

01;03

## Диспергирование в электростатическом поле заряженного пузыря в жидком диэлектрике

© С.О. Ширяева, А.Н. Жаров

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Поступило в Редакцию 29 июня 1998 г.

Предсказывается эффект различия в размерах и зарядах дочерних пузырьков, эмитирующих в электростатическом поле с различных вершин заряженного родительского пузыря.

Показано, что при диспергировании в электростатическом поле заряженного газового пузыря в жидком диэлектрике количество дочерних пузырьков, образующихся на противоположных вершинах родительского пузыря, их размеры и заряды существенно различаются.

Явление дробления во внешнем электростатическом поле пузырей в диэлектрической жидкости представляет интерес для различных разделов технической физики, геофизики и химической технологии [1,2]. В связи с этим выяснение основных закономерностей процесса дробления заряженного пузыря в электростатическом поле представляет известный интерес и может быть осуществлено по аналогии с тем, как это сделано для капли [3,4].

Пусть в жидком диэлектрике, в котором имеется сферический газовый пузырь радиуса  $R$ , с поверхностным зарядом  $Q$  и коэффициентом поверхностного натяжения границы раздела  $\sigma$ , создается однородное электростатическое поле напряженностью  $E$ . Под действием поля  $E$  пузырь вытягивается вдоль  $E$  в сфероид вращения, с эксцентриситетом  $e$ , а давление газа в нем становится равным  $P$ . Если подвижность зарядов на поверхности пузыря достаточно велика, то при большой величине  $E$  пузырь претерпевает неустойчивость. При этом с противоположных вершин пузыря начинается сброс заряженных мелких дочерних пузырьков. После отрыва дочернего пузырька от родительского в результате выравнивания давлений дочерние пузырьки изменяют свой объем от  $V_{ij}^0$  до  $V_{ij}$  (первый индекс нумерует вершины родительского пузыря:

$i = 1$  для пузырька, эмитированного с вершины, поляризационный заряд которой совпадает по знаку с собственным зарядом пузыря  $Q$ ;  $i = 2$  для второй вершины; второй индекс  $j$  указывает номер пузырька в процессе эмиссии), а давление газа в них становится равным  $P_{ij}$ . Дочерние пузырьки, удаляясь от родительского под действием сил электрического отталкивания, образуют против обеих вершин родительского пузыря два скопления на расстоянии  $L = ma$  от вершин родительского пузыря ( $a$  — его большая полуось,  $m$  — численный параметр) [1]. Электрическое поле скопления дочерних пузырьков, противодействующее отрыву очередного пузырька, в проводимом модельном расчете, заменим полем точечного заряда, находящегося на оси симметрии системы, на расстоянии  $L$  от вершины материнского пузыря.

Примем, что к текущему моменту пришло  $n - 1$  актов эмиссии дочерних пузырей с 1-й вершины родительского пузыря и  $l - 1$  актов эмиссии со 2-й вершины. В результате эмиссии образуются дочерние пузыри с зарядами ( $q_{ij} \ll (Q + ER^2)$ ) и радиусами ( $r_{ij} \ll R$ ). Примем, что время отрыва дочернего пузырька порядка периода капиллярных колебаний его основной моды  $\sim (r_{ij})^{3/2}$ . И следовательно, за время отрыва одного большого дочернего пузырька со 2-й вершины отрывается  $k$  малых пузырей с 1-й вершины (ниже  $k$  будем задавать, на основе соотношения  $k = (r_{2l}/r_{1n})^{3/2}$ ). Дочерние пузырьки в суммарном электрическом поле будут иметь форму эллипсоидов вращения с эксцентриситетами  $e_{ij}$  [5], которые будут определяться в итерационной процедуре.

Принимая температуру жидкости и газа постоянными, нетрудно найти изменение потенциальной энергии системы в результате очередного акта эмиссии двух дочерних пузырьков с противоположных вершин родительского пузыря

$$\begin{aligned} \Delta U_{ij} = & 4\pi\sigma r_{ij}^2 A(e_{ij}) + q_{ij}^2 \frac{B(e_{ij})}{2r_{ij}} - 2q_{ij} \frac{B(e)}{R} \left[ Q - \sum_{j=1}^{n-1} q_{1j} - \sum_{j=1}^{l-1} q_{2j} \right] \\ & + q_{ij} \frac{K(\nu_{ij})}{R} \left[ Q - \sum_{j=1}^{n-1} q_{1j} - \sum_{j=1}^{l-1} q_{2j} \right] + (-1)^{i+1} ERq_{ij}\Omega(\nu_{ij}) \\ & + \frac{q_{ij}}{L} \sum_{j=1}^{n(i)-1} q_{ij} - \frac{4\pi}{3} V_{ij} P_{ij} \ln \left[ \frac{V_{ij}}{V_{ij}^0} \right] - \frac{4\pi}{3} P_{at} [V_{ij}^0 - V_{ij}]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
A(e_{ij}) &= \frac{1}{2} \left( (1 - e_{ij}^2)^{1/2} + \frac{\arcsin e_{ij}}{e_{ij}} \right) (1 - e_{ij}^2)^{-1/6}; \\
B(e_{ij}) &= \frac{(1 - e_{ij}^2)^{1/3}}{e_{ij}} \operatorname{arth}(e_{ij}); \\
K(\nu_{ij}) &= \frac{(1 - e^2)^{1/3}}{e} \operatorname{arth} \left( \frac{e}{\nu_{ij}} \right); \quad \nu_{ij} = \left( 1 + \frac{\xi_{ij}}{a^2} \right)^{1/2}; \\
\Omega(\nu_{ij}) &= \frac{e(\nu_{ij} - 1) - \nu_{ij} \operatorname{arth} [e(\nu_{ij} - 1)(\nu_{ij} - e^2)^{-1}]}{(1 - e^2)^{1/3} (\operatorname{arth} e - e)}; \\
n(i) &= \begin{cases} n, & \text{если } i = 1; \\ l, & \text{если } i = 2; \end{cases}
\end{aligned}$$

$\xi_{ij}$  — сфероидальные координаты дочерних пузырей в момент их отрыва от родительского,  $P_{at}$  — атмосферное давление. В (1) первый член характеризует поверхностную энергию дочерних пузырьков; второй и третий — изменение собственной электростатической энергии пузырьков; четвертый — изменение энергии электрического взаимодействия зарядов дочерних пузырьков с зарядом родительского; пятый — изменение энергии взаимодействия дочерних пузырьков с поляризационным зарядом родительского; шестой — энергию взаимодействия дочернего пузырька со скоплением ранее эмитированных; седьмой и восьмой — работу газа при изотермическом изменении объема дочернего пузырька.

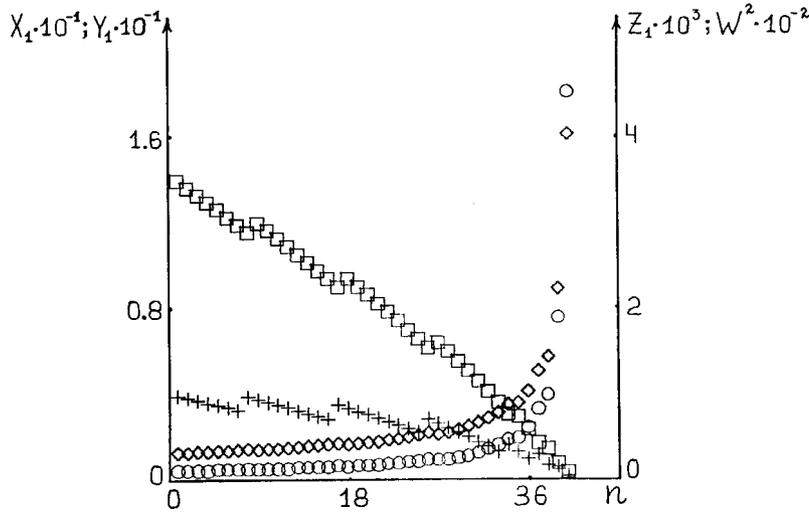
Эмиссия дочерних пузырьков будет продолжаться до тех пор, пока кулоновская сила, отрывающая дочерний пузырек, превосходит лапласовскую силу  $2\pi\sigma r_{ij}^*$ , удерживающую его ( $r_{ij}^*$  — радиус перетяжки). Принимая, что напряженность поля в точке отрыва определяется полем материнского пузыря, а также полем ранее оторвавшихся дочерних пузырьков, получим условия отрыва дочерних пузырьков от разных вершин родительского пузыря:

$$\begin{aligned}
\frac{\alpha_{ij} X_{ij} (1 - e_{ij}^2)^{1/6}}{8} &\leq Y_{ij} (w + W)^2 \left\{ \left[ \frac{W}{w + W} - \sum_{j=1}^{n-1} Y_{1j} - \sum_{j=1}^{l-1} Y_{2j} \right] C(\nu_{ij}) \right. \\
&\quad \left. + (-1)^{i+1} \frac{w}{w + W} T(\nu_{ij}) - \frac{(1 - e^2)^{2/3}}{m^2} \sum_{j=1}^{n(i)-1} Y_{ij} \right\}; \quad (2)
\end{aligned}$$

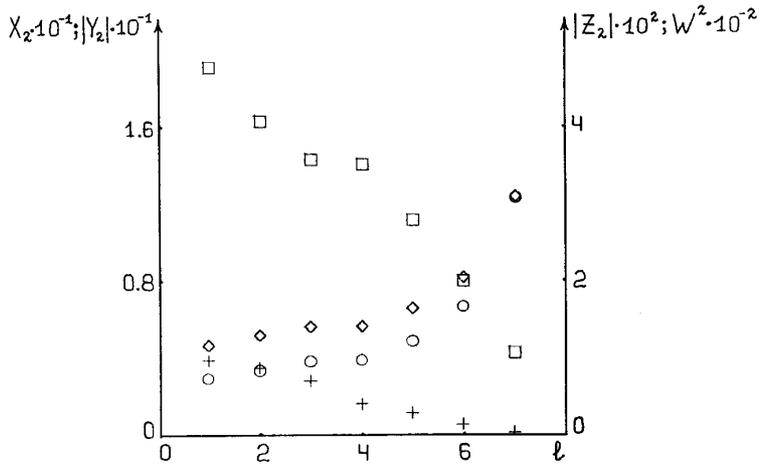
$$T(\nu_{ij}) = 1 - \frac{\text{arth}(e\nu_{ij}^{-1}) - e\nu_{ij}(\nu_{ij}^2 - e^2)^{-1}}{\text{arth}(e) - e}; \quad C(\nu_{ij}) = \frac{(1 - e^2)^{2/3}}{(\nu_{ij}^2 - e^2)};$$

$$\alpha_{ij} = \frac{r_{ij}^*}{b_{ij}}; Y_{ij} = \frac{q_{ij}}{(Q + ER^2)}; X_{ij} = \frac{r_{ij}}{R}; W^2 = \frac{Q^2}{16\pi\sigma R^3}; w^2 = \frac{E^2 R}{16\pi\sigma};$$

$X_{ij}, Y_{ij}$  — безразмерные радиусы и заряды дочерних пузырьков,  $b_{ij}$  — малые полуоси дочерних пузырьков. В (2) первое и второе слагаемые в фигурных скобках характеризует напряженность электрического поля, созданного собственным и поляризационным зарядами родительского пузыря в точке отрыва дочернего пузырька, третий член дает напряженность электрического поля в той же точке от полного заряда скопления ранее эмитированных пузырьков.



**Рис. 1.** Зависимости от порядкового номера пузырька  $n$  безразмерных: радиусов  $X_1$  (расчетные точки обозначены значком  $\diamond$ ); зарядов  $Y_1$  (расчетные точки обозначены значком  $\circ$ ); удельных зарядов  $Z_1$  (расчетные точки обозначены значком  $\square$ ) для дочерних пузырьков, несущих заряд, одноименный с собственным зарядом родительского пузыря, а также параметра Рэлея для родительского пузыря  $W^2$  (расчетные точки обозначены значком  $\dagger$ ), при:  $w^2 = 0.06, W^2 = 0.01, e^2 = 0.7, \alpha_1 = 0.9, m = 1, \beta = 0.75, \eta_1 = 0.6$  (параметры  $\alpha_{1j} = \alpha_1, \eta_{1j} = \eta_1$  принимались не зависящими от номера пузырька  $n$ ).



**Рис. 2.** Зависимости от порядкового номера пузырька  $l$  безразмерных: радиусов  $X_2$  (расчетные точки обозначены значком  $\diamond$ ); абсолютных величин зарядов  $|Y_2|$  (расчетные точки обозначены значком  $\circ$ ); абсолютных величин удельных зарядов  $|Z_2|$  (расчетные точки обозначены значком  $\square$ ) для дочерних пузырьков, несущих заряд, противоположный собственному заряду родительского пузыря, а также параметра Рэлея для родительского пузыря  $W^2$  (расчетные точки обозначены значком  $+$ ), при:  $w^2 = 0.06$ ,  $W^2 = 0.01$ ,  $e^2 = 0.7$ ,  $\alpha_2 = 0.9$ ,  $m = 1$ ,  $\beta = 0.75$ ,  $\eta_2 = 0.6$  (параметры  $\alpha_{2j} = \alpha_2$ ,  $\eta_{2j} = \eta_2$  принимались не зависящими от номера пузырька  $l$ ).

Потребуем, чтобы в силу принципа наименьшего рассеяния энергии Онзагера изменение потенциальной энергии было экстремальным, т.е. чтобы выполнялись условия:  $\partial(\Delta U_{ij})/\partial q_{ij} = 0$ ,  $\partial(\Delta U_{ij})/\partial r_{ij} = 0$  [6]. Это дает в дополнение к (2) еще четыре уравнения для нахождения неизвестных  $X_{ij}$ ,  $Y_{ij}$ ,  $\nu_{ij}$ .

$$Y_{ij} \frac{B(e_{ij})}{X_{ij}} + \left[ \frac{W}{w+W} - \sum_{j=1}^{n-1} Y_{1j} - \sum_{j=1}^{l-1} Y_{2j} \right] \left[ K(\nu_{ij}) - B(e) \right] - (-1)^{i+1} \frac{w}{w+W} \Omega(\nu_{ij}) + \frac{(1-e^2)^{1/3}}{m} \sum_{j=1}^{n(i)-1} Y_{ij} = 0; \quad (3)$$

$$X_{ij} = A(e_{ij}) - (W + w)^2 Y_{ij}^2 \frac{B(e_{ij})}{X_{ij}^2} - \eta_{ij} \beta X_{ij}^2 = 0; \quad (4)$$

$$\eta_{ij} = \frac{P_{ij} - P_{at}}{P - P_{at}}, \quad \beta = \frac{(P - P_{at})R}{2\sigma}.$$

Численный анализ системы (2)–(4) показывает, что радиусы и заряды дочерних пузырьков, эмитированных со 2-й вершины, поляризационный заряд которой не совпадает по знаку с собственным зарядом родительского пузыря, больше размеров и зарядов пузырьков эмитируемых с 1-й вершины, поляризационный заряд которой совпадает по знаку с зарядом родительского пузыря, что видно из рис. 1 и 2. Из этих рисунков также видно, что количество дочерних пузырьков, эмитированных с 1-й вершины, много больше, чем количество пузырьков, эмитированных со 2-й вершины.

## Список литературы

- [1] *Garton C.G., Krasucki Z.* // *Trans. Faraday Soc.* 1964. V. 60. P. 211–226.
- [2] *Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Жаров А.Н.* // *Письма в ЖТФ.* 1997. Т. 23. В. 19. С. 60–65.
- [3] *Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O.* // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 1990. V. 23. N 11. P. 1361–1370.
- [4] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // *ЖТФ.* 1991. Т. 61. В. 3. С. 19–28.
- [5] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И.* // *ЖТФ.* 1989. Т. 59. В. 6. С. 27–34.
- [6] *Ширяева С.О., Григорьев А.И.* // *ЖТФ.* 1995. Т. 65. В. 2. С. 2. С. 11–21.