

01;10

Численный анализ и синтез электронно-оптических систем сложной структуры. II

© С.К. Демин, С.И. Сафронов, Р.П. Тарасов

Научно-исследовательский институт импульсной техники,
115304 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 25 июня 1996 г. В окончательной редакции 25 декабря 1997 г.)

Рассмотрен численный анализ и синтез электронно-оптических существенно трехмерных систем сложной структуры.

Введение

При рассмотрении численного синтеза электронно-оптических систем (ЭОС) сложной структуры в предыдущей работе [1] основное внимание было уделено моделированию систем, электроды которых образуют поверхность S , либо обладающую конечной группой симметрий, либо допускающую дополнение до поверхности $S_1 \supset S$ с конечной группой симметрий. В этом случае численное решение соответствующего граничного интегрального уравнения на поверхности S с достаточной точностью может быть получено на основе методов раздела 3 в работе [1]. Вместе с тем многосвязная граничная поверхность S в целом может не обладать конечной группой симметрий либо обладать такой группой, но малого порядка, однако ее составляющие, соответствующие отдельным каскадам ЭОС, могут описываться группами симметрий высокого порядка. Последнее особенно важно при моделировании конкретных электронно-лучевых приборов, так как в силу вида конструкции либо для определения технологических допусков при сборке симметрии системы в целом (если такая имела место) может быть нарушена.

Область приложения методов [1], учитывающих в явном виде симметрию граничной поверхности, может быть существенно расширена на основе их совместного использования с итерационными алгоритмами. Действительно, пусть граничная поверхность S исходной краевой задачи несимметрична, однако допускает представление в виде

$$S = \bigcup_{i=1}^M S_i; \quad S_i \cap S_j = \emptyset; \quad i \neq j; \quad i, j = 1, 2, \dots, M,$$

где некоторые из S_i либо обладают конечной группой симметрии, либо допускают дополнение до симметричных элементов S'_i .

Если каждый элемент границы S_i , $i = 1, 2, \dots, M$, в этом случае рассматривать независимо от других, как отдельный элемент, находящийся во внешнем поле остальных элементов, то можно построить итерационный процесс, каждый шаг которого сводится к решению соответствующего интегрального уравнения на элементе S_i границы S . При формализации такого итерационного

процесса оказывается, что он представляется операторным аналогом матричного метода Зейделя, при этом на каждом шаге обращается операторная матрица, элементами которой являются операторы, соответствующие одному участку S_i границы S . Поскольку для обращения данных операторов можно использовать экономичные алгоритмы, описанные в [1], тот такой итерационный процесс позволяет существенно сократить объем вычислений. Кроме того, при численной реализации указанного алгоритма значительно понижается порядок обращаемых матриц, что делает численный процесс нахождения приближенного решения исходной краевой задачи более устойчивым. Естественно, что для реализации указанных соображений подходит не только матричный метод Зейделя, но и по крайней мере весь класс блочных треугольных методов.

Итерационные методы

Пусть множество граничных точек первой, второй или третьей краевой задачи для уравнения Лапласа (задача (9) в [1]) образует поверхность S вида

$$S = \bigcup_{i=1}^3 S_i, \quad S_i \cap S_j = \emptyset, \quad i \neq j, \quad (1)$$

где S_1 обладает конечной группой симметрий $\{\tau_k\}$, $k = 1, 2, \dots, N_1$ порядка N_1 , а составляющие S_2 и S_3 поверхности S несимметричны, однако существует такая поверхность \bar{S}_2 : $S_2 \subset \bar{S}_2$ с конечной группой симметрии $\{\bar{\tau}_k\}$, $k = 1, 2, \dots, N_2$ порядка N_2 , что площадь S_2 больше площади $\bar{S}_2 \setminus S_2$. Тогда граничное интегральное уравнение (уравнение (10) в [1]), соответствующее исходной краевой задаче с граничной поверхностью S вида (1), можно представить в виде

$$\sum_{j=1}^3 A_{ij} \rho_j(x) = \varphi_i(x), \quad x \in S_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где

$$[A_{ij}u](x) = \chi_{S_i}(x) \int A(x, x_1) u(x_1) d\mu(x_1), \\ x \in S_j, \quad x \in S_i.$$

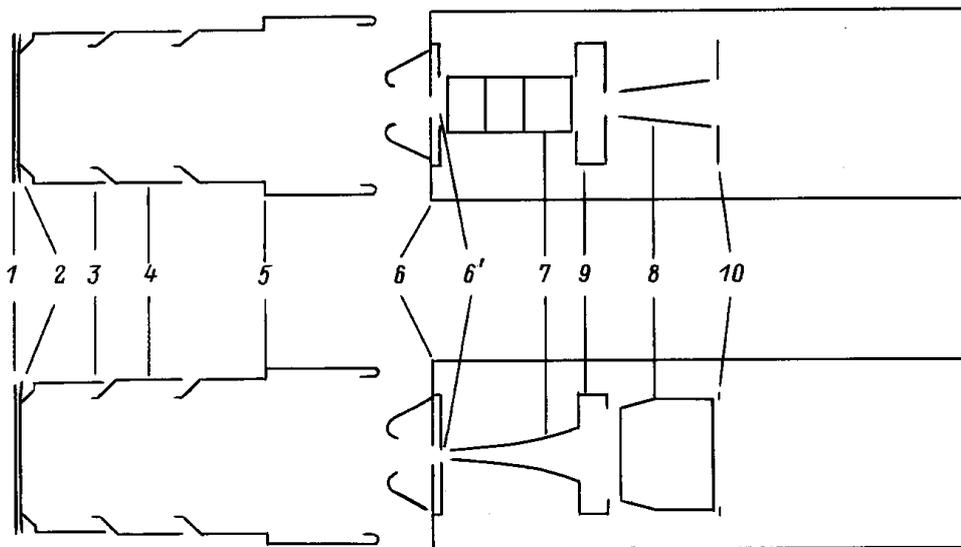


Рис. 1.

Нетрудно показать, что оператор $l(S_1)$, являющийся сужением граничного оператора l исходной краевой задачи на поверхность S_1 : $l(S) \rightarrow l(S_1)$, инвариантен к преобразованиям из группы $\{\tau_k\}$

$$T_k^{-1}l(S_1)T_k = l(S_1), \quad T_k u(x) = u(\tau_k^{-1}x),$$

$$\forall \tau_k \in \{\tau_k\}, \quad k = 1, 2, \dots, N_1. \quad (3)$$

Кроме того, оператор $l(S_2)$, являющийся сужением граничного оператора l на поверхность S_2 : $l(S) \rightarrow l(S_2)$, может быть продолжен на поверхность \bar{S}_2 : $l(S) \rightarrow l(\bar{S}_2)$, так что

$$\bar{T}_k^{-1}l(\bar{S}_2)\bar{T}_k = l(\bar{S}_2), \quad \bar{T}_k u(x) = u(\bar{\tau}_k^{-1}x),$$

$$\forall \bar{\tau}_k \in \{\bar{\tau}_k\}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Для численного решения (2) будем использовать итерационный процесс, реализующий один из матричных треугольных итерационных методов

$$(D + \omega \hat{L}) \frac{u_{k+1} - u_k}{\omega} + Au_k = f, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где D и \hat{L} — операторы из разложения $A = \|A_{ij}\|$ на сумму диагональной, нижней и верхней треугольных матриц $A = D + \hat{L} + U$, т.е. для (2) имеем

$$A_{11}u_1^{(n+1)} = (1 - \omega)A_{11}u_1^{(n)} + \omega[\varphi_1 - A_{12}u_2^{(n)} - A_{13}u_3^{(n)}],$$

$$A_{22}u_2^{(n+1)} = (1 - \omega)A_{22}u_2^{(n)} + \omega[\varphi_2 - A_{21}u_1^{(n+1)} - A_{23}u_3^{(n)}],$$

$$A_{33}u_3^{(n+1)} = (1 - \omega)A_{33}u_3^{(n)} + \omega[\varphi_3 - A_{31}u_1^{(n+1)} - A_{32}u_2^{(n)}]. \quad (3)$$

Из (3) следует, что $T_k^{-1}A_{11}T_k = A_{11}$, $k = 1, 2, \dots, N_1$, т.е. для численного решения первого из уравнений (5)

на каждом шаге итераций можно использовать экономичные алгоритмы раздела 3 в работах [1]. В свою очередь соотношения (4) означают, что для эффективного численного решения второго из уравнений (5) на каждой итерации можно использовать метод редукции, т.е. обратный оператор к $A_{22}(S_2)$ строится на основе обратного оператора к $\bar{A}_{22}(\bar{S}_2)$, являющегося продолжением оператора A_{22} на поверхность \bar{S}_2 .

Таким образом, использование матричных треугольных итерационных методов позволяет учитывать симметрию составляющих несимметричной в целом поверхности S , при этом представление S в виде симметричных или дополняемых до симметричных элементов границы в свою очередь служит алгоритмом построения оператора $B = D + \omega \hat{L}$ искомого итерационного процесса. Достаточные условия сходимости треугольных методов известны. Кроме этого, известно, что итерационные методы данного класса обладают достаточно высокой скоростью сходимости, а их основной недостаток связан с необходимостью обращения диагональной матрицы D , размер которой для сеточной задачи может быть большим. Вместе с тем если D обладает некоторой симметрией, то для построения D^{-1} можно использовать экономичные методы [1]. Это позволяет значительно снизить машинные затраты как на организацию итерационного процесса, так и на получение приближенного решения в целом. В свою очередь уменьшение размера обращаемых матриц делает процесс нахождения приближенного решения в вычислительном плане более устойчивым, что особенно важно при численном решении краевых задач со сложной границей. И последнее: так как на каждом шаге итерационного процесса обращается интегральный оператор, связанный с отдельным элементом S_i поверхности S с определенной группой симметрии, то подключение к программе, реализующей указанную симметрию, модулей, отвечающих симметрии другого типа, не вызывает особых сложностей.

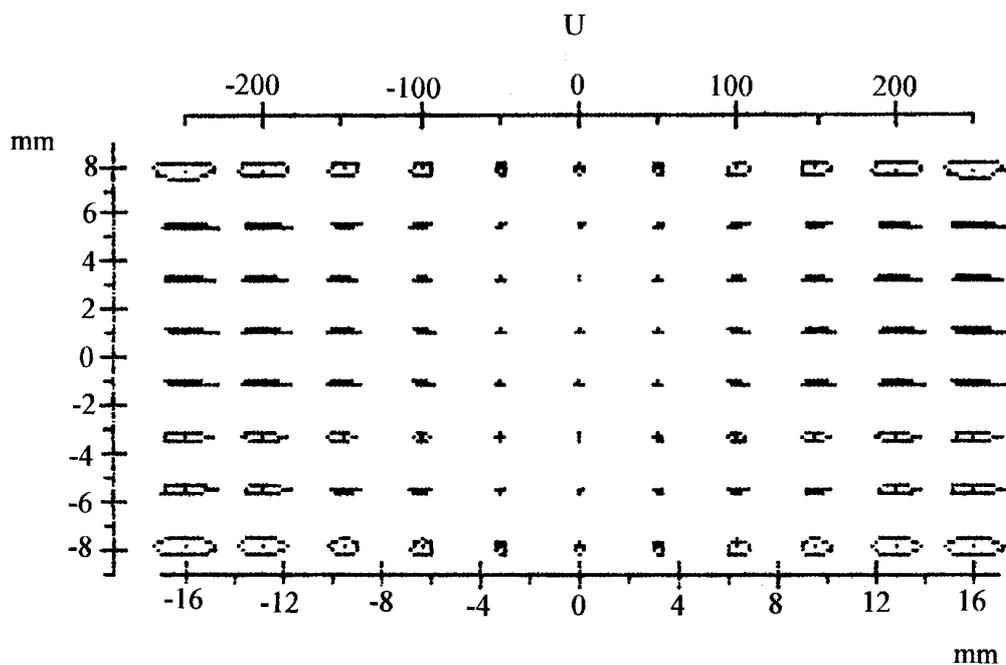


Рис. 2.

Моделирование конкретных ЭОС

Математическая модель, описанная в [1] и настоящей работе, была реализована в виде пакета программ, позволяющего проводить моделирование, а на основе этого численный анализ и синтез трехмерных ЭОС сложной конфигурации. Так, на рис.1 показаны проекции реальной конструкции электронно-оптического преобразователя изображения на две ортогональные плоскости YOZ и XOZ , проходящие через ось прибора OZ . Данный прибор состоит из фото катода (диск 1), сетки, моделируемой как прозрачный электрод (диск 2), ускоряющего 3, промежуточного 4 и фокусирующего 5 электродов, представляющих собой поверхности вращения, образующие которых являются кусочно-гладкими кривыми, состоящими из отрезков прямых и дуг окружностей. Анодная камера 6 имеет довольно сложную конфигурацию, включающую в себя кроме двух круговых отверстий прямоугольную щель 6'. Внутри анодной камеры расположены две пары пластин: отклоняющие 7 и калибровочные 8. Отклоняющая пластина состоит из трех прямоугольных участков, расположенных под заданными углами относительно друг друга. Калибровочная пластина разбивается на два участка: прямоугольный и трапецевидный (они так же могут быть расположены под заданными углами). Внутри анодной камеры расположены также две диафрагмы 9 и 10. Диафрагма 9 представляет собой цилиндр с прямоугольными щелями в днищах. Диафрагма 10 — это диск с прямоугольной щелью. Перечисленные элементы ЭОП могут быть произвольным образом сориентированы в пространстве, что допускает разработанная программа моделирования ЭОП. В

частности, проводилось численное моделирование ЭОС с наклонным и смещенным относительно оси прибора фото катодом (конструктивные требования), изучалось с целью определения допусков при сборке влияние смещения отклоняющих пластин 7 и 8 относительно оси прибора по отдельности и совместно и т.д. Как показали вычислительные эксперименты и их сравнение с данными реальных экспериментов, хорошая точность расчетов достигается при порядке дискретизации данной модели ЭОП равным 5000 и более, т.е. исходная задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений размера $[5000 \times 5000]$ и выше. Моделирование прибора может проводиться как при заданных значениях потенциалов на электродах ЭОП, так и путем расчета функций влияния на основе принципа суперпозиции с последующим подбором конкретного распределения потенциалов, удовлетворяющего заданным требованиям. Расчет электростатического поля прибора также производится в двух режимах. Если требуется определить небольшое число траекторий движения электронов (порядка нескольких десятков), то экономичнее рассчитывать поле прибора только вдоль траекторий движения электронов. В противном случае строится пространственная сетка, в узлах которой вычисляются искомые значения потенциала [1]. Последнее при соответствующей аппроксимации позволяет экономично определять поле прибора в любой точке рабочей области. При таком подходе затраты на расчет отдельной траектории минимальны, что позволяет при необходимости определять сотни и тысячи траекторий движения электронов.

Описанная математическая модель ЭОП и ее программная реализация позволяют определять с достаточ-

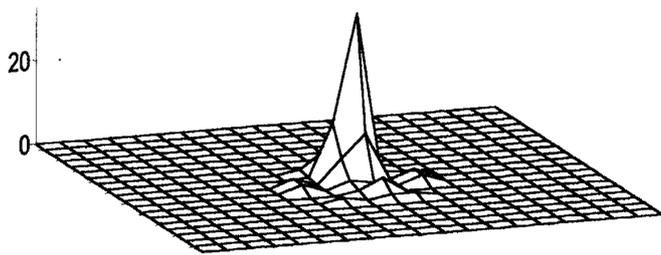


Рис. 3.

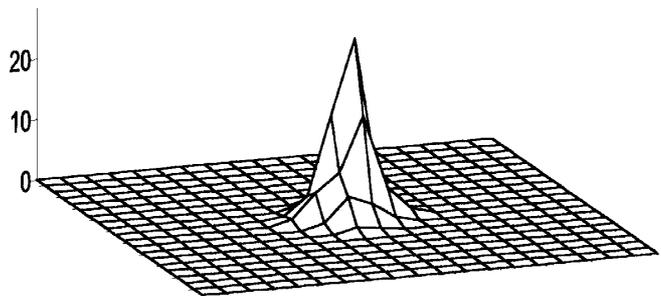


Рис. 4.

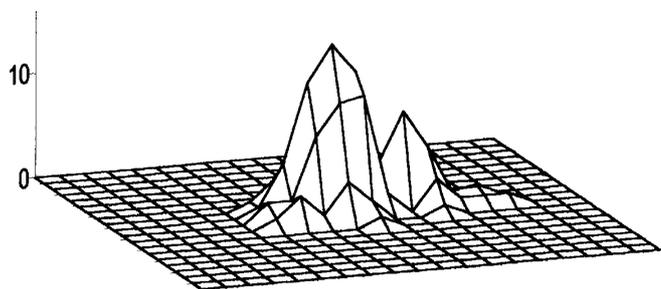


Рис. 5.

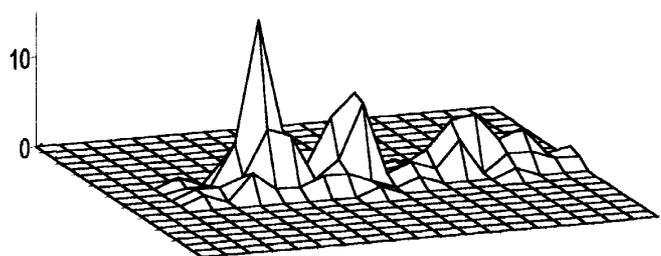


Рис. 6.

В качестве примера на рис. 3 приведена функция рассеяния от точечного источника (импульсная характеристика системы, то есть отклик системы на импульсную функцию) с координатами (в миллиметрах) $Y = 5$ и $X = 0$ при потенциале на отклоняющей системе 7, равным потенциалу $u_0 = 15 \text{ kV}$ анодной камеры 6. Для этих же значений потенциала на рис. 4 приведена функция рассеяния от точечного источника с координатами $Y = 0$ и $X = 0$. В свою очередь на рис. 5–6 приведены функции рассеяния от этого же точечного источника, но при потенциалах на пластинах отклоняющей системы 7 соответственно равными (в В) $u = u_0 \pm 50$ и $u = u_0 \pm 100$, где u_0 — потенциал анодной камеры 6.

Список литературы

- [1] Демин С.К., Сафронов С.И., Тарасов Р.П. Численный анализ и синтез электронно-оптических систем сложной структуры. I // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 2. С. 97–103.

ной точностью различные физические характеристики прибора. Так, на рис. 2 представлены (увеличенно) эллипсы рассеяния пучков электронов из точечных источников, расположенных на одной линии. Такой численный расчет позволяет при различных значениях потенциалов на отклоняющих пластинах определить не только коэффициент увеличения, но и такие характеристики модели, как пространственное разрешение, дисторсию, хроматическую абберацию и, если необходимо, влияние несимметричности элементов.