

01;07

## Неголономная связь состояния поляризации света и угла скрутки одномодового световода с линейным двулучепреломлением

© Г.Б. Малыкин<sup>1</sup>, Ю.И. Неймарк<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН,  
603600 Нижний Новгород, Россия<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики  
при Горьковском государственном университете им. Н.И. Лобачевского

(Поступило в Редакцию 1 октября 1997 г.)

Рассмотрена связь между состоянием поляризации света в скрученном одномодовом волоконном световоде с линейным двулучепреломлением и углом его кручения для случая, когда световод вытянут в прямую линию. Показано, что эта связь носит неголономный характер.

Около 60 лет назад в работе Рытова [1] было показано, что в случае распространения светового луча по неплоской траектории происходит вращение плоскости его поляризации относительно естественного трехгранника Дарбу, образуемого единичными векторами — касательной, нормалью и бинормалью к искривленной траектории луча. В [1] было показано, что в случае, если в некоторой точке траектории луча касательная возвращается в исходное состояние, то плоскость поляризации света в общем случае будет отличаться от исходной, однако в случае если траектория луча является плоской кривой, то этого явления не будет.

В работе [2] было показано, что в одномодовом волоконном световоде (ОВС) с неплоской конфигурацией также имеет место эффект Рытова. Как показано в [2], в этом случае имеет место неинтегрируемая (неголономная) связь направления вектора электрического поля с пространственной ориентацией трехгранника Дарбу, который ориентируется относительно световода.

Цель настоящей работы — показать, что в ОВС с собственным линейным двулучепреломлением при наличии кручения световода (торсионной скрутки) будет иметь место неголономная связь между направлением вектора электрического поля в ОВС и углом кручения световода, даже в том случае, если световод вытянут в прямую линию. Иными словами, если известно состояние поляризации света на входе отрезка ОВС, ориентация осей его линейного двулучепреломления на входе  $\alpha_1$  и выходе  $\alpha_2$  отрезка, то в общем случае невозможно получить функциональное выражение для состояния поляризации на выходе отрезка ОВС. Запишем дифференциальное уравнение для вектора Джонса

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x e^{i\psi_x} \\ E_y e^{i\psi_y} \end{pmatrix}$$

[3] ( $E_x$  и  $E_y$  — амплитуды компонент электрического поля, а  $\psi_x$  и  $\psi_y$  — их фазы) в декартовой сопровождающей кручение световода системе координат

$$\frac{d\mathbf{E}}{dz} = N(z) \cdot \mathbf{E}(z). \quad (1)$$

Здесь  $z$  — длина, отсчитываемая от начала отрезка ОВС:

$$N(z) = \begin{pmatrix} -i\beta_x & (1-g)\frac{d\alpha}{dz} \\ -(1-g)\frac{d\alpha}{dz} & -i\beta_y \end{pmatrix}$$

— дифференциальная матрица Джонса ОВС [4] с собственным линейным двулучепреломлением  $\beta = \beta_x - \beta_y$ ,  $\beta_{x,y} = (2\pi/\lambda)n_{x,y}$  ( $\lambda$  — длина волны света;  $n_x, n_y$  — показатели преломления в медленной и быстрой оси ОВС, здесь полагаем  $n_x, n_y = \text{const}$ ) и углом кручения  $\alpha$ ;  $g = \text{const}$  — фотоупругий коэффициент материала, из которого изготовлен световод.

Векторное соотношение (1) может быть записано в скалярной форме в виде четырех действительных дифференциальных соотношений, выражающих  $dE_x, dE_y, d\psi_x$  и  $d\psi_y$  через  $dz$  и  $d\alpha$ . Проводя несложные преобразования, эти же соотношения можно записать в виде условий обращения в нуль следующих четырех однородных дифференциальных (пфафовых) форм:

$$\begin{aligned} d\omega_{1,2} &= dE_{x,y} \mp (1-g) \cos(\psi_{x,x} - \psi_{y,y}) d\alpha, \\ d\omega_{3,4} &= E_{x,y} d\psi_{x,y} + \beta_{x,y} E_{x,y} dz \\ &+ (1-g) E_{y,x} \sin(\psi_{x,x} - \psi_{y,y}) d\alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

Для интегрируемости дифференциальных уравнений  $d\omega_1 = d\omega_2 = d\omega_3 = d\omega_4 = 0$ , т.е. принципиальной возможности получения из них конечных соотношений, определяющих  $E_x, E_y, \psi_x$  и  $\psi_y$  как однозначные функции  $z$  и  $\alpha$ , необходимо и достаточно тождественное обращение в нуль билинейных форм  $(\delta\delta - d\delta)\omega_s = 0$  ( $s = 1, 2, 3, 4$ ) вместе с  $\delta\omega_s = 0$  и  $d\omega_s = 0$  [5,6]. Условия  $\delta\omega_s = 0$  и  $d\omega_s = 0$  оставляют произвольными дифференциалы (вариации)  $\delta z, dz, \delta\alpha, d\alpha$ . В данном случае условия голономности, сводящиеся к тождественному обращению в нуль билинейных форм при произвольных  $\delta z, dz, \delta\alpha$  и  $d\alpha$ , не выполняются, и, следовательно, имеет место неголономность. В силу этого при различных изменениях переменных  $z$  и  $\alpha$  от одних и тех же начальных к одним и тем же конечным значениям  $E_x, E_y, \psi_x$  и  $\psi_y$  вообще различные, несмотря на одинаковость начальных

значений. Исключение составляет случай  $g = 1$ . В реальных оптических материалах  $0 < g < 1$ . Так, в кварцевых световодах  $g = 0.08-0.065$  [7].

Неголономность связи состояния поляризации света, распространяющегося вдоль ОВС, и кручения осей его двулучепреломления можно проиллюстрировать простым примером — когда неголономность является следствием некомутативности матриц Джонса для отрезков ОВС с различным, обусловленным кручением, эллиптическим двулучепреломлением, например, для двух отрезков ОВС с постоянным, но различным кручением осей.

Таким образом, связи между изменениями  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  и изменениями  $z$  и  $\alpha$  носят неголономный характер, который обнаруживается также в теоретической механике [5], теории электрических машин [7], теории механических гироскопов [8] и др. Отметим, что распространение света вдоль скрученного ОВС имеет глубокую аналогию с эволюцией сферических координат сферы, которая катится по плоскости без проскальзывания, вращаясь вокруг бинормали к кривой на плоскости, по которой она катится.

Таким образом, при произвольных соотношениях между  $z$  и  $\alpha$ , зная состояние поляризации света на входе отрезка ОВС и азимуты осей анизотропии на входе и выходе отрезка, невозможно вычислить значения  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\psi_x$  и  $\psi_y$ , которые определяют состояние поляризации на выходе отрезка. Если зависимость  $\alpha(z)$  задана в явном виде, то, как показано в [4], уравнение (1) можно свести к частному уравнению Рикатти

$$\frac{d\chi}{dz} = -n_{12}\chi^2 + (n_{22} - n_{11})\chi + n_{21},$$

где

$$\chi = \frac{|E_y|}{|E_x|} e^{i(\psi_y - \psi_x)},$$

$n_{ij}$  — элементы дифференциальной матрицы Джонса.

Это уравнение, как известно, для произвольного вида  $\alpha(z)$  не решается в квадратурах.

Кручение осей линейного двулучепреломления ОВС возникает как в процессе его вытяжки из заготовки, так и процессе укладки — в волоконную линию связи или на катушку волоконного датчика тех или иных физических параметров. Отметим, что виток световода на катушке является уже неплоской кривой и в нем будут иметь место изменение состояния поляризации света, связанное не только с кручениями осей линейного двулучепреломления, но и с эффектом Рытова [1].

В реальном случае зависимость  $\alpha(z)$  в волоконной линии связи или катушке установить невозможно, известными являются только значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в начале и конце отрезка ОВС. Как было показано выше, в этом случае состояние поляризации света не может быть найдено теоретически.

В заключение авторы выражают благодарность Я.И. Ханину за обсуждение результатов работы, Н.К. Вдовичевой и И.А. Шерешевскому (ИФМ РАН) за полезные консультации.

Работа частично поддержана грантом № 96-02-18568 РФФИ.

## Список литературы

- [1] Рытов С.М. // ДАН СССР. 1938. Т. 18. № 4–5. С. 263–266.
- [2] Berry M.V. // Nature. 1987. Vol. 326. N 6110. P. 277–278.
- [3] Monerie M., Jeunhomme L. // Opt. and Quant. Electr. 1980. Vol. 12. N 6. P. 449–461.
- [4] Azzam R.M., Bashara N.M. // JOSA. 1972. Vol. 62. N 11. P. 1252–1257.
- [5] Неймарк Ю.И., Фухаев Н.А. // Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. 519 с.
- [6] Ulrich R., Simon A. // Appl. Opt. 1979. Vol. 18. N 13. P. 2241–2251.
- [7] Гапонов А.В. // ДАН СССР. 1952. Т. 87. № 3. С. 401–404.
- [8] Ишлинский А.Ю. // Механика гироскопических систем. М.: Изд-во АН СССР. 480 с.