви Гилинского. Если $Q \gg 1$, то ветвь Гилинского полностью сливается с границей зоны объемных спиновых волн.

Таким образом, общий вид спектра спинволновых возбуждений 71° БДГ аналогичен спектру 180° БДГ, но имеет также и отличительные особенности, связанные с неколлинеарным расположением вектора намагниченности в соседних доменах.

Работа поддержана грантами РФФИ № 98-02-16469, № 97-02-16183.

Список литературы

- [1] J.M. Winter. Phys. Rev. 124, 2, 452 (1961).
- [2] J.F. Janak. Phys. Rev. 134, 2a, 411 (1964).
- [3] М.И. Куркин, А.П. Танкеев. ФММ 36, 6, 1149 (1973).
- [4] И.А. Гилинский. ЖЭТФ 68, 3, 1032 (1975).
- [5] А.В. Михайлов, И.А. Шимохин. ЖЭТФ 97, 6, 1966 (1990).
 [6] А.V. Mikhailov, I.A. Shimokhin. Phys. Rev. B48, 13, 9569 (1993).
- [7] N.E. Kulagin, A.F. Popkov, V.T. Synogach, H.J. Dötsch. Appl. Phys. 81, 2336 (1997).
- [8] А.М. Алексеев, А.Ф. Попков, А.И. Попов. Изв. вузов. Электроника 1, 13 (1998).
- [9] V.T. Synogach, H. Dötsch. Phys. Rev. B54, 21, 15266 (1996).
- [10] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Физматлит., М. (1994). 464 с.
- [11] I.A. Shimokhin. Phys. Stat. Sol. B167, 1, 243 (1991).