

01;03

Предельная скорость переключения режимов кипения

© М.О. Луцет

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

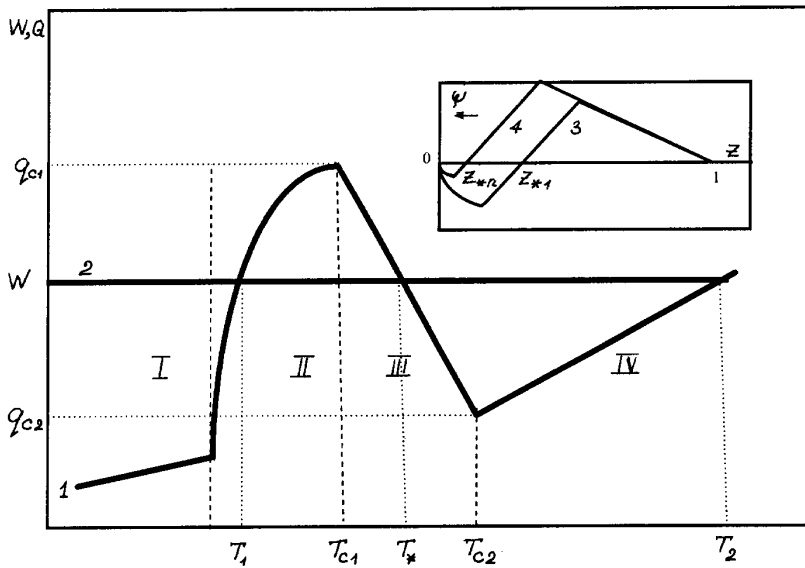
Поступило в Редакцию 25 июля 1997 г.

Использована теория автоволн для исследования перехода от одного режима кипения к другому. Рассмотрена скорость распространения границы режимов кипения для критического теплового потока.

Кризисы кипения жидкостей происходят за счет смены режимов кипения с существенно отличающимися интенсивностями теплообмена. В результате температура теплоотдающей поверхности либо резко возрастает, либо падает. Переход от одного режима к другому осуществляется за конечное время, которое определяется скоростью распространения очагов нового режима v и линейным масштабом L , характеризующим среднее расстояние между очагами, возникающими под влиянием неоднородностей выделяемого теплового потока, поверхности теплоотдачи либо различного рода флуктуаций. Время перехода является существенным параметром для расчета технических устройств, предотвращающих кризис либо управляемых резким изменением температуры. В статье на основе точных результатов теории автоволн рассматривается скорость распространения границы смены режимов кипения для критического теплового потока и выделяется предмет экспериментального исследования.

Распространением границы смены режимов кипения управляет уравнение теплопроводности с источником и подходящими граничными условиями на поверхности нагревателя. Считая тело нагревателя достаточно тонким для постоянства температуры в сечении нагревателя, перпендикулярном направлению распространения границы после интегрирования по этому сечению получим уравнение на единицу длины нагревателя для его температуры T :

$$SC(T)\partial T/\partial t = \nabla(S\lambda(T)\nabla T) + P(W - Q). \quad (1)$$



Зависимость теплообмена от температуры нагревателя при установившемся режиме и функция источника для постоянного тепловыделения: 1 — $Q(T)$, 2 — $W(T)$. Режимы теплообмена: I — конвекция, II — пузырьковое кипение, III — переходное кипение, IV — пленочное кипение. На вставке фрагмент изменения $\psi(z)$ в предельном переходе $W \Rightarrow q_{c1}$, 3, 4 — соответствуют z_{*1} , z_{*n} ; $z_{*1} > z_{*n}$.

Здесь $C(T)$ — теплоемкость материала нагревателя, рассчитанная на единицу объема; λ — его теплопроводность; $W(T)$ и $Q(T)$ — соответственно плотности тепловыделения и теплосъема на поверхности нагревателя; S и P — площадь и охлаждаемый периметр сечения ортогонального направлению распространения. Ограничим наше рассмотрение одномерным движением границы смены режимов. Предположим далее достаточную большую величину L для возможности постановки простых граничных условий к уравнению (1). Температуру T будем считать непрерывной функцией, а ее производные затухающими на бесконечном удалении от границы смены режимов. Основная нелинейность уравнения (1) сосредоточена в источнике $F(T) = W - Q$, который определяется функцией теплообмена $Q(T)$. По известным экспериментам [1,2]

$Q(T)$ имеет вид, представленный на рисунке. Обычно выделяют четыре области с различными режимами теплообмена: естественной конвекции (I), пузырькового кипения (II), переходного (III) и пленочного (IV) кипения. Во (II)–(IV) областях интенсивность теплообмена определяется разностью температур поверхности теплоотдачи и насыщения жидкости и записывается через коэффициент теплообмена α в виде $Q(T) = \alpha(T)(T - T_s)$. Предполагая рассматривать только критические явления, развивающиеся на границах третьей области, далее не будем учитывать тепло, переносимое естественной конвекцией. Максимальный тепловой поток q_{c1} на кривой теплообмена во второй области обычно называют первым критическим, а соответствующую температуру T_{c1} — первой критической. Аналогично второй кризис кипения реализуется при минимальном в области (IV) тепловом потоке с координатами q_{c2} , T_{c2} . Для $q_{c2} \leq W \leq q_{c1}$ существуют три однородных и стационарных решения уравнения (1), определяемых соотношением $F(T) = 0$: $T = T_1$, $T = T_2$, $T = T_*$, $T_1 \leq T_* \leq T_2$. Устремив L к бесконечности, можно принять начальное условие в задаче Коши для (1) в виде ступенчатой функции со значениями T_1 , T_2 на $\pm\infty$. К упомянутой задаче Коши сводятся некоторые проблемы биологии и физики [3–5]. В одномерном случае решение задачи Коши стабилизируется со временем и стремится к функции типа бегущей волны $T(x, t) = T(\xi = x + vt)$ с предельными значениями $T(-\infty) = T_1$, $T(+\infty) = T_2$ для источника $F(T)$, удовлетворяющего условиям [5]:

$$F(T_1) = F(T_2) = 0; \quad F(T) \leq 0 \text{ при } T_1 < T < T_\alpha < T_2; \\ F(T) > 0 \text{ при } T_\alpha < T < T_2; \tag{2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} F dT \geq 0; \quad F(T) \leq 0 \text{ при } T_1 < T < T_{\alpha 0} \leq T_\alpha; \quad F'(T_2) < 0. \tag{3}$$

Пусть условия (2), (3) выполнены. Пренебрегая временем стабилизации, будем искать решение в виде бегущей волны. $T(x, t) = T(\xi = x + vt)$ удовлетворяет уравнению

$$d/d\xi(\lambda(T)dT/d\xi) - C(T)VdT/d\xi + F(T)/\alpha_0 = 0. \tag{4}$$

За единицы измерения здесь приняты для λ , C , ξ , v , α те же обозначения с индексом "0", причем $\xi_0 = (S\lambda_0/P\alpha_0)^{1/2}$, $v_0 = v/V = (P\alpha_0\lambda_0/SC_0^2)^{1/2}$.

Замена переменных допускает понижение порядка (4). Принимая в качестве искомой производную подстановки Киргофа и подстановку Гудмена за независимые переменные (см. [6,7]):

$$y = \{\lambda(T)dT/d\xi\} / \int_{T_1}^{T_2} CdT, \quad z = \int_{T_1}^T CdT / \int_{T_1}^{T_2} CdT, \quad (5)$$

получим уравнение, встречающееся при изучении распространения нормальных зон по охлаждаемому сверхпроводнику с током [7]

$$yy'_z - Vy + \psi(z) = 0, \quad \psi(z) = \lambda(z)F(z)/\alpha_0 C(z) \int_{T_1}^{T_2} CdT, \quad (6)$$

$$y(0) = y(1) = 0. \quad (7)$$

Два условия (7) позволяют определить решение $y(z)$ и скорость V . Принятые замены переменных преобразовали интервал изменения температуры $[T_1, T_2]$ в интервал изменения $z[0, 1]$. Легко убедиться, что для большинства известных зависимостей $\lambda(T)$, $C(T)$, если $F(T)$ удовлетворяет условиям (2), (3), то при достаточно большом $W(T)\psi(z)$ также удовлетворяет тем же условиям на интервале изменения $z[0, 1]$. В этом случае для задачи (6), (7) в [5] доказаны следующие утверждения: (*) При некотором $V \geq 0$, определяемом однозначно, решение задачи (6), (7) существует и единственно, кроме того $y(z) > 0$ при $0 < z < 1$.

Интегрируя (6) с учетом (7), имеем

$$V = \int_0^1 \psi dz / \int_0^1 y dz = \int_0^1 (\psi/y) dz. \quad (8)$$

Из (8) и положительности y следует, что знаки V и интеграла от ψ совпадают. Для отрицательного интеграла от источника $F(T)$ достаточно провести замены в (1): T на $T_2 - T$ и x на $-x$. После замены получим задачу Коши для уравнения, удовлетворяющего условиям (2), (3), где роль T_1 и T_2 будут играть 0 и $T_2 - T_1$. Таким образом, стабилизация решения задачи Коши выполняется и в этом случае, что наблюдалось в экспериментах [9–11]. Для отрицательных V будем искать решение

типа бегущей волны $T = T(\xi = x - vt)$, используя в подстановке (5) вместо z переменную $\xi = 1 - z$. В итоге вместо (6) имеем

$$yy'_\xi - |V|y + \chi(\zeta) = 0; \quad \chi(\zeta) = -\psi(1-\zeta); \quad \zeta = \int_T^{T_2} CdT / \int_{T_1}^{T_2} CdT. \quad (6_1)$$

Полученное уравнение с точностью до обозначений совпадает с (6). При достаточно малом $W(T)$ положительность интеграла от $\chi(\zeta)$ выполняется и, следовательно, утверждения (*) справедливы для $V < 0$.

Далее при помощи качественной теории дифференциальных уравнений (см., например, [8]) получим информацию об изменении v в двух предельных случаях, когда $W(T_1) \Rightarrow q_{c1}$, либо $W(T_2) \Rightarrow q_{c2}$. Заметим, что мы не можем воспользоваться результатами [3,4]. Например, при $W(T_1) \Rightarrow q_{c1}$ $T_* \Rightarrow T_1$ и $F(T) \Rightarrow F_*(T)$, которая не дифференцируема в точке T_1 , так как производная имеет разные пределы при вычислении в областях $T_1 < T < T_*$ либо $T_* < T < T_2$. Уравнения (6) и (6₁) имеют три особые точки в плоскости (z, y) либо (z, y) : $(0, 0)$, $(z_*, 0)$, $(1, 0)$, либо $(0, 0)$, $(\zeta_*, 0)$, $(1, 0)$. Рассмотрим уравнение (6). Корни его характеристического уравнения $\rho_{1,2}(z) = 0, 5V \pm [0, 25V^2 - \Psi'_z(z)]^{0,5}$. Для $\psi'(0) < 0$ особая точка $(0,0)$ является седлом и единственным направлением интегральной кривой, удовлетворяющим (*), является положительное направление $\rho_1(0)$. Аналогично седловая точка $(1,0)$ имеет единственное отрицательное направление интегральной кривой $\rho_2(1)$. В третьей особой точке $(z_*, 0)$ $\psi'_z(z_*) \geq 0$. Развитие первого кризиса для максимальной тепловой нагрузки реализуется при $W(T_1) \Rightarrow q_{c1}$. В случае единственного решения $\psi(z_*) = 0$ в интервале $0 < z_* < 1$, этот предельный переход эквивалентен $z_* \Rightarrow 0$. Для малых значений z_* , согласно (7), интегральная кривая попадает в окрестность особой точки $(z_*, 0)$, где, если $V^2 \geq 4\psi'_z(z_*)$, то $(z_*, 0)$ — узел и $y(z_*) = 0$, что невозможно по (*). Следовательно, $V^2 < 4\psi'_z(z_*)$ и в точке $(z_*, 0)$ — фокус. Построим убывающую последовательность $z_{*i} \Rightarrow 0$ при $i \Rightarrow \infty$. Каждому значению z_{*i} соответствует по (*) значение V_i , причем $0 \leq V_i < 4\psi'_z(z_{*i})$. Пусть $\lim V_i = V_{(1)}$. Переходя к пределу, имеем

$$0 \leq V_{(1)} \leq 2\sqrt{\psi'_z(+0)}. \quad (9)$$

Достижение равенства на верхней границе $V_{(1)}$ допускается выполнением условия (7). Как показано в [7], для выпуклой предельной

функции $\psi(z)V_{(1)}$ в пределе достигает бифуркационное значение скорости $2\sqrt{\psi'_z(+0)}$ с бесконечной производной $V_{(1)}$ по z_* . Аналогично, рассматривая $W(T_2) \Rightarrow q_{c2}$, получим для предельной отрицательной скорости $V_{(2)}$:

$$0 \leq -V_{(2)} \leq 2\sqrt{\chi'_\zeta(+0)}, \quad (10)$$

где бифуркационное значение достигается с бесконечной производной $V_{(2)}$ по ζ_* для выпуклой предельной функции $\chi(\zeta)$. Если на границах области III вместо излома $Q(T)$ присутствует гладкий переход, то предельные бифуркационные значения равны нулю. Переходя к пределу в этом случае, получим из (9), (10) $V_{(1)}$ либо $V_{(2)}$ стремящимися к нулю, что означает вырождение кризисов кипения, т.е. плавный, управляемый изменением тепловыделения, переход от одного режима к другому. Подобное вырождение наблюдалось в экспериментах [11]. Вообще говоря, выбором $F(T)$ можно занулить бифуркационное значение скорости, т.е. управлением тепловой нагрузки добиться стабилизации зародышей нового режима вплоть до предельных тепловых потоков. Таким образом, оказывается, что скорость распространения границы смены режимов кипения в предельных случаях определяется узкой областью переходного кипения q_{c1}, q_{c2} . Это влияние резко ограничивает свободу моделирования теплообмена в области III. С другой стороны, экспериментальные данные о структуре $Q(T)$ около точек (q_{c1}, T_{c1}) и (q_{c2}, T_{c2}) для движущейся границы смены режимов кипения отсутствуют. Возникающая проблема может быть разрешена, на наш взгляд, экспериментальным исследованием, которое планируется провести в ближайшее время.

Автор признателен В.Ю. Чеховичу и А.Н. Павленко за обсуждения.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 96–02–19401.

Список литературы

- [1] Гертнер Р.Ф. Теплопередача. 1965. № 1. С. 20–35. (Пер. Gaertner R.F. Transactions of the ASME. Ser. C. V. C87. N 1.)
- [2] Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, Сиб. отд. 1970. 659 с.
- [3] Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С. // Бюл. МГУ. 1937. Секц. А. Т. 1. С. 1–26.

- [4] Зельдович Я.Б. Журн. физ. химии. 1948. Т. 22. В. 1. С. 27–48.
- [5] Канель Я.И. Мат. сборник. 1962. Т. 59 (доп.). С. 245–288.
- [6] Коздoba Л.А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. М., 1975. 227 с.
- [7] Львовский Ю.М. // ЖТФ. 1984. Т. 54. В. 9. С. 1663–1670.
- [8] Лефшец С. Геометрическая теория дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1961. 387 с.
- [9] Zukov S.A., Barelko V.V., Merzhanov A.G. // Int. J. Heat Mass Transfer. 1980. V. 24. P. 47–55.
- [10] Pavlenko A.N., Chechovich V.Yu., Starodubtseva I.P. // Russian J. Engineering Thermophysics. 1994. V. 4. P. 323–347.
- [11] Verkin B.I., Kirichenko Yu.A., Levchenko N.M., Rusanov K.V. // Cryogenics. 1979. N 1. P. 49–51.