01;05;09

Нелинейные поверхностные магнитные поляритоны в неоднородном магнитном поле

© В.В. Гримальский, С.В. Кошевая, А.М. Ресин

Киевский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
252601 Киев, Украина

(Поступило в Редакцию 8 июля 1996 г. В окончательной редакции 9 сентября 1997 г.)

Теоретически исследованы сверхвысокочастотные поверхностные магнитные поляритоны конечной амплитуды, распространяющиеся вдоль границы раздела феррита и нелинейного диэлектрика, во внешнем слабонеоднородном магнитном поле типа вала. Анализ основан на применении вариационного метода в сочетании с билинейными соотношениями типа леммы Лоренца. Показано, что волновая дисперсия и поперечный профиль волны вдоль неоднородности поля существенно зависят от амплитуды волны.

В последнее время большое внимание уделяется волнам конечной амплитуды в ограниченных твердых телах [1,2]. Известно, что на границе раздела феррита (типа железо–иттриевый гранат (ЖИГ)), помещенного во внешнее магнитное поле, и немагнитного диэлектрика могут распространяться поверхностные магнитные поляритоны [3,4]. При этом волновой вектор волны и внешнее магнитное поле направлены в плоскости границы раздела и взаимно перпендикулярны. Известно также, что нелинейные эффекты в ЖИГ могут наблюдаться при довольно низких уровнях СВЧ мощности, кроме того, в качестве немагнитного диэлектрика может быть выбран нелинейный параэлектрик типа $SrTiO_3$, $KTaO_3$ или сегнетокерамика в парафазе. Таким образом, в СВЧ диапазоне данные волны могут быть перспективными для наблюдения нелинейных эффектов типа самовоздействия. Кроме того, динамикой волн в ограниченных ферритах можно управлять созданием неоднородности внешнего магнитного поля [5,6]. Поэтому представляет интерес исследовать распространение поверхностного магнитного поляритона конечной амплитуды в слабо неоднородном внешнем магнитном поле при одновременном учете магнитной и диэлектрической нелинейностей.

В данной работе теоретически исследуются нелинейные поверхностные волны (магнитные поляритоны) постоянной частоты, распространяющиеся перпендикулярно внешнему слабо неоднородному магнитному полю типа вала при учете как магнитной, так и диэлектрической нелинейностей контактирующих сред. Получено обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее зависимость волновой амплитуды от поперечной координаты в плоскости границы раздела. Численным решением данного уравнения получено нелинейное дисперсионное уравнение для волн в неоднородном поле. Показано, что для данного направления распространения волны доминирующей является магнитная нелинейность. Дисперсионные характеристики и профиль волны вдоль направления неоднородности существенно зависят от амплитуды волны в центре данного волновода.

На границе раздела феррита и немагнитного диэлектрика возможно существование поверхностного магнитного поляритона в случае касательной намагниченности. В линейном случае в однородном поле H_0 он имеет компоненты (H_x, H_y, E_z), а частота ω и волновое число k связаны дисперсионным соотношением [4]

$$\sigma_0^2 - \mu^2 - \frac{\sigma_0 k + \mu\tau}{p} = 0, \tag{1}$$

где

$$p = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_d\right)^{1/2}, \quad \tau = \left(k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_f\frac{\sigma_0^2 - \mu^2}{\mu}\right)^{1/2},$$

$$\sigma_0 = \omega\omega_M/(\omega^2 - \omega_H^2),$$

$\mu = 1 - \omega_H\omega_M/(\omega^2 - \omega_H^2)$, $\mu_{11} = \mu_{22} = \mu$, $\mu_{12} = -\mu_{21} = i\sigma_0$, $\mu_{33} = 1$, $\mu_{13} = \mu_{23} = 0$ — компоненты тензора магнитной проницаемости ферромагнетика (ФМ); $\omega_H = \gamma H_0$; $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$; γ — гиромагнитное отношение; H_0 — приложенное постоянное магнитное поле; M_0 — намагниченность насыщения; ε_f, ε_d — диэлектрические проницаемости феррита и диэлектрика соответственно.

Предполагается, что ФМ находится в области $x > 0$; H_0 и M_0 направлены вдоль оси $0z$, волновой вектор — вдоль $0y$. Далее рассматриваем случай контакта ФМ с нелинейным параэлектриком ($x < 0$) со значительной диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon_d \sim 10^3 \gg \varepsilon_f \sim 10^1$), в этом случае можно ограничиться учетом запаздывания лишь в диэлектрике $k > (\omega/c)\varepsilon_d^{1/2} \gg (\omega/c)\varepsilon_f^{1/2}(\sigma_0/\mu^{1/2})$, $\tau \approx k$. Тогда дисперсионное уравнение (1) может быть представлено в более простой форме

$$\sigma_0 - \mu - k/p = 0. \tag{2}$$

Рассмотрим случай, когда приложенное магнитное поле H_0 слабо зависит от поперечной координаты z в плоскости раздела, причем неоднородность имеет форму вала ($dH_0/dz > 0$ для $z < 0$, $dH_0/dz < 0$ для $z > 0$). Отметим, что влиянием малой x-компоненты постоянного магнитного поля, существование которой следует из уравнения $\operatorname{div} B = 0$, можно пренебречь [6]. В такой системе возможно распространение поверхностного магнитного поляритона в волноводном канале, созданном неоднородностью поля вдоль оси 0z в плоскости границы раздела, так как данная неоднородность поля приводит к удержанию энергии волны вдоль оси 0z [5]. В линейном случае это легко демонстрируется методом геометрической оптики. В настоящей работе исследуются дисперсионные характеристики нелинейного волновода, созданного неоднородностью поля $H_0(z)$.

Известно, что анализ нелинейных волн в неоднородных структурах может быть выполнен при помощи вариационного метода Уизема. Данный метод состоит в использовании стационарности действия при выборе пробной функции с учетом малого изменения поперечного профиля нелинейной волны по сравнению с линейным случаем [7]. Данный метод был применен для исследования нелинейных поверхностных волн типа Дэймона–Эшбаха в слабо неоднородном магнитном поле без учета запаздывания [8], а также для анализа явления свертки в ФМ пленках с учетом запаздывания [9]. В данной работе предполагается исследовать влияние двух механизмов нелинейности (магнитного в ФМ и диэлектрического в параэлектрике). Учет магнитной нелинейности в уравнениях Ландау–Лифшица с помощью вариационного метода требует значительных вычислений, поэтому ниже будет применен более простой метод анализа, когда уравнение, описывающее зависимость амплитуды волны от поперечной координаты z, в присутствии чисто диэлектрической нелинейности будет получено вариационным методом, а учет магнитной нелинейности произведен с помощью билинейных соотношений типа леммы Лоренца для электромагнитного поля [10,11].

Уравнения Максвелла с учетом диэлектрической нелинейности в параэлектрике ($\varepsilon = \varepsilon_d - aE^2$, $a > 0$) и граничные условия для тангенциальных компонент поля H могут быть получены из вариационного принципа для действия $S = \int\int L dV dt$ со следующим лагранжианом:

$$8\pi L = \mathbf{E}^* \left(\varepsilon(x) - \frac{a(x)}{2} \mathbf{E}\,\mathbf{E}^* \right) \mathbf{E} - \mathbf{B}^* \hat{\mu}^{-1}(\omega, \mathbf{r}) \mathbf{B}, \qquad (3)$$

где

$$\mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{A};$$

$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$; $\mathbf{H} = \hat{\mu}^{-1} \mathbf{B}$; $\mathbf{A}, \mathbf{A}^*$ — положительно и отрицательно частотные компоненты вектора-потенциала.

Отметим, что для волны в неоднородном магнитном поле $H_0(z)$ отличны от 0 все компоненты $\mathbf{A}$. Основное предположение заключается в том, что в силу слабой неоднородности поля вдоль оси 0z поперечные профили компонент поляритона вдоль 0x по нормали к плоскости пленки изменяются слабо по сравнению со случаем однородного поля, т. е. решение для E_z ищем в виде

$$E_z = \frac{1}{2} F(z) e^{i\omega t - iky} \begin{cases} e^{-kx}, & x > 0, \\ e^{px}, & x < 0, \end{cases} \qquad (4)$$

где $F(z)$ — медленно изменяющаяся по сравнению с длиной волны амплитуда волны.

Зависимости A_x, A_y от x предполагаются теми же. Отметим, что A_y, A_z непрерывны при $x = 0$; A_x терпит разрыв. Тогда, подставляя (4) в (3) и выполняя варьирование по F и A_x, A_y, получаем систему дифференциальных уравнений для F, $A_{x,y}$, причем $A_{x,y} \sim \partial F/\partial z$. Исключая величины $A_{x,y}$, можно представить уравнение для $F(z)$ в виде

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + \frac{2k^2 p^3}{(p+k)(p^2 - k^2 + pk)} D\big(\omega, \omega_H(z), k, F\big) F = 0, \qquad (5)$$

где $D(\omega, \omega_H, k, F) = \sigma_0 - \mu - k/p + (a\omega^2/2c^2p^2)F^2$; $\omega_H = \omega_H(z)$, причем в однородном поле $D(\omega, \omega_H, k, F) = 0$ — нелинейное дисперсионное уравнение для магнитного поляритона с учетом диэлектрической нелинейности.

Существенно, что неоднородность поля входит только в виде зависимости $\omega_H(z)$ в нелинейном дисперсионном уравнении.

С учетом магнитной нелинейности в ФМ уравнение (5) должно быть уточнено. Для этого необходимо определить вклад магнитной нелинейности в коэффициент при F^2 в $D(\omega, \omega_H, k, F)$, причем данный коэффициент можно определить в случае однородного внешнего магнитного поля. В используемом приближении вклады диэлектрической и магнитной нелинейностей входят в данный коэффициент аддитивно. Проще всего уточненное нелинейное дисперсионное уравнение может быть получено из билинейного соотношения типа леммы Лоренца для электромагнитного поля с учетом магнитных компонент поляритона. Данное соотношение для данного типа волн имеет вид

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{4\pi} \varepsilon(x) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^* + \frac{1}{4\pi} \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_2^* + \frac{H_0}{M_0} (m_{1x} m_{2x}^* + m_{1y} m_{2y}^*) \right) \\ &\quad + \frac{c}{4\pi} \operatorname{div} \Big(\big[\mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1\big] + \big[\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^*\big] \Big) \\ &\quad - \frac{i\omega}{M_0} \big(H_{1y} m_{2y}^* + H_{1x} m_{2x}^* \big) \frac{m_x^2 + m_y^2}{2M_0} \\ &\quad - \frac{i\omega}{4\pi} a(x) \big|\mathbf{E}_1\big|^2 \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2^* = 0. \end{aligned} \qquad (6)$$

Здесь $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$, $m_{1x,y}$ — положительно-частотные компоненты магнитного поляритона с учетом нелинейности; $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$, $m_{2x,y}$ — линейная монохроматическая волна. Соотношение (6) позволяет получить поправку к частоте волны, обусловленную нелинейностью, если положить волновые числа линейной и нелинейной волн равными. Данная методика аналогична теории возмущений для волноводов [11]. Интегрируя (6) по x, находим поправку к частоте волны, обусловленную диэлектрической и магнитной нелинейностями, и отношение величин вкладов магнитной ($\Delta\omega_{FM}$) и диэлектрической ($\Delta\omega_{DE}$) нелинейностей в поправке к частоте $\Delta\omega = \Delta\omega_{FM} + \Delta\omega_{DE}$

$$\frac{\Delta\omega_{FM}}{\Delta\omega_{DE}} = -\frac{(p+k)^3}{k(4\pi M_0)^2} \Big/ \frac{a\omega^4}{2c^4 p^2}. \qquad (7)$$

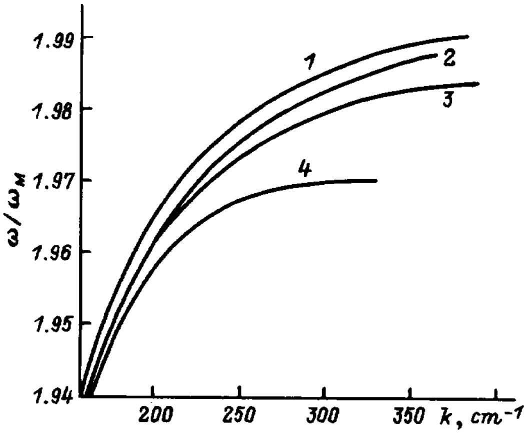

Рис. 1. Дисперсионные соотношения $k(\omega, F_0)$ для нелинейного поляритона в слабо неоднородном магнитном поле $\omega_H(z) = \gamma H_0(z) = \omega_H + \Delta\omega_H \operatorname{sech}^2 qz$ при $\omega_H/\omega_M = 1.4$, $\Delta\omega_H/\omega_M = 0.1$, $q = 5\,\mathrm{cm}^{-1}$. *1, 2* — $F_0(a/\varepsilon_0)^{1/2} = 0.01$ (линейная волна) в однородном и неоднородном полях соответственно, *3* — $F_0(a/\varepsilon_0)^{1/2} = 0.05$, *4* — 0.1.

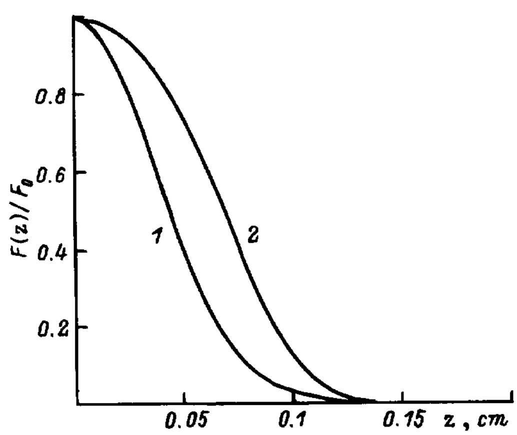

Рис. 2. Профили волны E_z вдоль неоднородности поля $H_0(z)$ ($\omega_H(z)/\omega_M = 1.4 + 0.1 \operatorname{sech}^2 qz$, $q = 5\,\mathrm{cm}^{-1}$). *1* — линейная волна ($F_0(a/\varepsilon_0)^{1/2} = 0.01$), *2* — нелинейная волна ($= 0.1$); $\omega/\omega_M = 1.970$.

Далее, при замене вклада диэлектрической нелинейности в (5) на сумму коэффициентов, обусловленных магнитной и диэлектрической нелинейностями, получается уравнение для магнитного поляритона с учетом как нелинейности в обоих средах, так и слабой неоднородности поля

$$\frac{d^2F}{dz^2} + \frac{2k^2p^3}{(k+p)(p^2-k^2+kp)}\Bigg(\sigma_0 - \mu - \frac{k}{p} + \left(\frac{a\omega^2}{2c^2p^2} - \frac{(p+k)^3c^2}{k(4\pi M_0)^2\omega^2}\right)F^2\Bigg)F = 0. \quad (8)$$

При низшей (симметричной по z) моде граничные условия для F суть

$$F(z=0) = F_0,\ dF/dz(z=0) = 0,\ F(z\to\infty) \to 0, \quad (9)$$

где F_0 — амплитуда волны в центре волновода (независимый параметр).

Уравнение (8), дополненное граничными условиями (9), при фиксированных значениях ω и F_0 имеет нетривиальные решения для определенных значений волнового числа $k = k(\omega, F_0)$. Последнее соотношение и есть нелинейное дисперсионное уравнение для нелинейного магнитного поляритона в неоднородном магнитном поле. Видно, что вклады магнитной и диэлектрической нелинейностей в (8) имеют различные знаки. Далее в расчетах параметры параэлектрика принимались равными $\varepsilon_d = 2.5 \cdot 10^3$, $a = 10\,\mathrm{Gs}^{-2}$; в качестве ферромагнитной среды был выбран ЖИГ с намагниченностью насыщения $4\pi M_0 = 1760\,\mathrm{Oe}$.

Рассмотрим сначала случай малой амплитуды волны для неоднородности поля вида ($\Delta\omega_H > 0$)

$$\omega_H = \omega_{H\infty} + \Delta\omega_H \operatorname{sech}^2 qz. \quad (10)$$

Из уравнения (8) видно, что локализация поляритона вдоль оси 0z возможна в интервале частот $(\omega_{H\infty}(\omega_{H\infty} + \omega_M))^{1/2} < \omega < \omega_{H\infty} + \Delta\omega_H + \omega_M/2$. Численные расчеты показали, что в случае волны малой амплитуды неоднородность поля существенно изменяет спектр основной моды, дисперсионные зависимости становятся более пологими (рис. 1, кривые *1* и *2*). В случае волн конечной амплитуды оказалось, что основной вклад вносит магнитная нелинейность. Поскольку с ростом амплитуды профиль волны вдоль неоднородности внешнего поля становится шире, то данная нелинейность является дефокусирующей. Численные оценки показали, что этот вывод справедлив для величин диэлектрической нелинейности $a \le 100\,\mathrm{Gs}^{-2}$. Ее влияние сводится к сужению частотного спектра магнитного поляритона сверху (рис. 1, кривые *3, 4*) и к уширению профиля волны вдоль оси 0z (рис. 2). Влияние диэлектрической нелинейности становится более заметным в области, где $\mu(\omega) \approx 0$, однако здесь принципиально необходим учет как затухания, так и запаздывания в ФМ [4]. Таким образом, в данном волноводе, созданном неоднородностью внешнего магнитного поля, влияние нелинейности на распространение волны весьма существенно, причем определяющей является магнитная нелинейность.

Список литературы

[1] Nonlinear Waves in Solid-State Physics / Ed. by A.D. Boardman, M. Bertolotti, T. Twardowski. New York: Plenum Press, 1986.

[2] *Boardman A.D., Shabat M.M., Wallis R.F.* // J. Phys. D. 1991. Vol. 24. N 5. P. 1702–1707.

[3] *Damon R.W., Eschbach J.R.* // J. Phys. Chem. Solids. 1961. Vol. 19. N 2. P. 308–320.

[4] *Каганов М.И., Шалаева Т.И.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. № 6(12). С. 2185–2196.

[5] *Вашковский А.В., Зубков В.И., Локк Э.Г., Щеглов В.И.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 7. С. 138–145.

[6] *Бурлак Г.Н., Гримальский В.В., Коцаренко Н.Я.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 8. С. 32–37.
[7] *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
[8] *Гримальский В.В., Рапопорт Ю.Г.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 19. Вып. 9. С. 11–15.
[9] *Grimalsky V., Rapoport Yu.* // J. Magn. and Magn. Mater. 1995. Vol. 140–144. P. 2195–2196.
[10] *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994.
[11] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1988.