

Кинетика $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения и иерархичность дефектов структуры в двухфазном состоянии в системе Pd–H

© А.А. Кацнельсон, М.А. Князева, А.И. Олемской*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119899 Москва, Россия

* Сумский государственный университет,
244000 Сумы, Украина

E-mail: albert@solst.phys.msu.su

(Поступила в окончательном виде 21 января 1999 г.)

В рамках теории иерархических структур представлены возможные типы зависимости $p(t)$, описывающей кинетику $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения в системе Pd–H. Показано, что к факторам, влияющим на изменение зависимости $p(t)$, относятся степень регулярности в распределении дефектов в иерархических комплексах и сила иерархической связи, определяющая количество иерархически связанных уровней. Анализ полученных соотношений и экспериментальных данных позволил выделить наиболее вероятные физические причины замедления $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения.

Проблема взаимодействия водорода с металлами и сплавами становится все более актуальной в связи с использованием водорода во многих отраслях техники. Например, в водородной энергетике использование систем палладий–водород связано с хранением, транспортировкой и извлечением водорода. Исключительно важным является влияние водорода на такие служебные характеристики как долговечность и надежность мембран, используемые в качестве фильтров очистки водорода и разделения его изотопов. Указанные приложения делают актуальным изучение механических свойств систем Pd–H и Pd–Me–H, определяемых фазовым составом [1] и состоянием дефектной структуры [2–3]. Оказывается, в частности, что формирование высокопрочного состояния обусловлено многократным циклированием фазового превращения [1–3].

В последнее время сложились представления [4–6], что сильно деформируемый кристалл представляет собой синергетическую систему, в которой плотность дефектов настолько велика, что в их поведении проявляются коллективные эффекты. Это означает, что в ансамбле дефектов устанавливается когерентная связь между составляющими ансамбля, и эта связь приводит к автолокализованному образованию структурных элементов высокого уровня. Простые примеры этого явления: кластеризация вакансий приводит к дислокационным петлям, скопления дислокаций трансформируются в дислокационные стенки и т.д. В результате возникает иерархическая система дефектов, и поскольку между разными структурными уровнями существует определенная связь, ее правильнее называть иерархически соподчиненной [4,6–9]. Теория иерархической связи предложена в [9].

Согласно [10–14], развитие дефектной структуры обеспечивается генерацией дефектов в процессе $\alpha \leftrightarrow \beta$ -превращения, приводящего к дилатации решетки. При этом в результате выстраивания мелкомасштабных фрагментов в крупномасштабную структуру эволюция

дефектной структуры представляет собой процесс возникновения сложной иерархически соподчиненной системы дефектов. Согласно [15], картина развития такой системы дефектов зависит и от фазового состояния. Отметим, что особенности кинетики обратного фазового превращения определяются состоянием дефектной структуры [12–14]. Было показано в [12,14,16], что временная зависимость объемной доли β -фазы в процессе дегазации не сводится к простейшим соотношениям типа экспоненты, а имеет вид степенной либо логарифмической зависимостей. В работах [12,16–18] выяснено, что процесс $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения носит многостадийный характер. Установлено, что стадийность процесса дегазации связана с поэтапным развитием дефектной структуры [19].

Цель настоящей работы — описание кинетики обратного $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения на основе концепции об иерархической дефектной структуре, возникающей в двухфазной системе Pd–H.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 изложены основные экспериментальные данные, обобщающие результаты [12–19] и дан их анализ на основе разработанных в [15] представлений о поэтапной эволюции дефектной структуры. В разделе 2 проведено обсуждение, основанное на теории иерархических структур [7]. В Приложении приведен вывод ряда основных соотношений.

1. Результаты эксперимента

В [13] рентгенографически было показано, что кинетика $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения в деформированных прокаткой лентах Pd описывается экспоненциальной зависимостью, если они насыщались в течение 15 min при плотности тока 2.5 mA/cm². Одновременно для этих образцов было обнаружено, что при фазовых превращениях в них заметно вырастает плотность хаотически распределенных дислокаций или дислокационных петель большого радиуса.

При увеличении плотности тока и времени насыщения в этих же образцах происходит рост плотности хаотически распределенных дислокаций до критических значений, за которым следует выстраивание этих дислокаций в дислокационные стенки (когерентно связанные комплексы) [15]. В таких образцах наблюдается замедление процесса $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения. Вид функций, описывающих кинетику $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения, зависит от степени развития дефектной структуры.

Если скопления дислокаций появляются в α -фазе [13], то кинетика $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения будет подчиняться закону Кольрауша

$$p(t) = p_0 \exp[-t/t^{\beta}] \quad (t > t^*), \quad (1)$$

где p_0 — начальное содержание β -фазы, t^* — характерный временной масштаб, постоянная $\beta = 0.8$.

Для литого образца при большой плотности тока [12,18] уже в процессе насыщения плотность хаотических дислокаций достигала настолько больших значений, что происходило их выстраивание в стенки. Это приводит к уменьшению D (D — размер областей когерентного рассеяния) и образованию ячеистой субструктуры в α -фазе. При дегазации формировалась ячеистая субструктура и в β -фазе. Процесс дегазации в этом случае описывался степенным законом [12,18]

$$p(t) = p_0(t/t^*)^{-\gamma}, \quad (t > t^*). \quad (2)$$

Параметры — $\gamma = (0.575 \pm 0.030)$ и $t^* = (5.0 \pm 0.5)$ h. Далее (после ~ 40 h) содержание β -фазы оставалось практически неизменным — наблюдалась стадия стабилизации β -фазы [18]. На этой стадии происходило укрупнение области когерентного рассеяния (ОКР) β -фазы — наблюдался переход к следующему этапу развития иерархической дефектной структуры [16].

При циклировании исходно деформированной ленты образование ячеистой субструктуры в α -фазе происходило в первых циклах. В последнем цикле, когда количество β -фазы достаточно велико ($\sim 90\%$), наблюдался процесс образования дислокационных стенок и в β -фазе — через $4 \cdot 10^3$ h [14]. В этом случае D уменьшалось в 2.5 раза — сформировалась ячеистая субструктура. Кинетика $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения описывалась логарифмическим законом [14,16].

$$p(t) = p_0(\ln(t/t^*))^{-\alpha}, \quad (3)$$

где $\alpha > 0$, найденное значение $t^* = (5.0 \pm 0.5) \cdot 10^3$ h.

Отметим, что логарифмическое замедление $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения наблюдалось на той стадии дегазации, когда уже наблюдался рост размеров ОКР α -фазы — образовывалась блочная субструктура.

При многократном циклировании литого образца ячеистая субструктура возникала в обеих фазах [15]. При дегазации после последнего насыщения начинался процесс формирования крупных блоков (исчезали дислокационные стенки между субструктурными ячейками),

который сначала шел в β -фазе. На этой стадии процесс $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения описывался степенным законом, значение показателя $\gamma = 0.29$, характерное время $t^* = 4 \cdot 10^3$ h [14,16]. После $\sim 4.5 \cdot 10^4$ h процесс $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения останавливался (стадия стабилизации β -фазы). При этом обнаруживалось зарождение блочной субструктуры в α -фазе [15,16].

2. Обсуждение результатов

Поскольку при насыщении водородом образуется дисперсная смесь α - и β -фаз, то процесс $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения лимитируется не только диффузией отдельных атомов водорода, но и кооперативными эффектами, связанными с движением межфазной границы в потенциальном рельефе, формируемом дефектной структурой. Как было показано нами ранее [12], при равномерном распределении дефектов, характеризуемом плотностью ρ и высотой энергетического барьера $U \sim \rho$, процесс дегазации описывается дебаевской зависимостью

$$p = p_0 \exp(-t/\tau), \quad (4)$$

где время релаксации τ определяется скоростью образования зародышей α -фазы

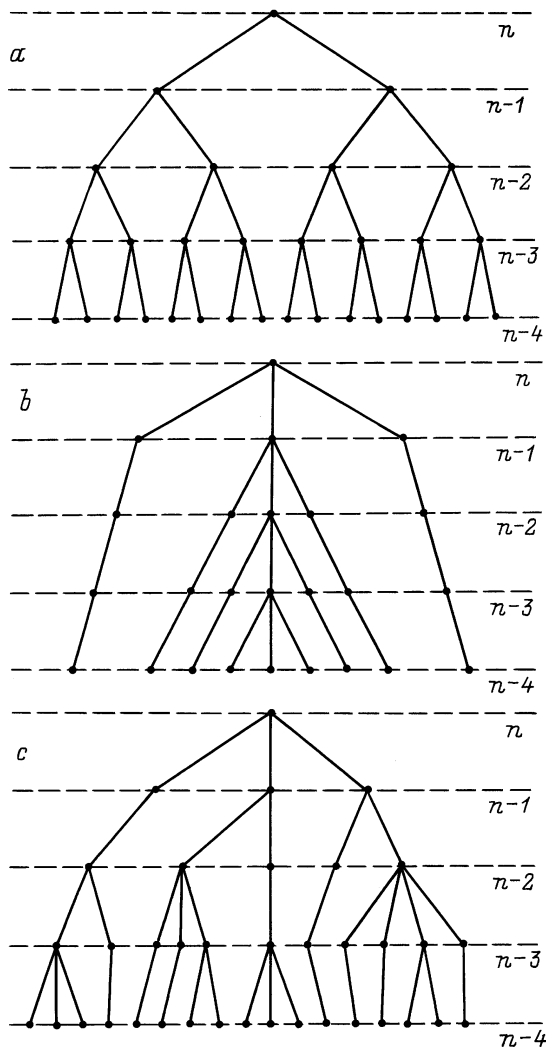
$$\tau \sim \exp(c/g^2T) \exp(U/T), \quad (5)$$

g — разница удельных свободных энергий фаз. Здесь первая экспонента описывает термодинамический аспект $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения, вторая — связана с миграцией межфазной границы по потенциальному рельефу дефектной структуры, характеризуемому высотой барьера U . Ограничимся исследованием кинетического аспекта, играющего в интерпретации представленных экспериментальных данных доминирующую роль.

В простейшем случае однородного распределения дефектов одного типа обусловленная ими микродеформация $\varepsilon \sim \rho$ пропорциональна их плотности, что приводит к линейной зависимости $U \sim \varepsilon \sim \rho$. Однако такой случай имеет место для какого-то одного типа дефектов, например, дислокаций, выделений фазы и т.п. Анализ экспериментальных данных показал [12–14], что $\alpha \leftrightarrow \beta$ -превращение, характеризуемое большими значениями сопутствующих искажений решетки, приводит к образованию различных дефектов, которые могут находиться в иерархическом соподчинении. Например, вакансии объединяются в призматические петли, краевые дислокации выстраиваются в малоугловые границы, которые в свою очередь образуют ячейки и т.е. Каждый из этих типов дефектов отвечает иерархическому уровню n , который характеризуется величиной барьера U_n и микродеформацией ε_n .

На каждом иерархическом уровне n высота барьера $U_n \sim \varepsilon_n$ определяется величиной микродеформации, связанной с соотношением масштабных факторов l_n на разных уровнях

$$\varepsilon_n = l_{n-1}/l_n. \quad (6)$$



Различные типы иерархического дерева.

Например, для одиночных дислокаций l_n соответствует радиусу ядра, для стенки — расстоянию между дислокациями и т.д. [20]. Характерно, что при росте n , отвечающем переходу на более высокий иерархический уровень, отношение l_{n-1}/l_n масштабов деформации должно увеличиваться, поскольку при этом величина микродеформации ε_n возрастает (например, зерна вносят больший вклад в полную деформацию, чем фрагменты, последние — больший, чем блоки и т.д.). Поскольку высота потенциального рельефа U_n монотонно нарастает с величиной микродеформации ε_n , то и значение U_n должно возрастать с величиной n .

Для определения зависимости $U_n(\varepsilon_n)$ приведем основные сведения из теории иерархических структур [7,9]. При этом удобно обратиться к геометрическому образу — дереву Кейли, позволяющему наглядным образом представить иерархическую связь (рисунок). Каждый из иерархических уровней этого дерева отвечает заданному типу дефектов: нижний — отдельным дислокациям,

следующий — образованным или малоугловым стенкам, более высокий — ячейкам и т.д. вплоть до верхнего уровня, характеризующего поведение всего образца. Различают регулярные деревья, для которых число ветвей, вырастающих из узлов каждого уровня, является постоянным (см. рисунок, *a*). Противоположный пример представляет дерево, изображенное на рисунке, *b*, для него на каждом уровне прорастает только один узел. Реальные иерархические системы отвечают нерегулярным деревьям, типа изображенного на рисунке, *c*, здесь наблюдается случайное изменение ветвистости как для узлов данного иерархического уровня, так и на различных иерархических уровнях.

Для рассматриваемой дефектной структуры регулярное дерево (см. рисунок, *a*) отвечает идеализированной ситуации, когда каждый тип дефекта верхнего уровня образуется в результате когерентного выстраивания одинакового количества дефектов нижнего уровня. Ситуация, отвечающая рисунку, *b*, означает, что на каждом уровне существует единственная выделенная группа, которая может выстраиваться в супердефект верхнего уровня. И наконец, дерево типа, показанного на рисунке, *c*, представляет реальную ситуацию. Обратим внимание на тот факт, что микродеформация ε_n , определяемая соотношением масштабных факторов l_n, l_{n-1} на разных уровнях, характеризует степень иерархической связи. Действительно, если дислокации, имеющие радиус ядра l_0 , не образуют малоугловую стенку, то ее толщина $l_1 = \infty$, и согласно (6), степень иерархической связи $\varepsilon_1 = 0$. Если же дислокации выстраиваются с периодом $l_1 < \infty$, то с уменьшением рыхлости стенки происходит усиление иерархической связи $\varepsilon_1 = l_0/l_1$ за счет уменьшения масштаба l_1 . Для дерева на рисунке, *c* уменьшение ветвистости в данном узле означает, что супердефект, образованный дефектами предшествующего уровня, является более рыхлым, чем его сосед, отвечающий большей ветвистости.

Как показано в Приложении, для регулярного дерева (см. рисунок, *a*) нарастание высоты барьера U_n , происходящее с изменением степени иерархической связи, величина которой определяется в нашем случае микродеформацией ε_n , является экспоненциально сильным

$$U_n = Q \exp(\varepsilon_n/\varepsilon_0). \quad (7)$$

Для противоположного случая, отвечающего рисунку, *b*, наблюдается предельно слабая логарифмическая зависимость

$$U_n = Q \ln(\varepsilon_n/\varepsilon_0). \quad (8)$$

И, наконец, для случая нерегулярного дерева (см. рисунок, *c*) имеем степенную зависимость

$$U_n = Q(\varepsilon_n/\varepsilon_0)^a, \quad a > 0. \quad (9)$$

В выражениях (7)–(9) величины Q, ε_0 — характерные значения высоты барьера и микродеформации.

Возможные типы кинетических законов $p(t)$

$p(t)$	$U_n \sim Q \ln \varepsilon_n$	$U_n \sim Q \varepsilon_n^a$	$U_n \sim Q \exp(\varepsilon_n)$
$w_w(\varepsilon_n)$	$\exp[(-t/t_0)^b],$ $b = (1 + Q/T)^{-1}$	$\exp\{[(T/Q) \ln(t/t_0)]^{1/a}\}$	$[(T/Q) \ln(t/t_0)]^{-1}$
$w_s(\varepsilon_n)$	$t^{-c}, c = DT/Q$	$[(T/Q) \ln(t/t_0)]^{-D/a}$	$[\ln(T/Q) \ln(t/t_0)]^{-D}$

Важно иметь в виду, что приведенные зависимости определяются только геометрией дерева Кейли и не связаны с другими характеристиками иерархической связи. В реальном случае дефекты разных уровней дают разный вклад в полный процесс деформации. Будем учитывать это обстоятельство при рассмотрении двух предельных ситуаций — сильной и слабой иерархической связи. В первом случае, отвечающем бесконечному числу связанных уровней, распределение $w_s(\varepsilon_n)$ иерархической связи по уровням является медленно меняющейся функцией

$$w_s(\varepsilon_n) \sim (\varepsilon_n/\varepsilon_0)^{-D}, \quad (10)$$

где D — положительный параметр. В случае слабой связи, когда связано конечное число уровней, реализуется экспоненциально быстрое падение

$$w_w(\varepsilon_n) \sim \exp\{-\varepsilon_n/\varepsilon_0\}, \quad (11)$$

где масштаб ε_0 характеризует глубину иерархической связи.

При возникновении иерархической структуры вклад каждого уровня n характеризуется удельным законом дегазации $p_n(t) \sim \exp(-t/\tau_n)$ со временем релаксации $\tau_n = \tau_0 \exp(U_n/T)$, где высота барьера $U_n(\varepsilon_n)$ зависит от величины микродеформации, согласно соотношениям (7)–(9).

Каждый из этих уровней дает аддитивный вклад с весом $w(\varepsilon_n)$, задаваемый распределениями (10), (11). В результате полный закон дегазации записывается в виде суммы по уровням

$$p(t) = \sum_n w(\varepsilon_n) \exp\{-t/\tau_0 \exp(-U(\varepsilon_n)/T)\}, \quad (12)$$

где τ_0 — характерное время релаксации на нижнем уровне. На основе [7] были найдены типы возможных функций $p(t)$, отвечающие различным сочетаниям зависимостей $U_n(\varepsilon_n)$ и $w(\varepsilon_n)$ [7]. Эти типы указаны в таблице.

Основная особенность полученных зависимостей состоит в том, что они убывают с ростом t гораздо медленнее, чем дебаевская экспонента $\exp(-t/\tau_0)$. При слабой иерархической связи $w_w(\varepsilon_n)$ логарифмическое нарастание высоты барьеров $U_n(\varepsilon_n)$ приводит к наиболее слабому замедлению, которое характеризуется растянутой экспонентой Кольрауша. Степенная зависимость $U_n(\varepsilon_n)$ приводит к квазистепенной форме (при $a = 1$ получаем $p(t) \propto t^{-T/Q}$). Наконец, при экспоненциальной зависимости $U_n(\varepsilon_n)$ должно наблюдаться логарифмическое замедление дегазации. Подобным образом происходит

трансформация типов зависимостей $p(t)$ при переборе соотношений $U_n(\varepsilon_n)$ в случае сильной иерархической связи $w_s(\varepsilon_n)$. При этом наблюдается сдвиг в сторону еще большего замедления закона дегазации: так, уже при логарифмическом нарастании высот барьеров $U_n(\varepsilon_n)$ возникает степенная зависимость $p(t)$, при степенном — логарифмическое замедление, а при экспоненциальном — двойное логарифмическое, свидетельствующее о почти полной остановке процесса дегазации. Интересно, что при переходе от слабой иерархической связи к сильной закон дегазации может сохранять свою форму, если одновременно будет происходить ослабление скорости нарастания высот барьеров U_n с ростом деформации ε_n .

Как видно из Приложения (см. также [9]), переход от экспоненциальной зависимости $U_n(\varepsilon_n)$ к степенной и затем к логарифмической (в таблице это соответствует переходу между столбцами справа налево) отвечает усилению степени нерегулярности иерархического дерева. Соответственно переход с верхней строки на нижнюю означает увеличение числа иерархически связанных уровней. Поэтому представленная выше трансформация законов дегазации означает, что их замедление происходит либо с увеличением степени регулярности в иерархическом образовании дефектов, либо с увеличением числа иерархически связанных уровней дефектной структуры. Для некоторых разных сочетаний функций $w(\varepsilon_n)$ и $U_n(\varepsilon_n)$ законы дегазации могут совпадать между собой. Рассмотрим, например, переход от последнего столбца первой строки таблицы к предпоследнему столбцу второй строки. В первом случае имеем слабо связанные между собой, но регулярно расположенные дефекты, во втором реализуется система нерегулярно расположенных, но сильно связанных дефектов. Видно, что системы слабо связанных, но регулярно распределенных дефектов и сильно связанных, но нерегулярно распределенных приводят к одинаковым законам дегазации.

Основная особенность отбора образцов, результаты исследования которых представлены в разделе 2, состоит в том, что в них в процессе эволюции при фазовых превращениях формируется различная дефектная структура. Так, в лентах, подверженных изначально наиболее слабому насыщению водородом, перестройка дефектной субструктуры сводится к росту плотности хаотически распределенных дефектов. В ленте, в которой время насыщения водородом является существенно большим, по-видимому, уже можно говорить о формировании нового структурного уровня в виде дислокационных скопления. Значительное увеличение плотности тока при насыще-

нии массивного образца приводит к формированию ячеистой субструктуры α -фазы уже в процессе насыщения. В процессе последующей дегазации происходит ее образование и в β -фазе. Наиболее богатой является картина эволюции дефектной структуры в литом образце, приготовленном многократным циклированием процесса насыщения при столь же значительных плотностях тока. Здесь последовательное образование ячеистой структуры в α - и в β -фазах происходит уже в ходе циклирования, а затем при дегазации наблюдается обусловленное слиянием ячеек фрагментирование β -фазы и, наконец, начинается процесс фрагментирования в объеме α -фазы.

Экспериментальные данные по однократно насыщенным лентам [13] показывают, что время насыщения t_s влияет на картину зарождения иерархического уровня дефектной структуры. Судя по временной зависимости микродеформаций, оно происходит только в α -фазе образца с максимальным t_s . В гидридной фазе плотность хаотических дислокаций и стенок пренебрежимо мала и не меняется в ходе дегазации. Наблюдающийся в эксперименте закон дегазации сводится к экспоненте Кольрауша, которая может быть получена только при логарифмическом нарастании высот барьеров $U_n(\varepsilon_n)$ и малом числе иерархически связанных уровней. Отсюда можно заключить, что образующийся структурный уровень представляет набор разнородных и рыхлых дислокационных образований. Скорее всего они представляют скопления типа клубков дислокаций.

Однократно насыщенный при большой плотности тока литой образец [12,18] характеризуется степенным законом дегазации. Исследования параметров субструктуры D и ε показывают, что здесь в отличие от насыщенных лент уже к началу процесса дегазации завершилось формирование ячеистой субструктуры в α -фазе, а в объеме β -фазы она образуется в процессе дегазации. Как видно из таблицы, степенная зависимость $p(t)$ может быть реализована как при слабой иерархической связи, так и при сильной. Появление ячеистой субструктуры в α -фазе происходит во время насыщения, а в β -фазе — во время дегазации. Включение последующего структурного уровня (фрагментов) в β -фазе происходит уже на стадии стабилизации, когда содержание β -фазы остается практически неизменным. Поэтому можно считать, что определяющим фактором для кинетики $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения является формирование хорошо оформленной ячеистой субструктуры, характеризуемой степенным нарастанием высот барьеров $U_n(\varepsilon_n)$. Затем происходит замедление процесса дегазации. Его можно связывать либо с усилением иерархической связи, либо с переходом к более сильной зависимости $U_n(\varepsilon_n)$. Согласно таблице, в обоих случаях закон дегазации принимает более медленно спадающий вид.

Переход от однократно насыщенного литого образца к циклированному образцу можно представить как дальнейшую эволюцию дефектной структуры в первом из них, поскольку во втором исходное состояние совпадает с конечным в первом. В результате циклирования в

образце возникает ячеистая структура не только в α -, но и в β -фазе. Последующий процесс дегазации приводит сначала к фрагментации β -фазы, обусловленной объединением ячеек, вероятнее всего, за счет миграции дислокационных стенок, а затем и в α -фазе. Таким образом, в процессе $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения происходит последовательное включение иерархических уровней фрагментов сначала в β -, а затем в α -фазе. Однако это не приводит к изменению закона дегазации, который имеет степенной вид. Данное обстоятельство можно связывать с тем, что вместе с образованием новых уровней, обусловленным усилением иерархической связи, мы переходим от степенной зависимости $U_n(\varepsilon_n)$ к логарифмической.

Итак, полученные в данной работе на базе теории иерархических структур основные типы зависимости высоты потенциального барьера U от микродеформации ε позволили описать многообразие законов дегазации $p(t)$. Анализ показал, что трансформация законов дегазации может быть обусловлена и изменением степени регулярности в иерархическом образовании дефектов, и изменением числа иерархически связанных уровней дефектной структуры.

Как изменение степени регулярности распределения иерархически связанных дефектов, так и изменение числа связанных структурных уровней приводят к изменению энтропии неравновесной системы дефектов. В этом аспекте возникновение иерархической дефектной структуры можно рассматривать как следствие самоорганизации дефектов в неравновесной среде в метастабильные диссипативные структуры за счет диссипации энтропии.

Приложение

Приведем вывод основных соотношений (7)–(9), представляющих зависимость $U(\varepsilon)$ характерной высоты потенциального рельефа от микродеформации. С этой целью удобно перейти от нумерации иерархических уровней ”снизу–вверх” с помощью индекса n , которая удобна при определении (6) микродеформации, к нумерации $k = N - n$ ”сверху–вниз”, отражающей направление развития иерархической связи (N — полное число уровней). Будем исходить из рекуррентного соотношения

$$U_{k-1} = U_k + W/N_k, \quad (\text{П.1})$$

согласно которому разница $\Delta U_k \equiv U_k - U_{k-1}$ высот на соседних уровнях обратно пропорциональна числу узлов N_k на уровне k (W — положительная константа). Заменяя конечную разность $\Delta U_k \equiv \Delta U_k / \Delta k$, $\Delta U_k \Delta k = 1$ производной $dU(k)/dk$, в континуальном пределе $k \rightarrow \infty$ получаем

$$U(k) = U_0 - W \int dk/N(k), \quad (\text{П.2})$$

где U_0 — константа интегрирования.

Как видно из рисунка, a , в случае регулярного дерева имеем $N(k) = j^k$, где j — ветвистость, и выражение (П.2) приводит к зависимости (7), если при-

нять линейную аппроксимацию $\varepsilon_n = An$ и положить $U_0 = 0$, $\varepsilon_0 = A/\ln j$, $Q = (W/\ln j) \exp(-\varepsilon_N \ln j/A)$. Соответственно для вырожденного дерева (рисунок, *b*) $N(k) = k(j-1) + 1 \approx k(j-1)$, и получаем логарифмическую зависимость (8), где $Q = bW/(j-1)$, если принять $U_0 = (W/(j-1)) \ln N$, $(\varepsilon/\varepsilon_0)^b = N/k$, b , ε_0 — положительные константы. И наконец, в случае нерегулярного дерева (рисунок, *c*) можно воспользоваться степенной зависимостью $N(k) = Bk^b$, которая в предположении подобной связи $(\varepsilon_0/\varepsilon)^c = N/k$ приводит к зависимости (9), где $U_0 = 0$, $Q = WN^{1-b}/B(b-1)$, $a = (b-1)c$, $B > 0$, $b > 1$.

Работа частично поддерживалась грантом № 1-1004 Программы "Университеты России — фундаментальные исследования".

Список литературы

- [1] В.А. Гольцов, Н.И. Тимофеев, И.Ю. Мачикина. ФММ **46**, 3, 502 (1978).
- [2] В.А. Гольцов, Н.И. Тимофеев, И.Ю. Мачикина. ДАН СССР **253**, 5, 1080 (1977).
- [3] Г.П. Ревкевич, С.В. Свешников. Тез. докл. IV Всесоюзного семинара "Водород в металлах". Ч. 2. (1984). С. 199.
- [4] В.Е. Панин, В.А. Лихачев, Ю.В. Гриняев. Структурные уровни деформации твердых тел. Наука, Новосибирск (1985). 226 с.
- [5] В.В. Рыбин. Большие пластические деформации и разрушение металлов. Металлургия, М. (1986). 223 с.
- [6] В.Е. Панин, Т.Ф. Елсукова. Синергетика и усталостное разрушение металлов. Наука, М. (1989). С. 113.
- [7] А.И. Олемской, И.А. Скляр. УФН **162**, 6, 29 (1992).
- [8] Н.А. Конева, Э.В. Козлов, Л.И. Тришкина. Металлофизика **13**, 10, 49 (1991).
- [9] A.I. Olemskoi, A.V. Kiselev. Phys. Lett. **A247**, 221 (1998).
- [10] H.C. Jamieson, G.C. Weatherly, F.D. Manchester. J. Less. Common Met. **50**, 1, 85 (1976).
- [11] В.А. Гольцов, Б.А. Лобанов. ДАН СССР **283**, 3, 598 (1985).
- [12] Г.П. Ревкевич, А.И. Олемской, А.А. Кацнельсон, В.М. Христов. Металлофизика **12**, 3, 71 (1990).
- [13] Г.П. Ревкевич, М.А. Князева, А.И. Олемской, А.А. Кацнельсон. ФММ **9**, 43 (1992).
- [14] Г.П. Ревкевич, А.И. Олемской, А.А. Кацнельсон, М.А. Князева. ФММ **76**, 7, 101 (1993).
- [15] А.А. Кацнельсон, М.А. Князева, А.И. Олемской, Г.П. Ревкевич. ФТТ **39**, 7, 1275 (1997).
- [16] Г.П. Ревкевич, А.И. Олемской, А.А. Кацнельсон, М.А. Князева. ФММ **79**, 2, 87 (1995).
- [17] Г.П. Ревкевич, С.В. Свешников, А.А. Кацнельсон. Изв. вузов. Физика **6**, 117 (1988).
- [18] Г.П. Ревкевич, В.М. Христов, А.А. Кацнельсон. Вестн. МГУ, Сер. 3, Физика, астрономия **29**, 3, 72 (1988).
- [19] А.А. Кацнельсон, М.А. Князева, А.И. Олемской, Г.П. Ревкевич. Вестн. МГУ. Сер. 3, Физика, астрономия **38**, 6, 46 (1997).
- [20] А.М. Косевич. Физическая механика реальных кристаллов. Наук. думка, Киев (1981). 327 с.