

05:09

Самосогласованная задача о возбуждении пучков магнитостатических волн

© С.В. Загрядский, А.Г. Резванов

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 27 декабря 1996 г. В окончательной редакции 16 апреля 1997 г.)

Получено аналитическое решение самосогласованной задачи о возбуждении пучков магнитостатических волн преобразователем произвольного типа. Численные расчеты диаграмм направленности проведены для полосковых преобразователей в частотной области существования поверхностных магнитостатических волн.

Введение

Под пучками магнитостатических волн (МСВ) обычно понимают суперпозицию этих волн с одинаковыми частотами, но различными волновыми векторами как по величине, так и по направлению. Знание закономерностей формирования волновых пучков МСВ преобразователями различного типа необходимо для совершенствования методов расчета отдельных устройств и интегральных СВЧ схем на основе тонких ферритовых пленок. В ряде работ [1–4] рассматривались задачи о возбуждении пучков поверхностных и объемных МСВ точечным элементом тока и нитью с постоянным вдоль нее током. Исследовались фокусирующие преобразователи, излучающие пучки волн [5,6]. Однако все указанные задачи решались в приближении заданного тока преобразователя.

В предлагаемой работе впервые решена самосогласованная задача о возбуждении пучков поверхностных и объемных МСВ, в которой учитывается влияние на преобразователь возбужденной им намагниченности ферритовой пленки. Аналитическое решение в замкнутой форме получено для преобразователей произвольного типа, численные расчеты проведены для полосковых преобразователей в частотной области существования поверхностных МСВ. Сравнение полученного решения с приближением заданного тока (поля) показывает принципиальную необходимость учета обратной реакции возбужденных волн на преобразователь.

Уравнения самосогласованной задачи

Рассмотрим не ограниченную в плоскости yoz ферритовую пленку толщиной d , намагниченную до насыщения в направлении η , которая возбуждается преобразователем произвольного типа (рис. 1, где I — ферритовая пленка). Пусть в линии передачи, образующей преобразователь, может распространяться (в отсутствие ферритовой пленки) лишь волна низшего типа ν с постоянной распространения γ и электромагнитным полем $\mathbf{E}_{\pm\nu} = \mathbf{E}_{\pm\nu 0}(x, y) \exp(\mu i \gamma z)$, $\mathbf{H}_{\pm\nu} = \mathbf{H}_{\pm\nu 0}(x, y) \exp(\mu i \gamma z)$. Собственные векторные функции \mathbf{E}_ν , \mathbf{H}_ν для большинства типов линий передачи, используемых в качестве

преобразователей МСВ, известны. Не ограничивая общности рассмотрения, будем считать магнитное поле линии передачи поперечным. Кроме того, считая линию не имеющей потерь, примем функции $\mathbf{E}_{\nu 0}$, $\mathbf{H}_{\nu 0}$ вещественными. В этом случае в соответствии с [7] можно положить $\mathbf{E}_{\nu 0} = \mathbf{E}_{-\nu 0}$, $\mathbf{H}_{\nu 0} = \mathbf{H}_{-\nu 0}$. Магнитное поле падающей электромагнитной волны основного ν -типа в сечении $z = 0$ равно $c\mathbf{H}_\nu$. Преобразователь нагружен на произвольную нагрузку, дающую в сечении $z = L$ коэффициент отражения по поперечной компоненте магнитного поля Γ . Собственные функции намагниченности $\mathbf{m}_n = \mathbf{m}_n^0(x) \exp(-\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})$ и дисперсионные характеристики МСВ $\omega_n(\mathbf{k}_n)$ также предполагаются известными (\mathbf{k}_n и \mathbf{r} — волновой вектор волны и вектор-радиус в плоскости пленки).

В соответствии с [8] намагниченность, возбужденную в ферритовой пленке сторонним высокочастотным магнитным полем \mathbf{h}_ν на частоте ω , можно найти в виде интегрального разложения по собственным функциям намагниченности в двумерном пространстве волновых чисел в плоскости пленки

$$\mathbf{M} = \sum_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (c_n \mathbf{m}_n) dk_{ny} dk_{nz}, \quad (1)$$

где

$$c_n = \varphi_n \int_V (\mathbf{h}_\nu \mathbf{m}_n^*) dV,$$

$$\varphi_n = \frac{i\omega_M}{\Phi_n} \frac{1}{\omega_n - \omega}, \quad \Phi_n = (2\pi)^2 \int_0^d [\mathbf{m}_n^0 \times \mathbf{m}_n^{0*}]_\eta dx, \quad (2)$$

 V — объем пленки.

Суммирование ведется по всем ветвям спектра волн. Возбужденная намагниченность определяется по формуле (1) в электродинамическом, магнитостатическом или дипольно-обменном приближении в зависимости от того, в каком приближении найдены собственные функции намагниченности \mathbf{m}_n .

Будем понимать под \mathbf{h}_ν магнитное поле преобразователя в месте расположения ферритовой пленки. Для учета обратной реакции возбужденной в пленке намагниченности на преобразователь, это поле надо представить

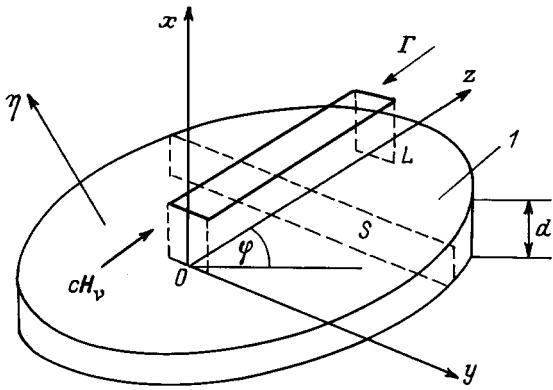


Рис. 1.

через заданную намагниченность и получить систему уравнений самосогласованной задачи. Указанное представление можно найти на основе теории возбуждения волноводов [7], применимой и в рассматриваемом случае вследствие уменьшения до нуля магнитного поля образующей преобразователя линии передачи в поперечном сечении при удалении от продольной оси линии. Поле \mathbf{h}_ν складывается из поля падающей на вход волны с \mathbf{H}_ν и поля волн, возбужденных ферритовой пленкой (с учетом отражения от нагрузки на втором конце линии). Последнее определяется как поле, возбужденное в линии передачи сторонним эквивалентным магнитным током, в области источника при его локальном удалении. Если феррит занимает малую часть поперечного сечения линии (что имеет место для устройств МСВ), то применимо одномодовое приближение [9]

$$\mathbf{h}_\nu = [c + c_\nu(z)]\mathbf{H}_\nu + \{c_{-\nu}(z) + [c + c_\nu(L)]\Gamma \exp(-2i\gamma L)\}\mathbf{H}_{-\nu}, \quad (3)$$

где

$$c_\nu(z) = -\frac{i\omega\mu_0}{N_\nu} \int_0^z dz \int_S (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{-\nu}) dS, \\ c_{-\nu}(z) = -\frac{i\omega\mu_0}{N_\nu} \int_z^L dz \int_S (\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_\nu) dS, \\ N_\nu = \int_S \{[\mathbf{E}_{-\nu} \times \mathbf{H}_\nu] - [\mathbf{E}_\nu \times \mathbf{H}_{-\nu}]\}_z dS, \quad (4)$$

S — поперечное сечение пленки, N_ν — норма электромагнитной волны типа ν .

Отметим, что полное поле в линии передачи с ферритовой пленкой складывается из поля \mathbf{h}_ν (3) и поля, индуцированного намагниченностью. Система сингулярных интегральных уравнений (1), (3) относительно \mathbf{M} и \mathbf{h}_ν и является математической формулировкой самосогласованной задачи о возбуждении намагниченности в ферритовой пленке.

Решение системы уравнений самосогласованной задачи

В качестве новых независимых искомым функций в системе уравнений (1), (3) могут быть приняты амплитуды электромагнитных волн $c_\nu(z)$ и $c_{-\nu}(z)$. Именно в этом случае система оказывается сравнительно легко разрешимой, что обусловлено интегральным характером указанных функций. Введением функционала

$$\Phi(k_{nz}) = \int_0^L [c_\nu(z) \exp(-i\gamma z) + c_{-\nu}(z) \exp(i\gamma z)] \exp(ik_{nz}z) dz \quad (5)$$

система уравнений (1), (3) сводится к интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода

$$\Phi(k_{nz}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k'_{nz}) K(k_{nz}, k'_{nz}) dk'_{nz} + \Psi(k_{nz}). \quad (6)$$

Входящие в ядро функции приведены в Приложении. Они зависят от параметра связи

$$F_\nu(k_{nz}) = \frac{\omega\mu_0}{N_\nu} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n(k_{ny}, k_{nz}) |I_\nu(k_{ny}, k_{nz})|^2 dk_{ny}, \quad (7)$$

характеризующего в самосогласованной задаче взаимодействие преобразователя с ферритовой пленкой. Интеграл возбуждения в (7) равен

$$I_\nu(k_{ny}, k_{nz}) = \int_S \mathbf{H}_{\nu 0}(x, y) \mathbf{m}_n^{0*}(x, k_{ny}, k_{nz}) \exp(ik_{ny}y) dS. \quad (8)$$

В приближении заданного поля преобразователя $F_\nu(k_{nz}) \equiv 0$ ядро обращается в нуль и функционал $\Phi(k_{nz})$ равен свободному члену уравнения

$$\Psi(k_{nz}) = c \left\{ \frac{(g-1)\Gamma \exp(-2i\gamma L)}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)} \times [b(k_{nz}) + h(k_{nz})] - [d(k_{nz}) + f(k_{nz})] \right\}. \quad (9)$$

Уравнение Фредгольма 2-го рода решим методом последовательных приближений

$$\Phi^{[j+1]}(k_{nz}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^{[j]}(k_{nz}) K(k_{nz}, k'_{nz}) dk'_{nz} + \Psi(k_{nz}), \quad (10)$$

принимая в качестве нулевого ($j = 0$) приближения $\Phi^{[0]}(k_{nz}) = \Psi(k_{nz})$ значение свободного члена уравнения, вычисленное для заданного поля линии передачи

$$\mathbf{h}_\nu = c\mathbf{H}_\nu + c\Gamma \exp(-2i\gamma L)\mathbf{H}_{-\nu}, \quad (11)$$

которое соответствует $c_\nu(z) \equiv 0$, $c_{-\nu}(z) \equiv 0$ в (3). Первое приближение ($j = 1$) дает решение задачи с учетом обратной реакции возужденных преобразователем распространяющихся магнитостатических волн и локальной намагниченности. В результате найдем амплитуды c_n волн в пучке

$$c_n = \varphi_n I_\nu(k_{ny}, k_{nz}) \left\{ c \frac{\exp[iL(k_{nz} - \gamma)] - 1}{i(k_{nz} - \gamma)} + \Phi(k_{nz}) + [c + c_\nu(L)] \Gamma \exp(-2i\gamma L) \times \frac{\exp[iL(k_{nz} + \gamma)] - 1}{i(k_{nz} + \gamma)} \right\}, \quad (12)$$

где $c_\nu(L)$ определяется через функционал $\Phi(k_{nz})$ из алгебраического уравнения, получаемого в результате подстановки (12) в (4) при $z = L$,

$$c_\nu(L) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} H(k'_{nz}) \Phi(k'_{nz}) dk'_{nz} + c [g + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)]}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)}. \quad (13)$$

По известным c_n определим возбужденную преобразователем высокочастотную намагниченность в дальней зоне, вычисляя двойной интеграл (1) в полярной системе координат $k_{ny} = k_n \sin(\Theta)$, $k_{nz} = k_n \cos(\Theta)$, $y = r \sin(\varphi)$, $z = r \cos(\varphi)$. Во внутреннем интеграле по k_n выделим вычеты, соответствующие бегущим магнитостатическим волнам (рассматриваем излучение только в направлении положительных y), а внешний интеграл по Θ (суперпозицию бегущих волн) вычислим методом стационарной фазы. Окончательно решение для намагниченности получим в виде

$$\mathbf{M}(r, \varphi) \approx c'_n(k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi)) \mathbf{m}_n^0 \times (x, k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi)) r^{-1/2} \times \exp[-ik_{n0}(\Theta_S(\varphi)) r \cos(\Theta_S(\varphi) - \varphi)] \times \exp\left[\frac{-\gamma \Delta H}{V_n(\Theta_S(\varphi))} \frac{y}{\sin(\Theta_S(\varphi))}\right], \quad (14)$$

где

$$c'_n(k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi)) = -2\pi i \frac{c\omega_M}{V_n(\Theta_S(\varphi))} \times k_{n0}(\Theta_S(\varphi)) \frac{I_\nu(k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi))}{\Phi_n(k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi))} \times \xi(k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi)) \sqrt{\frac{2\pi}{\Psi''(\Theta_S(\varphi))}} \exp(i\pi/4), \quad (15)$$

φ — полярный угол точки наблюдения, отсчитываемый от оси преобразователя z ; $k_{n0}(\Theta_S(\varphi))$ — корень дисперсионного уравнения $\omega_n(\mathbf{k}_n) = \omega$, $V_n(\Theta_S(\varphi)) =$

$\partial\omega_n/\partial k_n$ — соответствующая ему групповая скорость магнитостатической волны.

Фаза $\Psi(\Theta)$ является функцией угла Θ : $\Psi(\Theta) = k_{n0}(\Theta) \cos(\Theta - \varphi)$, определяемого при заданном φ из уравнения для стационарных точек

$$k'_{n0}(\Theta) \cos(\Theta - \varphi) - k_{n0}(\Theta) \sin(\Theta - \varphi) = 0.$$

Найденные из этого уравнения стационарные точки обозначены выше через $\Theta_S(\varphi)$. Вторая производная $\Psi''(\Theta_S(\varphi))$ в (15) вычисляется при том же значении $\Theta_S(\varphi)$. Функция $\xi(k_{n0}(\Theta_S(\varphi)), \Theta_S(\varphi))$ в (15) определяется соотношением

$$\begin{aligned} \xi(k_{n0}, \Theta_S) &= \frac{\exp[iL(k_{nz} - \gamma)] - 1}{i(k_{nz} - \gamma)} + \left[\frac{\pi i F_\nu(\gamma)}{\gamma} \right. \\ &\times \left(\frac{\exp[iL(k_{nz} - \gamma)]}{k_{nz} - \gamma} - \frac{\exp[iL(k_{nz} + \gamma)]}{k_{nz} + \gamma} \right) \\ &- \frac{4\pi i F_\nu(k_{nz})\gamma}{(k_{nz} + \gamma)^2(k_{nz} - \gamma)} - \frac{2\pi i F_\nu(\gamma)}{k_{nz} + \gamma} \\ &\times \left(\frac{\exp[iL(k_{nz} + \gamma)]}{k_{nz} + \gamma} - iL \right) \left. \frac{(g-1)\Gamma \exp(-2i\gamma L)}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)} \right. \\ &- \left[-\frac{4\pi i F_\nu(k_{nz})\gamma}{(k_{nz} - \gamma)^2(k_{nz} + \gamma)} + 2\pi i F_\nu(\gamma) \frac{\exp[iL(k_{nz} - \gamma)]}{(\gamma - k_{nz})} \right. \\ &\times \left(\frac{1}{(\gamma - k_{nz})} + \frac{1}{2\gamma} + iL \right) + \pi i F_\nu(\gamma) \\ &\times \left. \frac{\exp[iL(k_{nz} - \gamma)] - \exp(-2i\gamma L) + 1}{\gamma(k_{nz} + \gamma)} \right] \\ &+ \frac{(1-g)\Gamma \exp(-2i\gamma L)}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)} \frac{\exp[iL(k_{nz} + \gamma)] - 1}{i(k_{nz} + \gamma)} \\ &+ \frac{\Gamma \exp(-2i\gamma L)}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)} \frac{\exp[iL(k_{nz} + \gamma)] - 1}{i(k_{nz} + \gamma)} \\ &\times \frac{\pi^2}{\gamma^2} F_\nu^2(\gamma) \left[2(g-1)\Gamma \frac{2i\gamma L - \exp(-2i\gamma L) + 1}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)} \right. \\ &\times \left. \exp(-2i\gamma L) + \exp(-2i\gamma L) + 2i\gamma L \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

Полученное аналитическое решение (14) самосогласованной задачи о возбуждении пучков поверхностных и объемных МСВ имеет весьма общий характер, так как все особенности электродинамической системы учитываются в собственных функциях и дисперсионных характеристиках волн. Это решение справедливо для преобразователей произвольного типа и любых волноводных структур, в частности содержащих диэлектрические слои, многослойные ферритовые пленки, металлические экраны.

Излучение волновых пучков поверхностных МСВ плосковыми преобразователями

Рассмотрим закономерности формирования диаграмм направленности на примере полоскового преобразователя при намагничивании ферритовой пленки вдоль его продольной оси z . На рис. 2–6 приведены нормированные амплитудные диаграммы направленности АДН (φ) короткозамкнутого на конце преобразователя ($\Gamma = 1$) для различных частот диапазона существования поверхностных МСВ. Под амплитудной диаграммой направленности понимается угловая зависимость модуля амплитудного множителя c'_n при собственной функции намагничённости \mathbf{m}_n^0 в (14). Исключая из (14) все члены, не содержащие угловой зависимости, для амплитудной

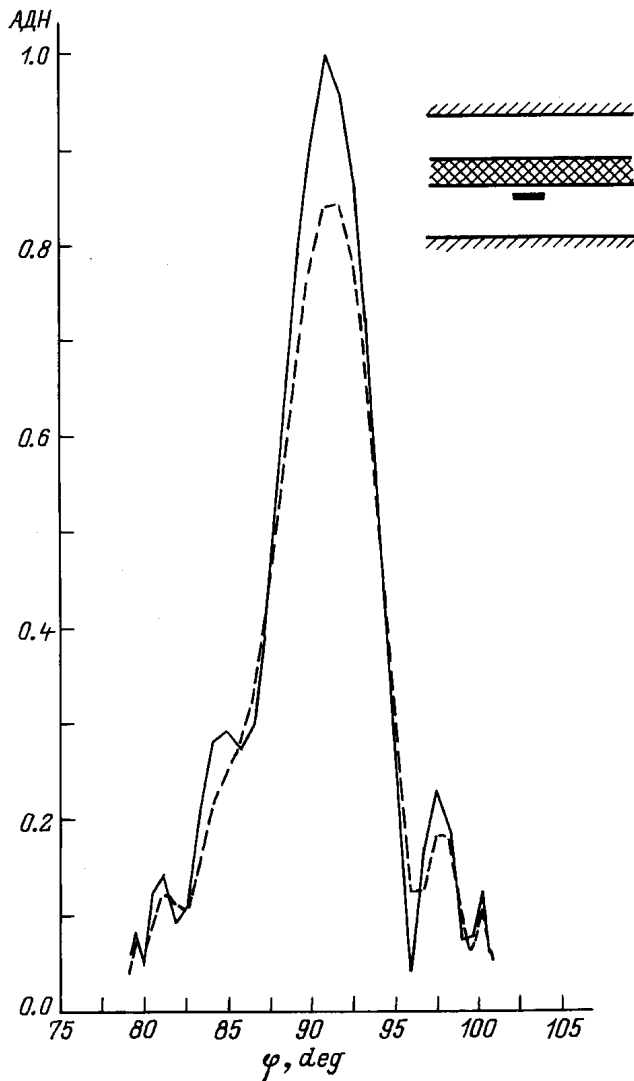


Рис. 2. Амплитудные диаграммы направленности. Сплошная кривая — самосогласованное решение, пунктир — приближение заданного поля; $f = 5.2$ GHz.

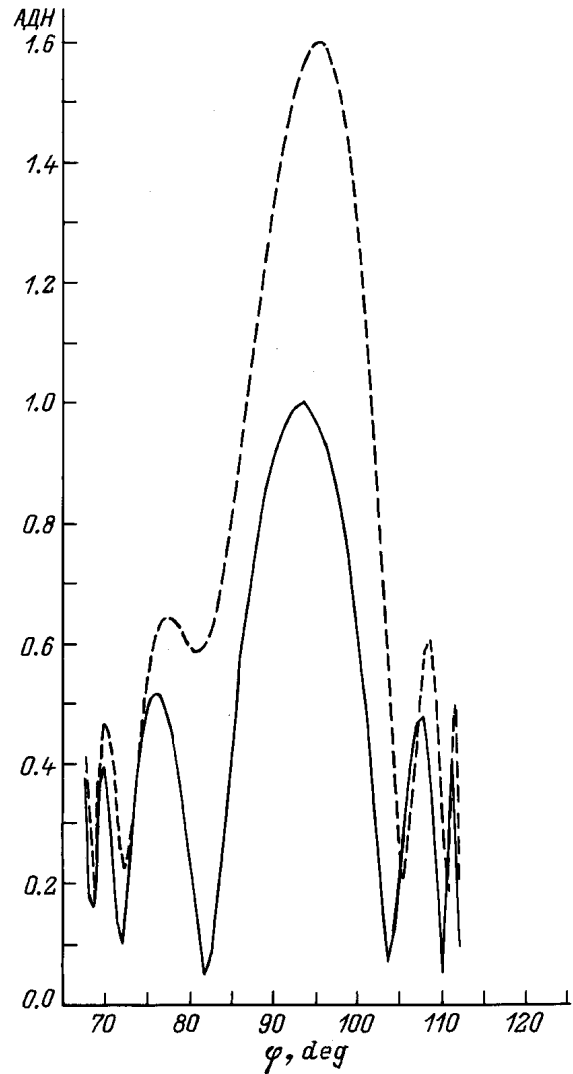


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но при $f = 5.0$ GHz.

диаграммы направленности из (15) можно записать

$$\text{АДН}(\varphi) = \left| \frac{I_\nu(k_{n0}(\varphi), \Theta_s(\varphi)) k_{n0}(\varphi) \xi(k_{n0}(\varphi), \Theta_s(\varphi))}{V_n(\varphi) \Phi_n(k_{n0}(\varphi), \Theta_s(\varphi)) \sqrt{\Psi''(\Theta_s(\varphi))}} \right|. \quad (17)$$

При этом квадрат АДН(φ) дает диаграмму направленности преобразователя по мощности.

Численный расчет амплитудной диаграммы направленности по формуле (17) проведен для преобразователя на основе симметричной полосковой линии (см. вставку на рис. 2) с диэлектрическим заполнением ($\varepsilon = 9.8$) с шириной полоски $200 \mu\text{m}$ и расстоянием между металлическими экранами 1 mm . Ферритовая пленка с намагниченностью насыщения 1750 Gs и толщиной $d = 50 \mu\text{m}$ удалена от полоски на расстояние $10 \mu\text{m}$. Длина преобразователя составляет $L = 4 \text{ mm}$. Намагничивающее поле равно 1030 Oe . На рис. 2–5 пунктиром показаны зависимости, рассчитанные в приближении заданного поля

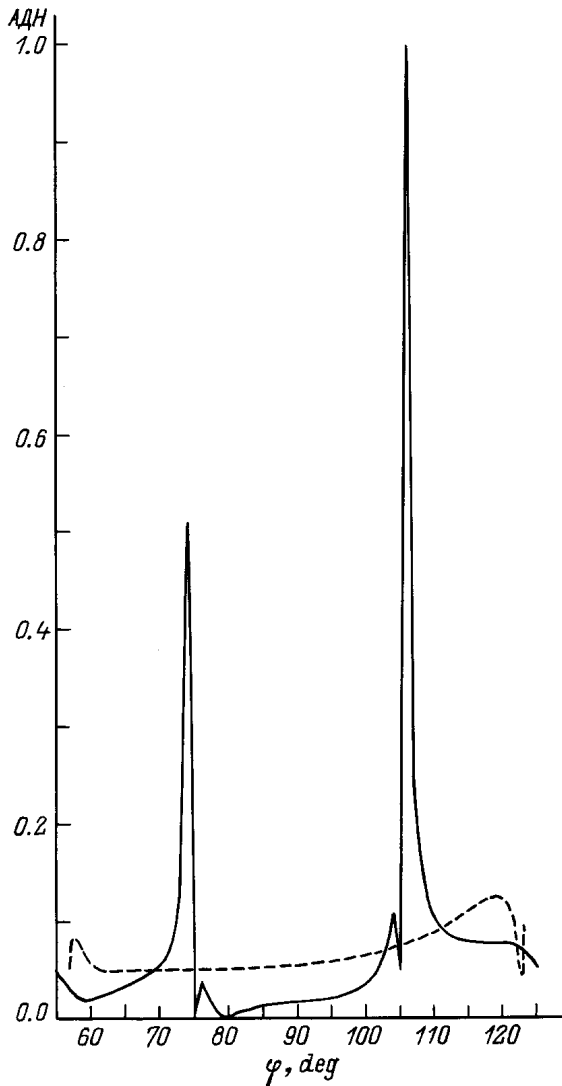


Рис. 4. То же, что и на рис. 2, но при $f = 4.8$ GHz.

($F_\nu(k_{nz}) \equiv 0$), а остальные — с учетом обратной реакции возбужденных МСВ на преобразователь ($F_\nu(k_{nz}) \neq 0$). Нормировка диаграмм направленности производилась для каждого семейства кривых на свой максимум АДН, соответствующий решению самосогласованной задачи.

С понижением частоты ширина диаграмм направленности увеличивается, что связано с расширением сектора полярных углов φ , в пределах которого существуют поверхностные магнитостатические волны. В отличие от случая равномерного распределения тока по длине преобразователя [4] неравномерное распределение приводит к асимметрии диаграмм относительно направления $\varphi = 90^\circ$ (оси y) даже при сравнительно небольшой длине преобразователя ($L = 4$ mm). Преимущественное направление распространения волн смещается в сторону больших (90°) полярных углов точек наблюдения.

На верхних и средних частотах области существования поверхностных МСВ (в рассматриваемом случае от

4738 до 5334 MHz) форма диаграмм направленности, рассчитанных в приближении заданного поля и с учетом обратной реакции возбужденных волн (рис. 2, 3), отличается незначительно и определяется, как и отмечено в работе [4], угловой зависимостью групповой скорости. Однако приближение заданного поля дает на средних частотах завышенный результат для амплитуды намагниченности в дальней зоне преобразователя (особенно при $\varphi \approx 90^\circ$), что может приводить к превышению излучаемой преобразователем мощности над подводимой к нему и, следовательно, к нарушению закона сохранения энергии. На нижних частотах диапазона (рис. 4) появляются два симметричных относительно оси y ($\varphi = 90^\circ$) направления преимущественного излучения волн. Это — известный [4] эффект раздвоения в дальней зоне волнового пучка поверхностных МСВ. Однако в отличие от приближения заданного поля [4] диаграммы направленности для каждого из этих направлений оказываются значительно более узкими, а максимумы — смещенными на несколько градусов от границ к середине сектора углов, в котором возможно распространение

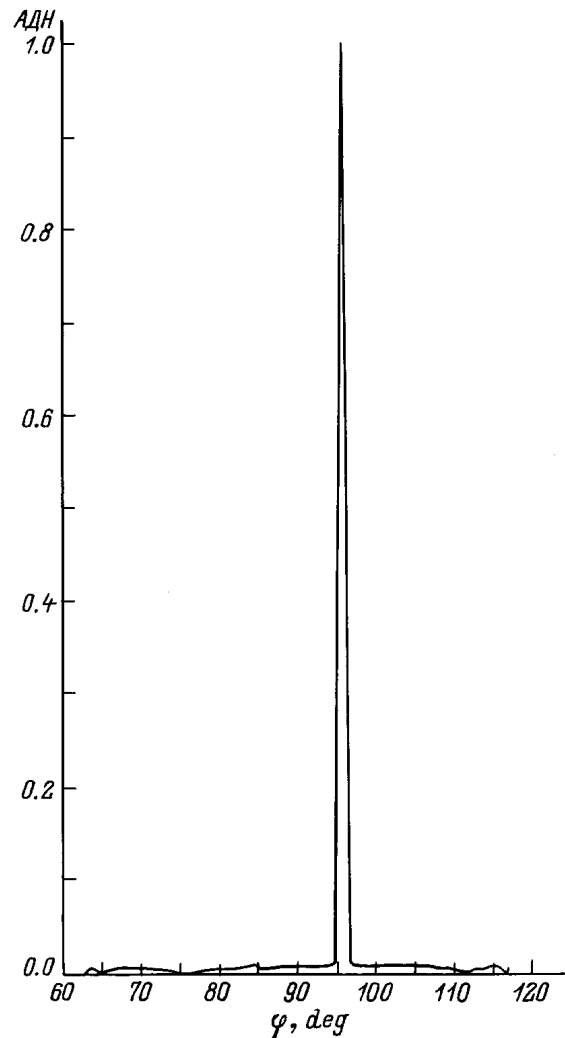


Рис. 5. То же, что и на рис. 2, но при $f = 4.91$ GHz.

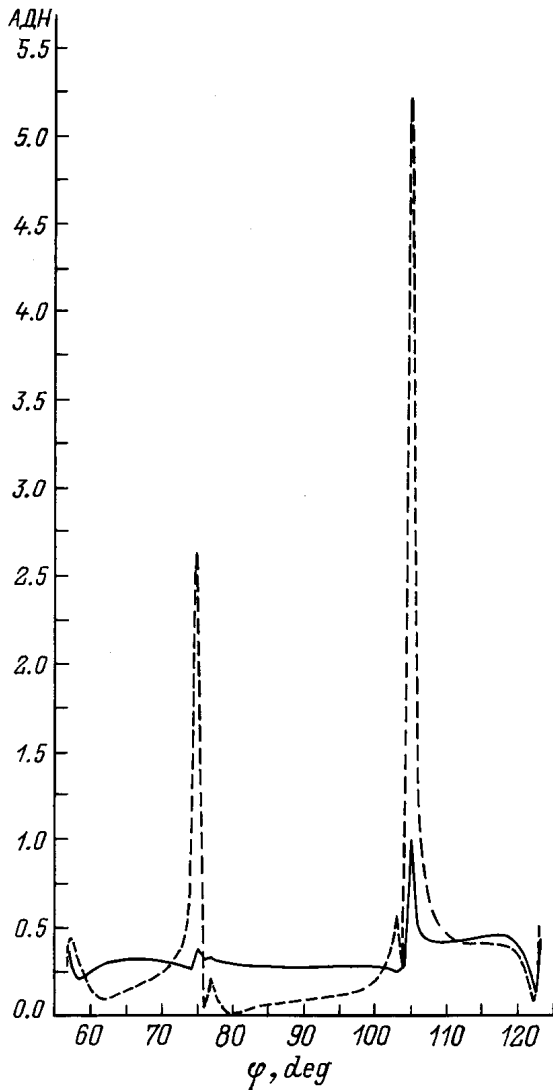


Рис. 6. То же, что и на рис. 2, но при $f = 4.8$ GHz. Ширина полоски, μm : сплошная кривая — 1, пунктир — 100.

поверхностных волн. Отметим, что именно такие острые диаграммы направленности наблюдаются в экспериментах [10, рис.13.20]. Угловое положение максимумов диаграммы направленности в самосогласованной задаче определяется, как следует из (16), (17), условием фазового синхронизма

$$\gamma = \pm k_{nz}, \quad (18)$$

соответствующим равенству фазовой скорости электромагнитной волны в линии передачи, образующей преобразователь, и составляющей фазовой скорости магнитостатической волны вдоль оси z . Магнитостатические волны, удовлетворяющие условию (18), наиболее эффективно взаимодействуют с преобразователем и имеют в пучке наибольшую амплитуду. В силу симметрии дисперсионных характеристик МСВ угловое положение указанных максимумов также симметрично относительно направления $\varphi = 90^\circ$, но уровень АДН в них

различный из-за неравномерности распределения поля вдоль преобразователя. В узкой полосе частот (порядка 10–15 MHz) это различие приводит к относительному подавлению одного из максимумов при $\varphi < 90^\circ$ и преобразователь становится "сверхнаправленной" антенной с шириной диаграммы направленности менее 1° по уровню 0.707, излучающей волновой пучок только в направлении $\varphi > 90^\circ$ (рис. 5).

На средних и верхних частотах диапазона существования поверхностных МСВ условию фазового синхронизма (18) удовлетворяют лишь волны с большими значениями компонент волновых векторов k_{nz} , для которых интеграл возбуждения (8) мал. Имея малую амплитуду, эти волны не оказывают влияния на формирование диаграмм направленности (рис. 3, 4).

Конечные поперечные размеры преобразователя не учитывались в ранее рассматривавшихся моделях [1–6], однако они сказываются на диаграмме направленности. Так, на верхних и средних частотах области существования поверхностных МСВ изменение ширины полоски приводит к изменению углового положения минимумов АДН, особенно вблизи главного максимума, форма которого при этом меняется незначительно. На нижних же частотах, где угловое положение максимумов АДН определяется условием фазового синхронизма (18), уширение полоски приводит к увеличению пространственной области взаимодействия электромагнитной и магнитостатической волн, следствием чего является относительное увеличение указанных максимумов (рис. 6).

Заключение

В работе доказана принципиальная необходимость решения задач о возбуждении пучков магнитостатических волн в ферритовых пленках в самосогласованной постановке. Получено общее аналитическое решение самосогласованной задачи для преобразователя произвольного типа, которое справедливо в электродинамическом, магнитостатическом, диполь-обменном приближении для произвольного направления намагничивающего поля и любых волноводных структур, в частности содержащих диэлектрические слои, многослойные ферритовые пленки, металлические экраны. Показано, что на средних и верхних частотах области существования поверхностных МСВ диаграмма направленности преобразователя оказывается асимметричной относительно направления, перпендикулярного продольной оси преобразователя, даже при намагничивании ферритовой пленки вдоль этой оси. На нижних частотах форма диаграммы направленности определяется фазовым синхронизмом возбужденных магнитостатических волн и электромагнитной волны в линии передачи, образующей преобразователь, а уровень максимумов диаграммы существенно зависит от поперечных размеров преобразователя.

Приложение

Ядро интегрального уравнения (6) имеет вид

$$K(k_{nz}, k'_{nz}) = \frac{[b(k_{nz}) + h(k_{nz})]\Gamma \exp(-2i\gamma L)}{1 + a\Gamma \exp(-2i\gamma L)} \\ \times H(k'_{nz}) - P(k_{nz}, k'_{nz}) - S(k_{nz}, k'_{nz}),$$

где

$$H(k'_{nz}) = F_\nu(k'_{nz}) \frac{\exp[iL(\gamma - k'_{nz})] - 1}{\gamma - k'_{nz}},$$

$$P(k_{nz}, k'_{nz}) = \frac{F_\nu(k'_{nz})}{i(\gamma - k'_{nz})} \left\{ \frac{\exp[iL(k_{nz} - k'_{nz})] - 1}{k_{nz} - k'_{nz}} - \frac{\exp[iL(k_{nz} - \gamma)] - 1}{k_{nz} - \gamma} \right\},$$

$$S(k_{nz}, k'_{nz}) = \frac{F_\nu(k'_{nz})}{i(\gamma + k'_{nz})} \left\{ \frac{\exp[iL(k_{nz} - k'_{nz})] - 1}{k_{nz} - k'_{nz}} - \frac{\exp[iL(k_{nz} - k'_{nz})] - \exp[iL(k'_{nz} + \gamma)]}{k_{nz} + \gamma} \right\},$$

$$b(k_{nz}) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(k_{nz}, k'_{nz}) \frac{\exp[iL(k'_{nz} + \gamma)] - 1}{i(k'_{nz} + \gamma)} dk'_{nz},$$

$$d(k_{nz}) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(k_{nz}, k'_{nz}) \frac{\exp[iL(k'_{nz} - \gamma)] - 1}{i(k'_{nz} - \gamma)} dk'_{nz},$$

$$f(k_{nz}) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(k_{nz}, k'_{nz}) \frac{\exp[iL(k'_{nz} - \gamma)] - 1}{i(k'_{nz} - \gamma)} dk'_{nz},$$

$$h(k_{nz}) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(k_{nz}, k'_{nz}) \frac{\exp[iL(k'_{nz} + \gamma)] - 1}{i(k'_{nz} + \gamma)} dk'_{nz},$$

$$a = \int_{-\infty}^{+\infty} H(k'_{nz}) \frac{\exp[iL(k'_{nz} + \gamma)] - 1}{i(k'_{nz} + \gamma)} dk'_{nz},$$

$$g = \int_{-\infty}^{+\infty} H(k'_{nz}) \frac{\exp[iL(k'_{nz} - \gamma)] - 1}{i(k'_{nz} - \gamma)} dk'_{nz}.$$

- [6] *Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А.* // РИЭ. 1987. Т. 32. № 6. С. 1176–1183.
 [7] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
 [8] *Загрядский С.В.* // Радиотехника. 1991. № 3. С. 29–30.
 [9] *Загрядский С.В.* // Радиотехника. 1990. № 6. С. 31–35.
 [10] *Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П.* Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Изд-во Саратовского университета, 1993. 311 с.

Список литературы

- [1] *Гольдберг Л.Б., Пензяков В.В.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 6. С. 1049–1058.
 [2] *Гольдберг Л.Б.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 10. С. 1893–1901.
 [3] *Власкин С.В., Новиков Г.М.* // Изв. вузов. Физика. 1989. № 4. С. 32–48.
 [4] *Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Шахназарян Д.Г.* // Изв. вузов. Физика. 1988. № 11. С. 67–75.
 [5] *Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А.* // РИЭ. 1986. Т. 31. № 4. С. 838–840.