01;07

К теории пространственно-временно́й голографии

© *Ш.Д. Какичашвили, Е.Ш. Какичашвили*

Институт кибернетики АН Грузии, Тбилиси

Поступило в Редакцию 21 августа 1997 г.

Проводится теоретическое обоснование метода пространственно-временно́й голографии. Приведено строгое описание формирования и функционирования подобной голограммы. Использован несколько модифицированный математический аапарат, который обычно используется в пространственной голографии.

Возможность записи и воспроизведения нестационарных волновых полей голографическим методом [1,2] впервые была показана в [3]. Идея подобного расширения голографического метода основана на однозначной связи временно́го профиля нестационарного волнового процесса с его частотным спектром. В экспериментах по такой записи были использованы явление фотонного эха и среды с фотовыжиганием провала в спектре поглощения [4,5]. Однако использованный в литературе математический аппарат не позволяет с требуемой строгостью описать формирование и функционирование временно́й голограммы.

В предлагаемой работе приводится теория пространственно-временно́й голографии в скалярном описании нестационарных волн. При этом в качестве основы использован дифракционный интеграл Кирхгофа, модифицированный для нестационарных волновых процессов [6].

Представим поле, сформированное нестационарным объектом в параксиальном приближении:

$$\hat{E}_{\text{об}}(x, y, z, t) \approx \frac{i}{2\pi c} \int\limits_{S_0} \int\limits_{T_0} \frac{1}{r} \omega_0 \hat{E}(x_0, y_0, z_0, t_0) \times \exp i\omega_0 \left[(t - t_0) - \frac{1}{c} r \right] ds_0 dt_0, \tag{1}$$

где c — скорость света; ω_0 — частота; x_0, y_0, z_0, t_0 и x, y, z, t — соответственно пространственно-временны́е координаты точки объекта и точки наблюдения; $\hat{E}(x_0, y_0, z_0, t_0)$ — комплексная амплитуда дифрагированного объектом света; $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ — растояние; S_0, T_0 — пространственно-временнóй интервал, занимаемый объектом; $d_{s_0} = dx_0 dy_0$.

Опишем плоскую опорную волну, сформированную бесконечно узкой "временнóй щелью":

$$\hat{E}_{\text{оп}} = E_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t_0) \exp i\omega \left[(t - t_0) - \frac{1}{c} z\right] dt_0 = E_0 \exp i\omega (t - \frac{1}{c} z). \quad (2)$$

Согласно (1), спектральная плотность каждой частоты меняется в соответствии с временны́м профилем волнового процесса, обусловленного видом $\hat{E}(x_0, y_0, z_0, t_0)$. В отличие от этого опорная волна, согласно определению δ-функции, обладает сплошным спектром с постоянной плотностью во всем диапазоне изменения $\omega = \omega_0$.

Результирующую интенсивность поля для соответствующих частот при сложении объектной и опорной волн на расстоянии z запишем в виде

$$\begin{aligned} I_\Sigma = {} & \left(\hat{E}_{\text{об}} + \hat{E}_{\text{оп}}\right)\left(\hat{E}^*_{\text{об}} + \hat{E}^*_{\text{оп}}\right) = E_0^2 + \hat{E}_{\text{об}} \hat{E}^*_{\text{об}} \\ & + \frac{iE_0}{2\pi c} \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0} \frac{1}{r} \omega_0 \hat{E}(x_0, y_0, z_0, t_0) \exp -i\omega_0 \left[t_0 - \frac{1}{c}(z - r)\right] ds_0 dt_0 \\ & - \frac{iE_0}{2\pi c} \int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0} \frac{1}{r} \omega_0 \hat{E}^*(x_0, y_0, z_0, t_0) \exp i\omega_0 \left[t_0 - \frac{1}{c}(z - r)\right] ds_0 dt_0 \quad (3) \end{aligned}$$

и зафиксируем ее в спектрально-неселективной, немагнитной среде во всем диапазоне действующих частот. В этих условиях пропускающая способность полученной таким путем голограммы оказывается равной [7]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_\otimes + \hat{H}_{-1} + \hat{H}_{+1} = \frac{\hat{\varepsilon}\hat{\sigma}}{16\pi} \int\limits_{\Omega_0} I_\Sigma d\omega_0, \quad (4)$$

где $\hat{\varepsilon}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость регистрирующей среды; $\hat{\sigma}$ — постоянный для всех частот комплексный коэффициент пропорциональности: Ω_0 — область частот, занятая объектом.

Легко усмотреть, что информация о поле объекта содержится только в третьем и четвертом членах (3). Просветим голограмму светом восстанавливающей волны амплитуды E_0' и частоты ω' и запишем реконструированное поле, обязанное своим формированием третьему члену. При этом используем линейное приближение для расстояния регистрации r и расстояния наблюдения r':

$$\hat{E}_{-1}(x',y',z',t') = \frac{iE_0}{2\pi c}\int\limits_S \frac{1}{r}\omega'\hat{H}_{-1}\exp i\omega'\left[t'-\frac{1}{c}(z+r')\right]ds$$

$$\approx \frac{iE_0E_0'\hat{\varepsilon}\hat{\sigma}}{16\pi(2\pi c)^2(z-z')(z-z_0)}\int\limits_S\int\limits_{S_0}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega_0}\omega'\omega_0\hat{E}(x_0,y_0,z_0,t_0)\exp i\omega'$$

$$\times\left\{t'-\frac{1}{c}\left[z'+\frac{x'^2+y'^2}{2(z'-z)}+\frac{x^2+y^2}{2(z'-z)}-\frac{(x'x+y'y)}{(z'-z)}\right]\right\}\exp i\omega_0$$

$$\times\left\{-t_0-\frac{1}{c}\left[-z_0+\frac{x_0^2+y_0^2}{2(z-z_0)}+\frac{x^2+y^2}{2(z-z_0)}-\frac{(x_0x+y_0y)}{(z-z_0)}\right]\right\}ds\,ds_0\,dt_0\,d\omega_0, \tag{5}$$

где S — область, занятая голограммой; $ds = dx\cdot dy$. Достаточно большая протяженность областей S, S_0, T_0, Ω_0 позволяет обращать порядок интегрирования в любой требуемой последовательности. Если восстановление проводить той же опорной волной, что и при регистрации, полагая $E_0' = E_0$ и $\omega' = \omega_0$, то на расстоянии наблюдения $z' = z_0$ получим:

$$\hat{E}_{-1}(x',y',z',t') \approx \left(\frac{E_0}{2\pi c}\right)^2\frac{\hat{\varepsilon}\hat{\sigma}}{16\pi(z'-z)^2}\int\limits_{T_0}\int\limits_{\Omega_0}\omega_0^2\exp i\omega_0(t'-t_0)dt_0d\omega_0$$

$$\times\int\limits_{S_0}\hat{E}(x_0,y_0,z',t_0)\exp -i\omega_0\frac{[(x'^2-x_0^2)+(y'^2-y_0^2)]}{2(z'-z)}ds_0\int\limits_S\exp i\omega_0\frac{1}{c}$$

$$\times\frac{[(x'-x_0)x+(y'-y_0)y]}{(z'-z)}ds = \frac{1}{8}E_0^2\hat{\varepsilon}\hat{\sigma}\int\limits_{T_0}\int\limits_{S_0}\hat{E}(x_0,y_0,z',t_0)\delta(x'-x_0,y'-y_0)$$

$$\times\,\delta(t'-t_0)ds_0dt_0 = \frac{1}{8}\hat{\varepsilon}\hat{\sigma}E_0^2\hat{E}(x',y',z',t'). \tag{6}$$

Из (6) легко заключить, что с точностью до несущественого множителя им описывается восстановление пространственной структуры и временнóго профиля исходного поля объекта.

Аналогичное рассмотрение четвертого члена при $z' = 2z - z_0$ дает

$$\hat{E}_{+1}(x', y', z', t') \approx -\frac{\pi c}{16z}\hat{\varepsilon}\hat{\sigma}E_0^2\hat{E}^*(x', y', -z', -t'), \qquad (7)$$

что описывает действительное изображение объекта, сфокусированное на расстоянии $2z - z_0$ с псевдоскопической пространственной структурой и обращением его временнóго профиля.

Сформированные первым и вторым членами (3) поля, как и в обычной, пространственной голографии, соответствуют недифрагированному голограммой компоненту и своеобразной пространственно-временнóй свертке объекта с самим собой. Эти компоненты легко сепарируются от полезных изображений применением асимметричной геометрооптической схемы регистрации голограммы [8].

Аналогичное рассмотрение состояния и степени поляризации нестационарных электромагнитных волн в применении к поляризационной голографии [9] предполагается провести в дальнейшем.

Список литературы

[1] *Gabor D.* // Proc. Roy. Soc. Ser. A 197. 1949. V. 197. P. 454–460.
[2] *Денисюк Ю.Н.* // ДАН СССР. 1962. Т. 144. № 6. С. 1275–1278.
[3] *Зубов В.А., Крайский А.В., Кузнецова Т.И.* Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 443–446.
[4] *Зуйков В.А., Самарцев В.В., Усманов Р.Г.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 293–298.
[5] *Саари П.М., Каарли Р.К., Ребане А.К.* // Квантовая электроника. 1985. Т. 12. № 4. С. 672–682.
[6] *Какичашвили Ш.Д.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. № 22. С. 78–82.
[7] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики М.: Наука, 1979. 855 с.
[8] *Leit E.T., Upatnieks J.* // JOSA. 1962. V. 52. P. 1123–1130.
[9] *Какичашвили Ш.Д.* Поляризационная голография. Л.: 1989. 142 с.