

Квантовое плавление мезоскопических кластеров

© А.И. Белоусов, Ю.Е. Лозовик

Институт спектроскопии Российской академии наук,
142092 Троицк, Московская обл., Россия

E-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

(Поступила в Редакцию 10 февраля 1999 г.)

Исследуется фазовая диаграмма двумерной мезоскопической системы зарядов или диполей, реализациями которой могут являться электроны в полупроводниковой квантовой точке или непрямые экситоны в системе двух вертикально связанных квантовых точек. Квантовые расчеты ab initio Монте-Карло интегрирования по траекториям применяются для определения свойств таких объектов на плоскости температура–квантовый параметр де Бюра. При нулевой (достаточно низкой) температуре по мере увеличения силы квантовых флуктуаций частиц имеют место два типа квантовых явлений разупорядочения с ростом квантового параметра де Бюра q : сначала, при $q \sim 10^{-5}$, система переходит в радиально упорядоченное, но ориентационно разупорядоченное состояние, когда различные оболочки "атома" проворачиваются друг относительно друга. При гораздо больших $q \sim 0.1$ имеет место переход в разупорядоченное (сверхтекучее в случае системы бозонов) состояние.

Изучение свойств мезоскопических систем малого числа частиц становится все более важным в связи с постоянным уменьшением характерных размеров электронных приборов. Развитие методов микролитографии в полупроводниковой технологии позволяет в настоящее время проводить эксперименты с чрезвычайно малыми структурами, содержащими всего несколько электронов или экситонов. Исследование таких систем привело к развитию одноэлектроники [1,2] и обеспечило значительные успехи в изучении и конструировании различного рода мезоскопических объектов [3], рассматриваемых как элементная база электронно-вычислительных и измерительных систем будущего.

В настоящей работе мы рассмотрим фазовую диаграмму конечной системы частиц (кластера), удерживаемых в двумерном гармоническом потенциале. Эта модель может применяться, например, при описании электронов в полупроводниковой квантовой точке [1,4] и системы непрямых экситонов в вертикально связанных квантовых точках [3–6]. Существующая техника эксперимента позволяет контролировать число частиц N в подобном "атоме" и готовить как классические кластеры заданного N , так и системы, определяющую роль в поведении которых играют квантовые эффекты. Это дает возможность исследования ряда интересных задач физики мезоскопических систем.

Одно из наиболее интересных явлений, имеющих место в малых классических кластерах, — явление их ориентационного разупорядочения ("ориентационного плавления", см. работы [7–10]), при котором при температурах, на несколько порядков меньших температуры полного разупорядочения (разрушения оболочечной структуры и начала обмена частиц между оболочками), происходит взаимное ориентационное разупорядочение различных областей системы. При этом различные пары оболочек кластера проворачиваются как целое друг относительно друга, теряя взаимный ориентационный порядок.

При рассмотрении кластеров, квантовые флуктуации частиц в которых сравнимы со средним межчастич-

ным расстоянием, интерес представляет вопрос о существовании квантового аналога явления классического ориентационного плавления. Очевидно, что увеличение роли квантовых эффектов должно привести к понижению температуры T_{s_1, s_2} ориентационного плавления оболочек $\{s_1, s_2\}$ и, казалось бы, при некоторой критической величине квантовых флуктуаций должно наступить их "нулевое" ориентационное плавление.

Что определяет положение точки q_{s_1, s_2} "нулевого" ориентационного плавления? Обычно точку квантового фазового перехода оценивают как точку, в которой энергия квантовых флуктуаций частицы \hbar/ma^2 сравнивается с энергией $k_b T_c$ ее тепловых колебаний при температуре T_c классического разупорядочения (другими словами, когда при температуре T_c длина тепловой волны де Бройля равна среднему расстоянию a между частицами). Как изменится эта оценка применительно к квантовому ориентационному плавлению малых кластеров? Каково будет относительное расположение областей существования ориентационного порядка у различных пар оболочек многооболочечного кластера? Какова роль обменных эффектов в рассматриваемом явлении?

В настоящей работе мы попытались ответить на эти вопросы, предприняв расчет свойств искусственных "атомов", образованных электронами и экситонами в квантовых точках при помощи квантового метода Монте-Карло интегрирования по траекториям. Общая структура статьи организована следующим образом: в разделе 1 вводится математическая модель и кратко описывается используемый алгоритм расчета. В разделе 2 приводятся описание и обсуждение полученных результатов.

1. Модель. Используемый алгоритм расчета

Мезоскопические кластеры, свойства которых мы хотим исследовать, могут рассматриваться как двумерные системы конечного числа N частиц массы m в квадра-

тичном удерживающем потенциале силы α . Общий вид гамильтониана таких систем имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} \right) + \alpha \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) + \sum_{i<j} U(r_{ij}). \quad (1)$$

В качестве парного потенциала взаимодействия частиц U рассматривались следующие функции: 1) для системы электронов e в полупроводниковой квантовой точке частицы взаимодействовали по закону Кулона, т.е. $U(r_{ij}) = e^2/r_{ij}$, $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$; 2) взаимодействие не прямых магнетоэкситонов в двойной квантовой точке рассматривалось как взаимодействие сонаправленных диполей [6]: $U(r_{ij}) = d^2/r_{ij}^3$, где дипольный момент $d = he$ определяется расстоянием между квантовыми точками h .

Гамильтониан (1) может быть сведен к безразмерному виду, если выразить, все расстояния и энергии в единицах r_0 и $E_0 = \alpha r_0^2$, где $r_0 = e^{2/3}/\alpha^{1/3}$ для системы электронов (кулоновского кластера, Coul) и $r_0 = d^{2/5}/\alpha^{1/5}$ для кластера магнетоэкситонов (дипольного кластера D). В результате (1) примет вид

$$\hat{H} = q^2 \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} \right) + \sum_{i=1}^N (x_i^2 + y_i^2) + \sum_{i<j} U(r_{ij}),$$

$$U(r_{ij}) = \{1/r_{ij}, (\text{Coul}); 1/r_{ij}^3, (\text{D})\}. \quad (2)$$

Здесь квантовый параметр де Бура $q = \hbar/(m^{1/2}\alpha^{1/2}r_0^2)$ определяет силу квантовых флуктуаций частиц. Другим безразмерным параметром, определяющим состояние системы (2), является безразмерная температура $T = k_b T / (\alpha r_0^2)$.

Для расчетов свойств системы (2) использовали квантовый метод Монте-Карло интегрирования по траекториям (см., например, обзор [11]). В этом методе свойства исходной двумерной квантовой системы $\{\mathbf{r}_i\}$, $i = 1 \dots N$ оцениваются по фиктивной трехмерной $\{\mathbf{r}_i^p\}$, $p = 0 \dots P-1$, полученной дискретизацией функциональных интегралов. Требуемая точность такой замены, контролируемая безразмерным параметром $\tau = q/(PT)$, достигалась подбором числа слоев P трехмерной системы таким образом, чтобы наилучшим образом удовлетворить условию $\tau = 0.3$.

Вывод о состоянии кластера в каждой исследуемой точке $\{q; T\}$ плоскости управляющих параметров делался на основе расчета ряда величин: радиальной функции распределения частиц в ловушке, радиальных среднеквадратичных смещений

$$u_r^2 = \frac{1}{NP} \sum_{i=1}^N \sum_{p=0}^{P-1} \left[\langle (r_i^p)^2 \rangle - \langle r_i^p \rangle^2 \right]. \quad (3)$$

Ориентационное разупорядочение кластера исследовалось при помощи взаимного ориентационного параметра порядка [10]

$$g_{s_1 s_2} = \langle \psi_{s_1} \psi_{s_2}^* \rangle. \quad (4)$$

”Ориентационный параметр порядка” ψ_s оболочки s , состоящей из N_s частиц, определяется при этом как $\psi_s = (1/N_s) \sum_{i_s}^{N_s} \exp(j N_s \varphi_{i_s})$, где сумма берется по всем номерам частиц, принадлежащим данной оболочке s .

Также рассматривалась дисперсия траекторий во мнимом времени, т.е. степень их ”размазанности” по углу φ и радиусу r

$$l_\varphi = \frac{1}{NP} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{p=0}^{P-1} \left(\varphi_i^p - \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \varphi_i^p \right)^2 \right\rangle, \quad (5)$$

$$l_r = \frac{1}{NP} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{p=0}^{P-1} \left(r_i^p - \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} r_i^p \right)^2 \right\rangle. \quad (6)$$

2. Результаты расчета

Рассмотрим сначала поведение классических кластеров (при $q = 0$). Основная конфигурация классической системы 10 диполей (при $T \ll 1$) в удерживающем гармоническом потенциале имеет две четко выраженные оболочки, внутренняя из которых содержит 3 частицы: $D_{10}(3, 7)$. Рис. 1 показывает, что повышение температуры приводит сначала к потере взаимного ориентационного параметра оболочки. Это имеет место при весьма низкой температуре $T_{21} \approx 5.4 \cdot 10^{-6}$. Полное разупорядочение кластера D_{10} с обменом частиц между оболочками имеет место при гораздо более высокой температуре $T_f \approx 0.01$.

Очевидно, что для малого кластера, состоящего из нескольких оболочек, будет иметь место ряд явлений ориентационного плавления, каждое из которых соответствует относительному ориентационному разупорядочению различных пар оболочек. Эта особенность малых кластеров заметна на рис. 2, на котором представлены температурные зависимости радиальных флуктуаций (3) и ориентационного параметра (4) различных пар оболочек трехоболочечного кулоновского кластера Coul₂₅, имеющего в основном состоянии конфигурацию Coul₂₅(3, 9, 13). Стрелками на рисунке отмечены температуры $T_{32} \approx 3 \cdot 10^{-5}$, $T_{21} \approx 1.25 \cdot 10^{-3}$ ориентационных разупорядочений и температура $T_f \approx 7 \cdot 10^{-3}$ полного плавления системы. Данные рис. 2 подтверждают, что температуры $T_{s_1 s_2}$ ориентационного разупорядочения пары оболочек s_1, s_2 являются функцией распределения частиц по оболочкам (N_{s_1}, N_{s_2}) и максимальны в случае пары оболочек, представляющих собой замкнутые группы узлов идеальной двумерной треугольной решетки (т.е. когда $(N_{s_1}, N_{s_2}) = (3, 9), (4, 10), (6, 12), \dots$) [8,10].

В рассмотренных выше случаях интервал температур $T_{s_1 s_2} < T < T_f$ можно рассматривать как область, в которой оболочки $\{s_1, s_2\}$ кластера, сохраняя свой внутренний порядок, проворачиваются друг относительно

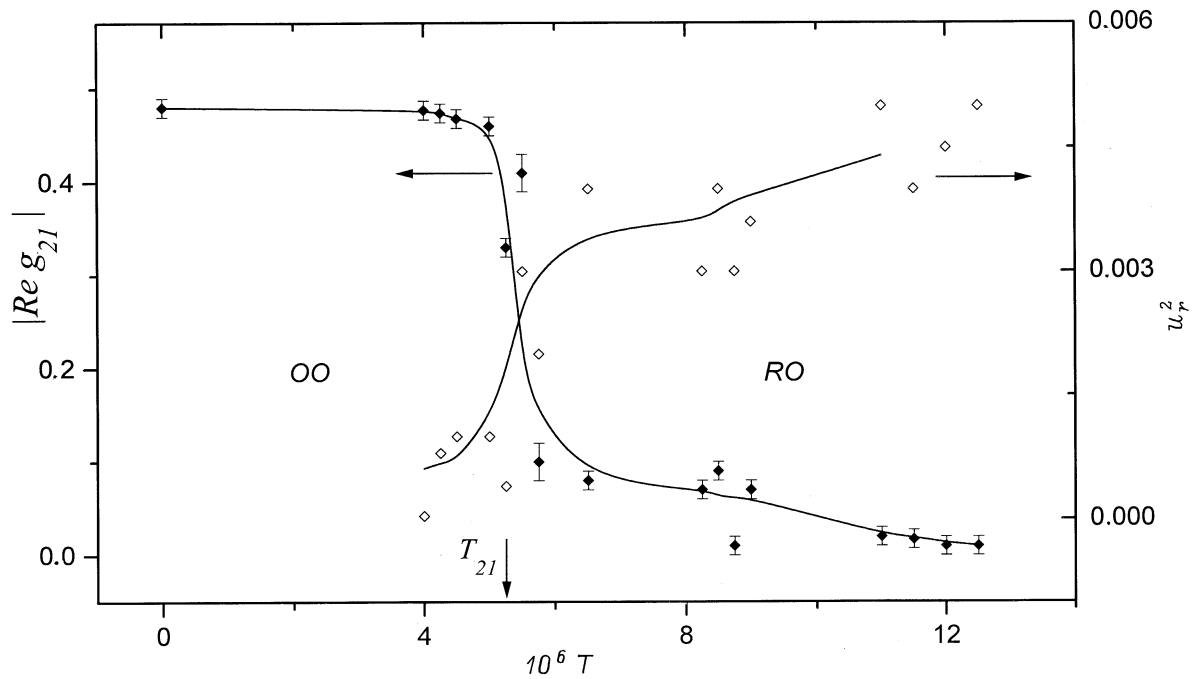


Рис. 1. Исчезновение взаимного ориентационного параметра порядка g_{21} (4) свидетельствует о переходе из ориентационно-упорядоченного (ОО) в ориентационно-разупорядоченное, но радиально-упорядоченное состояние (RO). Резкий рост среднеквадратичных радиальных флуктуаций u_r^2 (3) в точке $T_{21} \approx 5.5 \cdot 10^{-6}$ ориентационного разупорядочения вызван "дыханием" оболочек кластера D_{10} при их проворачивании друг относительно друга.

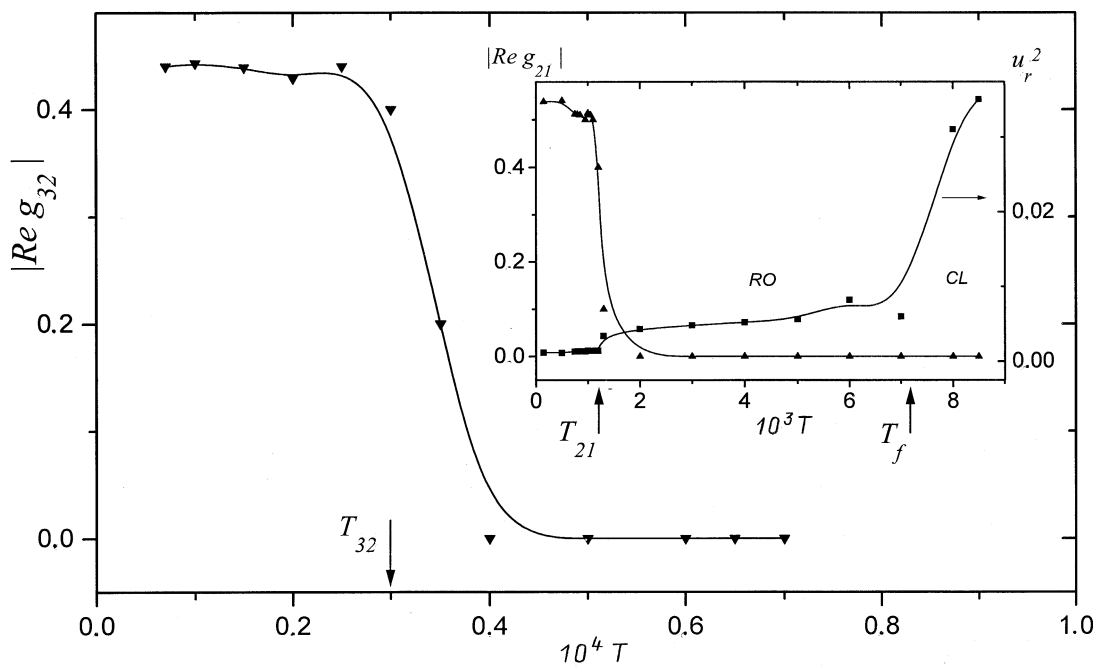


Рис. 2. Ориентационное плавление различных пар оболочек трехоболочечного кулоновского кластера CoU_{25} . Стрелками отмечены температуры T_{32} и T_{21} ориентационного разупорядочения пар $\{3, 2\}$ и $\{2, 1\}$ кластера, а также температура T_f его полного плавления — перехода из RO-состояния в состояние классической жидкости (CL).

друга, теряя взаимный ориентационный порядок. При этом в $2 \times N$ -мерном конфигурационном пространстве система движется в узкой области — "овраге" — на поверхности потенциальной энергии, различным точкам которой соответствуют различные величины параметра порядка g_{s_1, s_2} . Рис. 1, 2 показывают, что такому движению сопутствует "дыхание" оболочек кластера, что приводит к резкому росту радиальных среднеквадратичных флуктуаций u_r^2 в точках T_{s_1, s_2} ориентационных разупорядочений.

Рассмотрим, как меняется состояние "атомов" при $T = \text{const}$ и увеличении силы квантовых флуктуаций. На рис. 2, *a* приведено поведение взаимного ориентационного параметра порядка g_{21} дипольного кластера D_{10} при движении вдоль линии $T = 3 \cdot 10^{-6}$. Резкое изменение величины g_{21} в точке $q_{21} \approx 8 \cdot 10^{-4}$ свидетельствует о вызванном квантовыми флуктуациями переходе из ориентационно-упорядоченного состояния (ОО, при $q < q_{21}$) в ориентационно-разупорядоченное, но радиально-упорядоченное состояние (РО, при $q > q_{21}$). Зависимости угловой и радиальной дисперсий траекторий частиц во мнимом времени (5) и (6) от величины квантового параметра q представлены на рис. 2, *b*. На вставке к рис. 2, *b* приведена мгновенная проекция траекторий $\mathbf{r}_i^0 \rightarrow \mathbf{r}_i^0 \rightarrow \dots$ трехмерной классической системы на плоскость OXY , дающая представление о траекториях ориентационно-разупорядоченной системы во мнимом времени. Рисунок показывает, что квантовые флуктуации резко анизотропны. Увеличение квантового параметра приводит к резкому росту угловых флуктуаций частиц в точке q_{21} исчезновения взаимного ориентационного порядка, тогда как радиальные флуктуации частиц, как функции q , не имеют каких-либо особенностей.

Аналогичные результаты имеют место для кулоновского кластера Coul_{25} и приведены на вставке к рис. 3, *a*. Результаты соответствуют температуре $T = 3 \cdot 10^{-4}$. При этой температуре вторая и первая оболочки кластера теряют ориентационный порядок при $q \approx 0.01$. Квантовое ориентационное плавление третьей и второй оболочек происходит при гораздо меньших величинах квантового параметра $q_{32} \approx 8 \cdot 10^{-3}$.

Рассмотренные выше результаты расчетов показывают, что в точке квантового ориентационного плавления характерные масштабы квантовых движений частиц сравниваются со средним углом между ближайшими частицами из рассматриваемой пары оболочек. Особенностью квантового ориентационного плавления мезоскопических систем является то, что при достаточной малых температурах основное направление движений частиц соответствующей классической системы определяется узким и высоким "оврагом", образуемым многомерной поверхностью потенциальной энергии. Наличие такого оврага приводит к анизотропии квантовых флуктуаций и значительной выделенности роли угловых квантовых движений. Отметим также, что как для кулоновского, так и для дипольного кластеров квантовое ориентационное плавление любой из пар оболочек имеет место в области

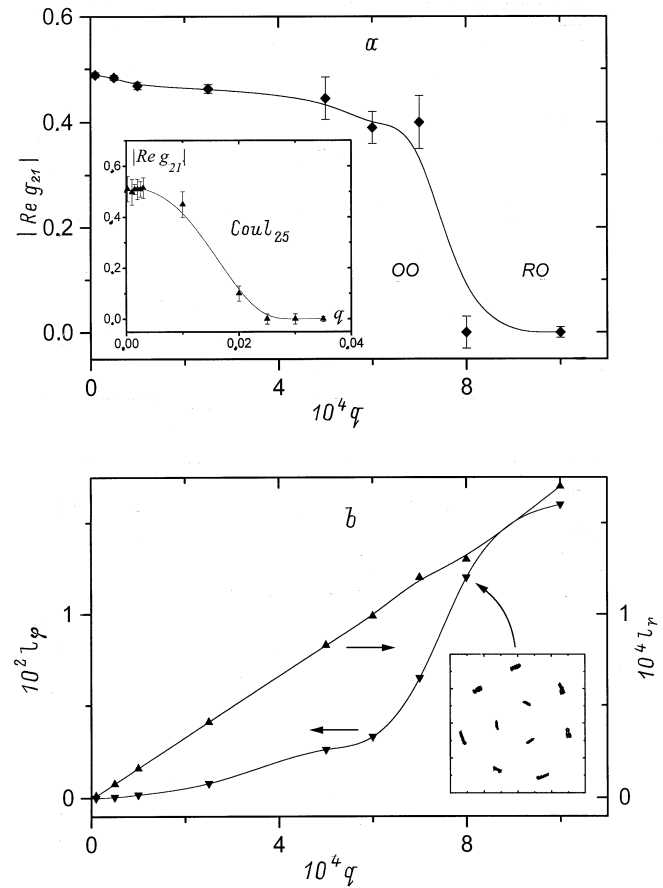


Рис. 3. Квантовое ориентационное плавление дипольного кластера при $T = 3 \cdot 10^{-6}$ и кулоновского (на вставке к рис. 3, *a*) при $T = 5 \cdot 10^{-3}$. *a* — взаимный ориентационный параметр g_{21} как функция квантового параметра q ; *b* — мера квантовых флуктуаций частиц: радиальные l_r и угловые l_φ дисперсии траекторий частиц во мнимом времени. Область резких изменений угловых флуктуаций совпадает с областью исчезновения взаимного ориентационного порядка оболочек. На вставке показана мгновенная проекция траекторий кластера D_{10} на плоскость OXY в точке $\{q, T\} = \{8 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-6}\}$.

управляющих параметров $\{q, T\}$, в которой роль обменных эффектов пренебрежимо мала. Эта особенность наглядно показана на вставке к рис. 3, *b*, представляющей картины траекторий ориентационно-разупорядоченного "атома" во мнимом времени.

Рассмотрим кратко, к чему приводит дальнейшее увеличение силы квантовых флуктуаций при $q \geq 0.05$. Простейшие оценки показывают (см. выше), что в рассматриваемой области фазовой диаграммы, при $q > \sqrt{T}$, важную роль начинают играть обменные эффекты. Для упрощения расчетов мы предположили, что частицы, образующие "атом" — бозоны. Строго говоря, это допущение справедливо лишь для системы непрямых магнитоэкситонов в двойных квантовых точках [6], т.е. для дипольного кластера. Система электронов в полупроводниковой квантовой точке подчиняется статистике Ферми и рассматриваемая модель несправедлива в области зна-

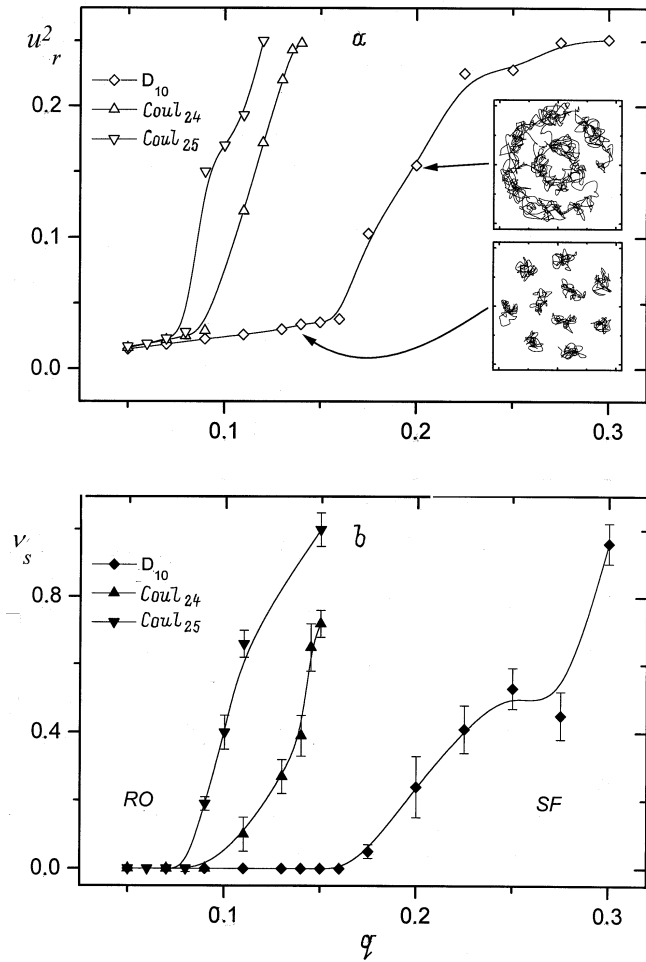


Рис. 4. $T = 5 \cdot 10^{-3}$. *a* — средние квадратичные радиальные флуктуации частиц u_r^2 как функция квантового параметра q . Вставки показывают характерные картины траекторий (сплайн-интерполяции их проекций на плоскость OXY) до ($q = 0.13$) и после ($q = 0.2$) перехода в радиально-упорядоченное сверхтекучее состояние; *b* — доля сверхтекучей компоненты ν_s как функции квантового параметра q .

чительных квантовых флуктуаций. Однако исследование кулоновского бозонного кластера имеет определенный методический интерес и позволяет наблюдать некоторые общие закономерности поведения мезоскопических бозонных систем, см. далее.

На рис. 4, *a* показаны результаты расчета средние квадратичных радиальных флуктуаций частиц дипольных и кулоновских бозонных кластеров как функция квантового параметра q при $T = 5 \cdot 10^{-3}$. Учет статистики частиц осуществлялся при помощи многоуровневого блочного метода, подробное описание которого можно найти, например, в [11]. Как следует из проведенного выше анализа (рис. 1–3), в рассматриваемой области управляющих параметров мезоскопические кластеры находятся в ориентационно разупорядоченном состоянии. Следовательно, резкий рост величины средние квадратичных радиальных флуктуаций свидетельствует о полном плавлении.

Сравнение результатов измерений радиальных флуктуаций u_r^2 (рис. 4, *a*) и доли сверхтекучей компоненты ν_s кластера (рис. 4, *b*) показывает, что это разупорядочение соответствует переходу из радиально-упорядоченного (RO) в сверхтекучее (SF) состояние.¹ В качестве иллюстрации, на вставке к рис. 4, *a* приведены характерные картины траекторий частиц во мнимом времени (показана сплайн-интерполяция их мгновенных проекций на плоскость OXY). Отметим, что доля частиц, участвующих в нетождественных перестановках, резко возрастает в точке q_f разупорядочения и появления сверхтекучести в системе. Поскольку температура полного разупорядочения соответствующих классических систем есть $T_f \approx 0.01$, что в 2 раза выше температуры, к которой относятся результаты рис. 4, значения q_f полного разупорядочения можно принять в качестве неплохих оценок для точек соответствующих квантовых переходов (при $T = 0$).

Объединяя представленные выше результаты, можно нарисовать фазовую диаграмму мезоскопических кластеров на плоскости $\{q; T\}$ (рис. 5). Расчеты показали, что система может находиться в одном из следующих резко отличающихся друг от друга состояний: в упорядоченном состоянии (OO), с четко выраженной оболочечной структурой и наличием взаимного ориентационного порядка между оболочками; в ориентационно-разупорядоченных, но радиально-упорядоченных (RO) состояниях, в каждом из которых отсутствует взаимный ориентационный порядок некоторой пары оболочек кластера; в состоянии "классической жидкости" (CL)-разупорядоченном состоянии с малой ролью квантовых флуктуаций. Кроме того, для бозонных кластеров (кластеров не прямых экситонов) может существовать область сверхтекучего (SF) состояния.

Разумеется, для систем малого числа частиц невозможно говорить о существовании каких-либо четких границ между упомянутыми выше состояниями системы, если рассматривать эти границы как линии $T(q)$ фазовых переходов того или иного рода (скорее, это область кроссовера). Однако, как видно из рис. 1–4, анализ свойств системы даже столь малого числа частиц позволяет четко выявить наличие таких областей и качественно показать их взаимное расположение на плоскости $\{q; T\}$.

Взаимное расположение различных областей полученной фазовой диаграммы управляется следующими соотношениями (рис. 1–5). 1) Соотношение между температурой системы и характерной величиной потенциальных барьеров относительного проворота различных пар оболочек определяет область перехода из ориентационно-упорядоченного состояния в состояние с отсутствием ориентационного порядка у этих пар оболочек. Такие переходы могут иметь место при различных температурах $T_{s_1 s_2}$ для каждой пары оболочек $\{s_1 s_2\}$. 2) Дальнейшее повышение температуры (в области малых квантовых флуктуаций частиц) приводит к

¹ Измерение доли сверхтекучей компоненты ν_s проводилось через отклик системы бозонов на ее бесконечно медленное вращение [11].

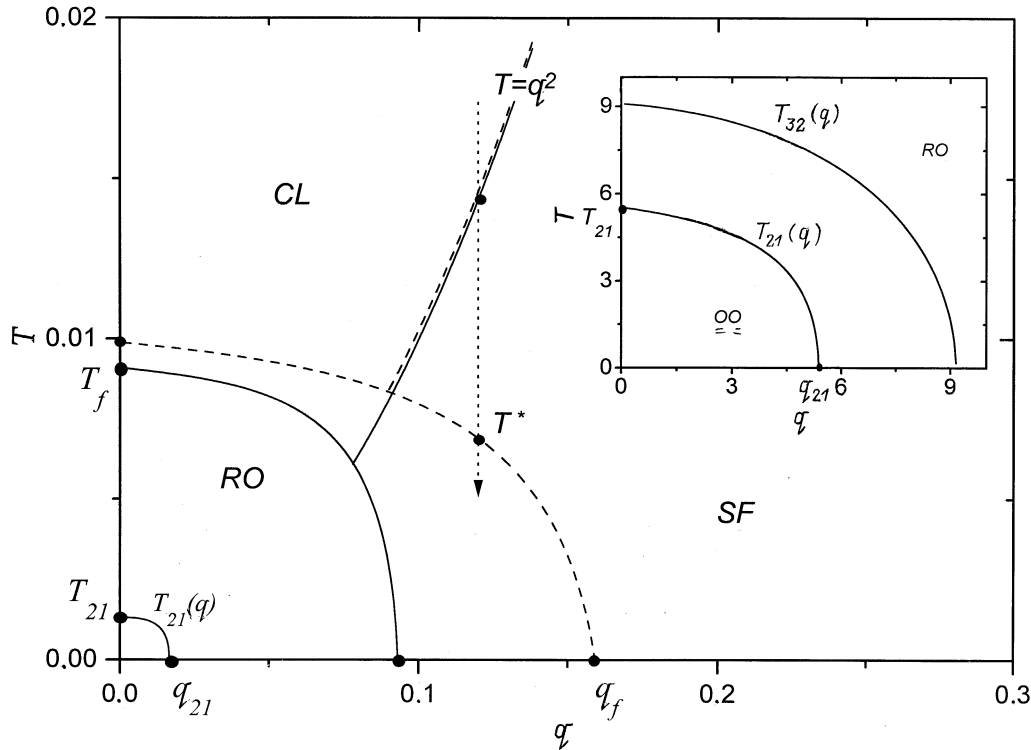


Рис. 5. Результирующая фазовая диаграмма "искусственного атома" в квантовых точках (обозначения см. в тексте). Штриховые линии соответствуют дипольному кластеру D_{10} , сплошные линии — кулоновскому кластеру $Coul_{25}$. В увеличенном масштабе качественно показана область перехода из состояния OO в RO . В области значительных квантовых флуктуаций с уменьшением температуры в системе малого количества бозонов возможно исчезновение сверхтекучего состояния при некоторой температуре T^* .

полному разупорядочению системы при $T > T_f$ и ее переходу в состояние классической жидкости. Этот переход управляется отношением температуры системы и характерной энергии взаимодействия частиц (т.е. безразмерной температурой T в наших переменных). 3) При $T > T_f$ с увеличением силы квантовых флуктуаций, когда длина волны де Бройля становится сравнимой с характерным межчастичным расстоянием в жидкости, происходит переход в сверхтекучее состояние. В использованных нами безразмерных переменных этот переход имеет место вдоль линии $T(q) = q^2$. 4) Точкой q_f квантового (при $T = 0$) плавления кластера — его переходу из радиально-упорядоченного в сверхтекучее (в случае кластера бозонов) состояние — управляет соотношение энергии квантовых флуктуаций и характерной энергии взаимодействия частиц в кластере. 5) Сравнение энергии квантовых флуктуаций частиц с характерной высотой потенциального барьера при взаимном провороте пары оболочек $\{s_1; s_2\}$ кластера позволяет оценить положение точки q_{s_1, s_2} квантового ориентационного разупорядочения.

В заключение этого раздела отметим еще одну интересную особенность поведения исследуемых нами систем. Рассматривая результаты расчета дипольного кластера D_{10} , можно заметить, что простейшая оценка q_f^{est} точки квантового плавления системы как $q_f^{est} = \sqrt{T_f}$ (пояснения см. выше) в нашем случае дала бы значительно

заниженный результат: $q_f^{est} \approx 0.1$ вместо полученного в результате расчета $q_f \approx 0.16$. Это наблюдение позволяет предполагать, что при достаточно большой силе квантовых флуктуаций (например, при $q \approx 0.13$ в нашем случае, рис. 5) уменьшение температуры приведет сначала, при пересечении линии $T(q) = q^2$, к установлению сверхтекучего состояния, а затем, при некоторой конечной температуре T^* , к его (возвратному) исчезновению и появлению хорошо выделенных оболочек кластера. При более подробном исследовании этой особенности поведения малых систем оказалось, что с увеличением количества частиц в кластере оценка $q_f \approx \sqrt{T_f}$ работает достаточно хорошо (рис. 4) и обсуждаемое явление не имеет места.

Итак, в настоящей работе при помощи квантового метода Монте-Карло были исследованы свойства малых кластеров электронов в квантовой полупроводниковой точке ("вигнеровских островков") или непрямых магнитозкситонов в связанных квантовых точках. На плоскости $\{q, T\}$ (квантовый параметр де Бюра–температура) построена "фазовая диаграмма" системы, на которой четко выделяются области с резко различными свойствами мезоскопического кластера: области упорядоченного состояния с четко выраженной оболочечной структурой и наличием взаимного ориентационного порядка между оболочками; области ориентационно-разупорядоченного, но радиально-упорядоченного состояния, в каждой из

которых отсутствует взаимный ориентационный порядок некоторой пары оболочек кластера; области классической жидкости — разупорядоченного состояния с малой ролью квантовых флуктуаций и (для бозонных кластеров непрямых экситонов) области сверхтекучего состояния. При этом оказалось, что объемные эффекты не играют никакой роли в определении границы ориентационно-упорядоченного состояния системы.

При нулевой температуре по мере увеличения силы квантовых флуктуаций частиц имеют место два типа квантовых явлений разупорядочения с ростом квантового параметра q : сначала система переходит в радиально-упорядоченное, но ориентационно-разупорядоченное состояние, когда различные оболочки "атома" проворачиваются друг относительно друга. Переход в разупорядоченное (сверхтекучее в случае системы бозонов) состояние имеет место при гораздо большей силе квантовых флуктуаций, причем положение точки этого перехода q_f в случае систем достаточно большого числа частиц (при $N > 20$) может быть получено при помощи стандартной оценки $q_f \approx \sqrt{T_f}$.

Работа была поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований, ИНТАС и программой "Физика твердотельных наноструктур".

Список литературы

- [1] R.C. Ashoori. *Nature* **379**, 6564, 413 (1994).
- [2] R.C. Ashoori, H.L. Stormer, J.S. Weiner, L.N. Pfeiffer, S.J. Pearton, K.W. Baldwin, K.W. West. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 20, 3088 (1992); R.C. Ashoori, H.L. Stormer, J.S. Weiner, L.N. Pfeiffer, K.W. Baldwin, K.W. West. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 4, 613 (1993).
- [3] Материалы конференции "Мезоскопические и сильнокоррелированные электронные системы". Черногловка-97. УФН **168**, 2 (1998).
- [4] A.A. Koullakov, B.I. Shklovskii. *Phys. Rev.* **B57**, 4, 2352 (1998).
- [5] A. Zrenner, L.V. Butov, M. Hagn, G. Abstreiter, G. Bohm, G. Weimann. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 21, 3382 (1994); L.V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, A.V. Petinova, K. Eberl. *Phys. Rev.* **B52**, 16, 12 153 (1995); V.F. Timofeev et al., to be published.
- [6] Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман, В.Г. Цветус. Письма в ЖЭТФ **66**, 9, 556 (1997).
- [7] Ю.Е. Лозовик. УФН **153**, 1, 356 (1987); Yu.E. Lozovik, V.A. Mandelshtam. *Phys. Lett.* **A145**, 5, 269 (1990); **165**, 8, 469 (1992).
- [8] V.M. Bedanov, F.M. Peeters. *Phys. Rev.* **B49**, 4, 2662 (1994); V. Schweigert, F.M. Peeters. *Phys. Rev.* **B51**, 12, 7700 (1995); I.V. Schweigert, V.A. Shweigert, F.M. Peeters. *Phys. Rev.* **B54**, 15, 10 827 (1996).
- [9] Yu.E. Lozovik, E.A. Rakoch. *Phys. Lett.* **A235**, 55 (1997); Yu.E. Lozovik, E.A. Rakoch. *Phys. Rev.* **B57**, 2, 1214 (1998).
- [10] A.I. Belousov, Yu.E. Lozovik. Conference on Computational Physics "ССР-1998"; preprint cond-mat/9803300; А.И. Белоусов, Ю.Е. Лозовик. Письма в ЖЭТФ **68**, 11, 817 (1998).
- [11] D. Ceperley. *Rev. Mod. Phys.* **67**, 2, 279 (1995).