

01;07

Неголономная связь состояния поляризации света и угла скрутки одномодового световода с линейным двулучепреломлением

© Г.Б. Малыкин, Ю.И. Неймарк

Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород
Научно-исследовательский институт
прикладной математики и кибернетики, Н. Новгород

Поступило в Редакцию 26 ноября 1997 г.

Рассмотрена связь между состоянием поляризации света в скрученном одномодовом волоконном световоде с линейным двулучепреломлением и углом его кручения для случая, когда световод вытянут в прямую линию. Показано, что эта связь носит неголономный характер.

Около 60 лет назад в работе Рытова [1] было показано, что в случае распространения светового луча по неплоской траектории происходит вращение плоскости его поляризации относительно естественного трехгранника Дарбу, образуемого единичными векторами — касательной, нормалью и бинормалью к искривленной траектории луча. В [1] было показано, что в случае, если в некоторой точке траектории луча касательная возвращается в исходное состояние, то плоскость поляризации света в общем случае будет отличаться от исходной, однако в случае, если траектория луча является плоской кривой, то этого явления не будет.

В работе [2] было показано, что в одномодовом волоконном световоде (ОВС) с неплоской конфигурацией также имеет место эффект Рытова. Как показано в [2], в этом случае имеет место неинтегрируемая (неголономная) связь направления вектора электрического поля с пространственной ориентацией трехгранника Дарбу, который ориентируется относительно световода.

Цель настоящей работы — показать, что в ОВС с собственным линейным двулучепреломлением при наличии кручения световода (торсионной скрутки) будет иметь место неголономная связь между на-

правлением вектора электрического поля в ОВС и углом кручения световода даже в том случае, если световод вытянут в прямую линию. Иными словами, если известно состояние поляризации света на входе отрезка ОВС, ориентация осей его линейного двулучепреломления на входе — α_1 и выходе — α_2 отрезка, то в общем случае невозможно получить функциональное выражение для состояния поляризации на выходе отрезка ОВС.

Запишем дифференциальное уравнение для вектора Джонса $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x e^{i\psi_x} \\ E_y e^{i\psi_y} \end{pmatrix}$ [3] (где E_x и E_y — амплитуды компонент электрического поля, а ψ_x и ψ_y — их фазы) в декартовой, сопровождающей кручение световода системе координат:

$$\frac{d\mathbf{E}}{dz} = N(z) \cdot \mathbf{E}(z). \quad (1)$$

Здесь z — длина, отсчитываемая от начала отрезка ОВС,

$$N(z) = \begin{vmatrix} i\beta_x & (1-g)\frac{d\alpha}{dz} \\ -(1-g)\frac{d\alpha}{dz} & -i\beta_y \end{vmatrix}$$

— дифференциальная матрица Джонса ОВС [4] с собственным линейным двулучепреломлением $\beta = \beta_x - \beta_y$, $\beta_{x,y} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{x,y}$ (λ — длина волны света, n_x , n_y — показатели преломления в медленной и быстрой оси ОВС, здесь полагаем $n_x, n_y = \text{const}$) и углом кручения α , $g = \text{const}$ — фотоупругий коэффициент материала, из которого изготовлен световод.

Векторное соотношение (1) может быть записано в скалярной форме в виде четырех действительных дифференциальных соотношений, выражающих dE_x , dE_y , $d\psi_x$ и $d\psi_y$ через $d\psi_y$ через dz и $d\alpha$. Проводя несложные преобразования, эти же соотношения можно записать в виде условий обращения в нуль следующих четырех однородных дифференциальных (пфафовых) форм:

$$d\omega_{1,2} = dE_{x,y} \mp (1-g) \cos(\psi_{x,x} - \psi_{y,y}) d\alpha,$$

$$d\omega_{3,4} = E_{x,y} d\psi_{x,y} + \beta_{x,y} E_{x,y} dz \pm (1-g) E_{y,x} \sin(\psi_{x,x} - \psi_{y,y}) d\alpha. \quad (2)$$

Для интегрируемости дифференциальных уравнений $d\omega_1 = d\omega_2 = d\omega_3 = d\omega_4 = 0$, т.е. принципиальной возможности

получения из них конечных соотношений, определяющих E_x , E_y , Ψ_x и ψ_y как однозначные функции z и α , необходимо и достаточно тождественное обращение в нуль билинейных форм $(\delta d - d\delta)\omega_s = 0$ ($s = 1, 2, 3, 4$) вместе с $\delta\omega_s = 0$ и $d\omega_s = 0$ [5]. Условия $\delta\omega_s = 0$ и $d\omega_s = 0$ оставляют произвольными дифференциалы (вариации) δz , $d z$, $\delta\alpha$, $d\alpha$. В данном случае условия голономности, сводящиеся к тождественному обращению в нуль билинейных форм при произвольных δz , $d z$, $\delta\alpha$ и $d\alpha$, не выполняются и, следовательно, имеет место неголономность. В силу этого при различных изменениях переменных z и α от одних и тех же начальных к одним и тем же конечным значения E_x , E_y , ψ_x и ψ_y вообще различные, несмотря на одинаковость начальных значений. Исключение составляет случай $g = 1$. В реальных оптических материалах $0 < g < 1$. Так, в кварцевых световодах $g = 0.08-0.065$ [7].

Неголономность связи состояния поляризации света, распространяющегося вдоль ОВС, и кручение осей его двулучепреломления можно проиллюстрировать на простом примере: когда неголономность является следствием некоммутативности матриц Джонса для отрезков ОИС с различным, обусловленным кручением, эллиптическим двулучепреломлением — например для двух отрезков ОВС с постоянным, но различным кручением осей.

Таким образом, связи между изменениями E_x , E_y , ψ_x , ψ_y и изменениями z и α носят неголономный характер, который обнаруживается также в теоретической механике [5], теории электрических машин [7], теории механических гироскопов [8] и др. Отметим, что распространение света вдоль скрученного ОВС имеет аналогию с эволюцией сферических координат сферы, которая катится по плоскости без проскальзывания, вращаясь вокруг бинормали к кривой на плоскости, по которой она катится.

Таким образом, при произвольных соотношениях между z и α , зная состояние поляризации света на входе отрезка ОВС и азимуты осей анизотропии на входе и выходе отрезка, невозможно вычислить значения E_x , E_y , ψ_x и ψ_y , которые определяют состояние поляризации на выходе отрезка. В случае если зависимость $\alpha(z)$ задана в явном виде, то, как показано в [4], уравнение (1) можно свести к частному уравнению Рикатти: $\frac{d\chi}{dz} = -n_{12}\chi^2 + (n_{22} - n_{11})\chi + n_{21}$ (где $\chi = \frac{|E_x|}{|E_y|} \cdot e^{i(\psi_y - \psi_x)}$, n_{ij} — элементы дифференциальной матрицы Джонса), которое, как известно, для произвольного вида $\alpha(z)$ не решается в квадратурах.

Кручение осей линейного двулучепреломления ОВС возникает как в процессе его вытяжки из заготовки, так и в процессе укладки в волоконную линию связи или на катушку волоконного датчика тех или иных физических параметров. Отметим, что виток световода на катушке является уже неплоской кривой и в нем будет иметь место изменение состояния поляризации света, связанное не только с кручениями осей линейного двулучепреломления, но и с эффектом Рытова [1].

В реальном случае зависимость $\alpha(z)$ в волоконной линии связи или катушке установить невозможно, известными являются только значения α_1 и α_2 в начале и конце отрезка ОВС. Как было показано выше, в этом случае состояние поляризации света не может быть найдено теоретически.

В заключение авторы выражают благодарность Я.И. Ханину за обсуждение результатов работы, Н.К. Вдовичевой и И.А. Шерешевскому (ИФМ РАН) за полезные консультации.

Работа частично поддержана грантом N 96-02-18568 РФФИ.

Список литературы

- [1] Рытов С.М. // ДАН СССР. 1938. Т. 18. N 4-5. С. 263-266.
- [2] Berry M.V. // Nature. 1987. V. 326. N 6110. P. 277-278.
- [3] Monerie M., Jeunhomme L. // Opt. and Quant. Electr. 1980. V. 12. N 6. P. 449-461.
- [4] Azzam R.M., Bashara N.M. // JOSA. 1972. V. 62. N 11. P. 1252-1257.
- [5] Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. // Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. 519 с.
- [6] Ulrich R., Simon A. // Appl. Optics. 1979. V. 18. N 13. P. 2241-2251.
- [7] Гапонов А.В. // ДАН СССР. 1952. Т. 87. N 3. С. 401-404.
- [8] Ишлинский А.Ю. // Механика гироскопических систем. М.: Изд. АН СССР. 480 с.