

0.1;0.3

Структура и параметры ударного слоя, образующегося при взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с встречным гиперзвуковым потоком в переходном режиме

© Н.Ю. Быков, Г.А. Лукьянов

Институт высокопроизводительных вычислений и баз данных,
194291 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 февраля 1997 г.)

Методом молекулярной динамики (схема Берда) проведено математическое моделирование плоской сильно недорасширенной сверхзвуковой струи со встречным гиперзвуковым потоком разреженного газа. Основное внимание уделено структуре и параметрам ударного слоя вблизи плоскости симметрии. Представлены результаты расчетов для течений одноатомного газа, моделирующего аргон, при числе Маха внешнего потока $M_\infty = 5.48$, числе Маха на срезе сопла $M_a = 1$, отношении плотности на срезе сопла к плотности невозмущенного потока равном 130 и равных значениях температур торможения внешнего потока и струи. Рассмотрена эволюция структуры и параметров ударного слоя при изменении характерного числа Kn_∞ от 0.02 до 0.35. Проведено сравнение полученных результатов с данными расчетов для ударного слоя при обтекании аргоном теплоизолированных цилиндров. Рассмотрены основные особенности и закономерности релаксации поступательных степеней свободы газа для внешнего и струйного потоков. Приведены данные о виде функции распределения по скоростям и ее эволюции при движении газа через ударные слои.

При истечении сильно недорасширенной сверхзвуковой струи навстречу равномерному гиперзвуковому потоку возникает течение, схема которого приведена на рис. 1. В рамках модели сплошной среды при описании течения газа постоянного состава на основе уравнений Навье–Стокса в число определяющих параметров для данного типа течений входят числа Маха M_∞ и M_a , число Рейнольдса Re_∞ , определенное по параметрам невозмущенного потока и характерному размеру течения L , число Рейнольдса Re_a , определенное по параметрам на срезе сопла и его размеру (высоте h для плоского сопла), степень нерасчетности истечения струи $n = p_a/p_\infty$ (p_a и p_∞ — давление на срезе сопла и в невозмущенном внешнем потоке) или отношение соответствующих плотностей $m = \rho_a/\rho_\infty$, температурный фактор $\tau = T_{0a}/T_{0\infty}$ (T_{0a} и $T_{0\infty}$ — температуры торможения для струйного потока на срезе сопла и невозмущенного внешнего потока), число Прандтля Pr , отношение удельных теплоемкостей γ , а также зависимости вязкости и теплопроводности от температуры.

На рис. 1, а приведена картина взаимодействия недорасширенной сверхзвуковой струи со встречным гиперзвуковым потоком при $Re_\infty \rightarrow \infty$ и $Re_a \rightarrow \infty$. При натекании сверхзвукового потока на струю, представляющую собой преграду для внешнего потока, возникает головная ударная волна 1. Внешний и струйный потоки разделяются контактной поверхностью (разделяющей линией тока) 2. Струя, истекающая из сопла высотой h , имеет характерную для недорасширенной сверхзвуковой струи ударно-волновую структуру. Перед контактной поверхностью в струе возникает центральный скачок уплотнения (маховский диск) 3. Между головной ударной волной и контактной поверхностью формируется ударный слой из газа внешнего потока толщиной Δ_1 . Между контактной поверхностью и маховским диском

образуется ударный слой из газа струи толщиной Δ_2 . Маховский диск и висячий скачок уплотнения 4 ограничивают область свободного расширения струи 5, в пределах которой параметры потока определяются исключительно параметрами газа на срезе сопла и не зависят от параметров течения в окружающем эту область пространстве. Граница струи 6 разделяет струйный поток и отрывную зону 7 сложным течением, определяемым условиями вниз по потоку. Линии тока 8 качественно иллюстрируют характер течения в ударном слое и других областях.

Внешний поток и струя имеют общую критическую точку k с одинаковым давлением торможения $p'_{0\infty} = p'_{0c} = p_{0k}$. В рассматриваемом здесь случае гиперзвукового ударного слоя для течения совершенного газа величина $p'_{0\infty}$ определяется приближенным соотношением [1]

$$p'_{0\infty} \simeq \rho_\infty u_\infty^2 (1 - 1/\varepsilon), \quad (1)$$

где $\varepsilon = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$, u_∞ — скорость невозмущенного внешнего потока.

В рассматриваемом случае истечения сильно недорасширенных струй ($n \gg 1$) число Маха перед маховским диском велико и величина p'_{0c} определяется аналогичным образом

$$p'_{0c} \simeq \rho_c u_c^2 (1 - 1/\varepsilon), \quad (2)$$

где ρ_c и u_c — плотность и скорость струйного потока перед маховским диском.

Пренебрегая толщиной ударного слоя получаем согласно (1) и (2), что равенство $p'_{0\infty} = p'_{0c}$ эквивалентно приближенному равенству

$$\rho_\infty u_\infty^2 \simeq \rho_{ck} u_{ck}^2, \quad (3)$$

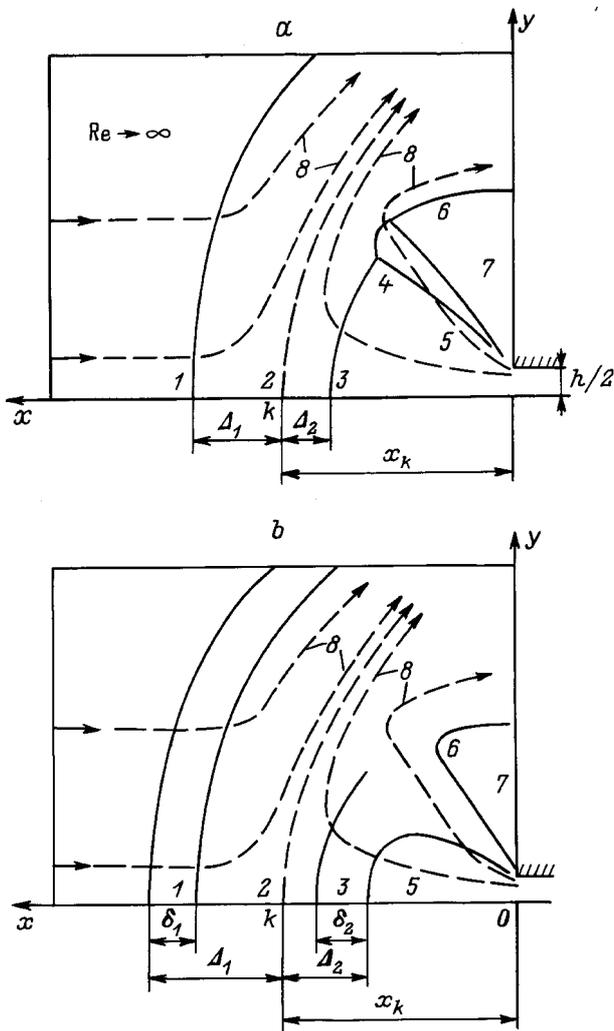


Рис. 1. Схема течения при взаимодействии сильно недорасширенной струи с встречным гиперзвуковым потоком. *a* — число $Re_\infty \rightarrow \infty$, *b* — переходный режим течения.

где ρ_{ck} и u_{ck} — плотность и скорость струйного потока в точке $x = x_k$ в плоскости симметрии свободно расширяющейся струи.

Параметры ρ_{ck} и u_{ck} можно выразить через параметры на срезе сопла. При $x_k/h \gg 1$ течение в области свободного расширения струи носит характер течения из источника с полюсом на срезе сопла, а соотношения для определения ρ_{ck} и u_{ck} имеют вид [2]

$$u_{ck} \simeq u_{cm} = \sqrt{2\gamma RT_{0a}/(\gamma - 1)}, \quad \rho_{ck}/\rho_a \simeq Bh/x_k. \quad (4)$$

Здесь u_{cm} — предельная термодинамическая скорость струйного потока, $B = B(\gamma, M_a)$. Используя (4), из равенства (3) получаем выражение для определения величины x_k/h

$$x_k/h \simeq B(u_{cm}^2/u_a^2)(\rho_a u_a^2/(\rho_\infty u_\infty^2)). \quad (5)$$

При произвольном значении M_a отношение u_{cm}^2/u_a^2 является функцией M_a и γ . При $M_a = 1$ имеем

$u_{cm}^2/u_a^2 = \varepsilon$. Таким образом, при $M_\infty \gg 1$, $n \gg 1$ и заданных значениях M_a и γ параметр $i = \rho_a u_a^2/(\rho_\infty u_\infty^2)$ является параметром подобия. В случае его применения параметр n исключается из перечня определяющих параметров. При этих условиях положение критической точки k определяется приближенным соотношением

$$x_k/(hi) \simeq B\varepsilon. \quad (6)$$

Целью данного исследования является выяснение физических особенностей формирования ударного слоя при гиперзвуковом встречном взаимодействии равномерного потока и плоской сильно недорасширенной струи в переходном (по характерному числу $Kn_\infty = \lambda_\infty/L$, где λ_∞ — длина свободного пробега в невозмущенном внешнем потоке) режиме. Основное внимание уделено изучению влияния числа Kn_∞ (или $Re_\infty = 1.25\sqrt{\gamma}M_\infty/Kn_\infty$) на структуру и параметры течения в ударном слое.

Картина течения в переходном режиме, приведенная на рис. 1, *b*, соответствует случаю, когда толщина головной ударной волны δ_1 и маховского диска δ_2 составляют часть соответствующих ударных слоев. Увеличение числа Kn_∞ приводит к утолщению ударных слоев, постепенному слиянию ударной волны со сжатым слоем и сокращению размеров области свободного расширения. Разделяющая линия тока не является границей раздела внешнего и струйного потока. Частицы внешнего потока проникают в струйный ударный слой и, наоборот, частицы струи проникают в ударный слой внешнего потока. Существенный интерес при этом представляют особенности структуры ударного слоя в целом и степень неравновесности течения в нем, определяемая эволюцией функции распределения по скоростям при движении газа в ударном слое.

По аналогии с задачей обтекания цилиндра с диаметром d естественно в качестве характерного размера рассматриваемого течения принять $L = 2x_k$. При этом характерное число Кнудсена принимает вид $Kn_\infty = \lambda_\infty/(2x_k)$.

Для исследования течения использован метод прямого статистического моделирования Монте-Карло. Для розыгрыша столкновений частиц использовались NTC-схема Берда [3]. При моделировании учитывались только упругие столкновения. Механика столкновений соответствовала VHS-модели [3], в которой сечение столкновения σ описывается формулой

$$\sigma = \pi d^2, \quad d = d_0(c_0/c)^\nu, \quad (7)$$

где d — эффективный диаметр частицы, d_0 — эффективный диаметр при относительной скорости сталкивающихся частиц $c = c_0$.

Показатель степени $\nu = \omega - 0.5$, где ω — показатель степени в зависимости динамической вязкости от температуры ($\nu = 0.25$).

В расчетах использовалась прямоугольная неравномерная сетка со сгущением в области, прилегающей

Исходные данные для вариантов расчета

№ варианта	M_∞	M_a	τ	Kn_a	Re_a	i	n	m
1	5.48	1	1	0.5	3.2	35.6	1070	130
2	5.48	1	1	0.167	9.6	35.6	1070	130
3	5.48	1	1	0.033	48.5	35.6	1070	130

к срезу сопла. Шаги сетки в различных подобластях были меньше характерной длины свободного пробега в поле течения, за исключением ячеек непосредственно прилегающих к срезу сопла, где их размер был одного порядка с λ_a (λ_a — длина свободного пробега на срезе сопла). Для первых двух расчетных вариантов (см. таблицу) число ячеек в области составляло 5400, а число моделирующих атомов превысило 150 000. В варианте 3 рассматривалось 21 600 ячеек и более 300 000 "вычислительных" частиц.

Выбор размера ячеек и числа моделирующих частиц производился с учетом специальных методических исследований. Увеличение числа ячеек вдвое при сохранении числа моделирующих частиц в пределах относительной погрешности на уровне 5% не влияло на результаты моделирования полей газодинамических параметров. Увеличение числа моделирующих частиц в m раз при сохранении числа ячеек приводило к снижению относительной статистической погрешности моделирования поля плотности примерно пропорционально \sqrt{m} . Для приводимых ниже результатов наибольшая относительная погрешность моделирования поля плотности в пределах ударных слоев не превосходит 3–5%.

На левой границе расчетной области и срезе сопла (рис. 1) состояние газа определялось максвелловскими функциями с параметрами ($v_\infty, T_\infty, v_a, T_a$), соответствующими числам M, τ и n из таблицы. На нижней границе расчетной области (плоскость симметрии) ставились условия зеркального отражения частиц. На верхней границе граничные условия соответствовали условиям на бесконечности. Частицы, достигающие правой границы области, исключались далее из расчета. Все расчеты выполнены на параллельно-векторном компьютере Convex C-3820.

В рамках метода прямого статистического моделирования безразмерные характеристики рассматриваемого течения определяются параметрами $M_\infty, M_a, Kn_a (Re_a), i$ (или n , или m), τ и моделью столкновений частиц. Своеобразие этой задачи состоит в том, что в отличие от задачи обтекания твердого тела здесь характерный размер течения (определяющий картину течения в целом) заранее неизвестен и, следовательно, не известно характерное число Kn_∞ .

Моделирование выполнено для трех вариантов исходных данных, представленных в таблице.

На рис. 2 приведены графики $v/v_\infty, n/n_\infty$ и T/T_∞ вдоль критической линии тока. Расстояние отсчитывается от среза сопла в относительных величинах $x_0 = x/x_k$, что обеспечивает совмещение точек торможения для

всех вариантов расчета. Положение критической точки $x_k/(hi)$ зависит от степени разреженности течения. Для режимов 1, 2 и 3 число $Kn_\infty = \lambda_\infty/(2x_k)$ соответствует значениям 0.35, 0.1 и 0.02 ($Re_\infty = 25, 88$ и 140). Увеличение числа Kn_∞ в этом диапазоне приводит к некоторому смещению точки торможения к соплу (для вариантов расчета 1, 2 и 3 величина $x/(hi)$ равна 1.53, 1.68, 1.87 соответственно). Вариант расчета 3 ($Kn_\infty = 0.02$) соответствует режиму течения с достаточно четко выделенной структурой ударных слоев, когда толщина ударных волн δ_1 и δ_2 существенно меньше соответствующих толщин Δ_1 и Δ_2 ударных слоев (рис. 1). Этот режим относится к переходным режимам, граничащим с континуальными режимами течения. Вариант расчета 1 ($Kn_\infty = 0.35$) соответствует режиму "полностью размазанного" ударного слоя [4], когда в ударном слое невозможно выделить структуру ударной волны. Для этого режима характерно монотонное изменение плотности вдоль координаты x . Вариант расчета 2 ($Kn_\infty = 0.1$) по степени разреженности соответствует такому переходному режиму, когда $\delta < \Delta$. Для этого

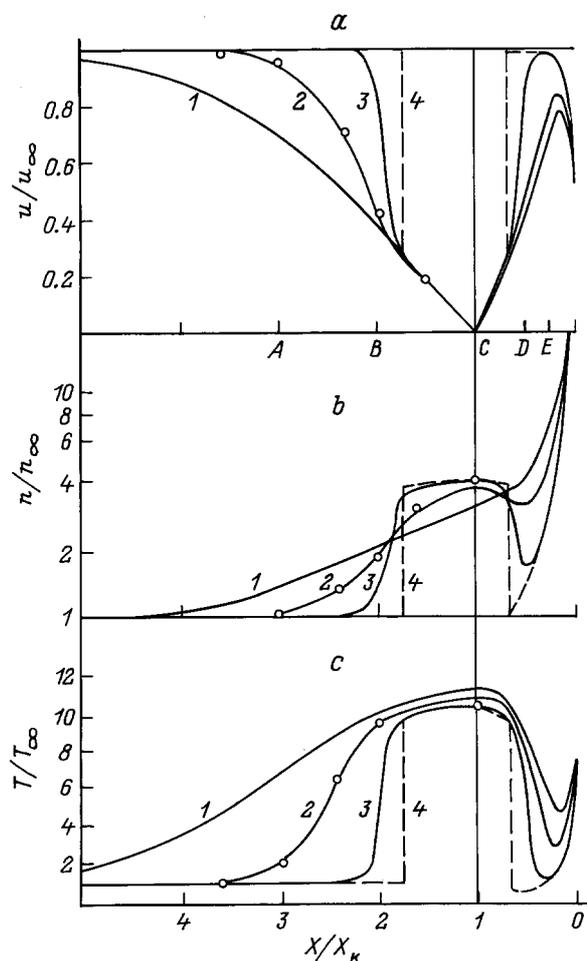


Рис. 2. Сравнение профилей u (a), n (b) и T (c) в обобщенных координатах x/x_k с аналогичными профилями при $Re_\infty \rightarrow \infty$ (4) и результатами расчета обтекания теплоизолированного цилиндра. 1–3 — варианты расчета из таблицы; \circ — 5.

режима характерно появление первых признаков сжатия газа в ударном слое на профилях плотности.

Для профилей в ударном слое внешнего потока характерны длинные хвосты, вытянутые вверх по потоку и типичные для сильных ударных волн. Расширение струйного ударного слоя в сторону сопла ограничено ростом плотности струйного потока. Поэтому с увеличением числа Kn_∞ величина Δ_1 растет существенно быстрее, чем величина Δ_2 .

Штриховая линия 4 на рис. 2 соответствует профилям параметров в сжатых слоях при $Kn_\infty \rightarrow 0$, полученным из соотношений Ренкина–Гюгонио. Профили скорости в окрестности точки торможения ($u < 1.4\sqrt{2RT_\infty}$) являются практически линейными и совпадают для всех вариантов расчета. Расширение струйного ударного слоя приводит к сильному сокращению области свободного расширения струи и изменению максимального значения скорости (числа Маха) в струйном потоке. При $Kn_\infty = 0.02$ величина сжатия n/n_∞ и нагрева T/T_∞ газа в ударном слое для внешнего потока практически достигают значений, соответствующих $Kn_\infty \rightarrow 0$. В струйном ударном слое величины сжатия и нагрева заметно меньше значений, получаемых из соотношений Ренкина–Гюгонио, что объясняется градиентным характером струйного течения. С увеличением числа Kn_∞ сжатие в ударном слое внешнего потока уменьшается, а нагрев увеличивается.

Существенный интерес представляет сравнение представленных на рис. 2 результатов расчетов с аналогичными расчетами для случая обтекания аргоном теплоизолированного цилиндра в переходном режиме. Такие расчеты выполнены в работе [5] методом прямого статистического моделирования.

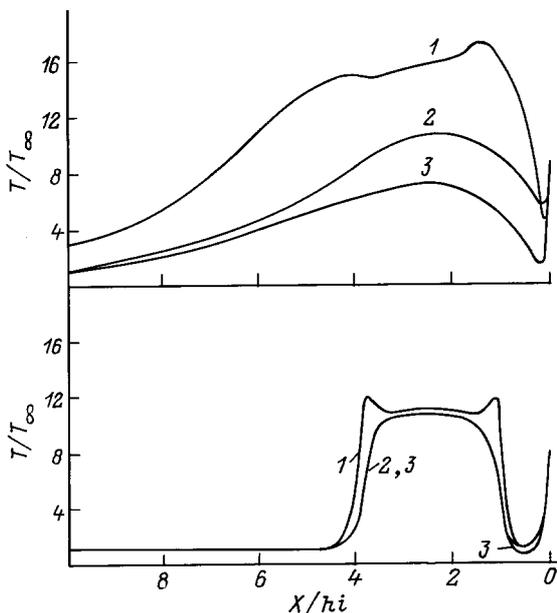


Рис. 3. Профили компонент кинетической температуры T_x (1), T_z (2) и T_y (3) на линии торможения. *a* — вариант 1, *b* — вариант 3.

Сравнение показало, что имеет место достаточно хорошее согласие между результатами расчетов профилей u , n и T в ударном слое внешнего потока практически до точки торможения при всех рассмотренных числах Kn_∞ ($Kn_\infty = \lambda_\infty/(2x_k) = \lambda_\infty/d$). На рис. 2 приведены результаты расчетов [5] для обтекания теплоизолированного цилиндра при $Kn_\infty = 0.1$. Некоторое различие в величинах n/n_∞ и T/T_∞ наблюдается только в окрестности точки торможения.

Течение в ударном слое носит существенно неравновесный характер. Степень неравновесности по поступательным степеням свободы иллюстрируется данными о профилях компонент кинетической температуры T_x , T_y и T_z ($T = (T_x + T_y + T_z)/3$) для вариантов расчета, соответствующих $Kn_\infty = 0.35$ и 0.02 и приведенных на рис. 3, *a* и *b* соответственно. При $Kn_\infty = 0.35$ степень неравновесности весьма велика, охватывает весь сжатый слой и распространяется далеко вверх по внешнему и струйному потоку. Физической причиной поступательной неравновесности в ударном слое является малая частота столкновений частиц при торможении газа. В процессе торможения и преобразования кинетической энергии направленного массового движения в кинетическую энергию теплового движения молекул более эффективной оказывается передача энергии в продольную (относительно линии тока) поступательную степень свободы. Ввиду плоской геометрии течения $T_z > T_y$, поскольку $\partial T/\partial z = 0$, а $\partial T/\partial y < 0$ и от линии торможения в направлении оси y имеет место отток тепла. Следует отметить, что в работе [5] получен противоположный результат: $T_z < T_y$ (при относительно небольшом различии в величине T_z и T_y). По нашему мнению, этот результат работы [5] является ошибочным.

Степень неравновесности во внешнем потоке вдоль линии торможения изменяется немонотонным образом. Величины отношений T_x/T_y и T_x/T_z изменяются от единицы в невозмущенном потоке до некоторой максимальной величины в передней части ударного слоя, а затем уменьшаются с приближением к точке торможения. При $Kn_\infty = 0.35$ максимум отношений T_x/T_y и T_x/T_z равен примерно трем и достигается при $x/(hi) \simeq 10$. В окрестности точки торможения $T_x/T_y \simeq 2.3$, $T_x/T_z \simeq 1.5$.

В пределах области свободного расширения, прилегающей к срезу сопла, характер поступательной неравновесности имеет иную физическую природу. Нарушение равновесия между различными поступательными степенями свободы (и соответствующее различие между T_x , T_y и T_z) возникает вследствие уменьшения частоты столкновений частиц в процессе сверхзвукового расширения и разгона газа [2,3]. При этом происходит "замораживание" продольной температуры T_x . Как показывают расчеты [2,3], при осесимметричном расширении значение температуры, соответствующее распределению тепловых скоростей в направлении, перпендикулярном массовому движению, оказывается близким к равновесному. Основной причиной уменьшения этой компоненты температуры вниз по течению в условиях, когда столкновения частиц

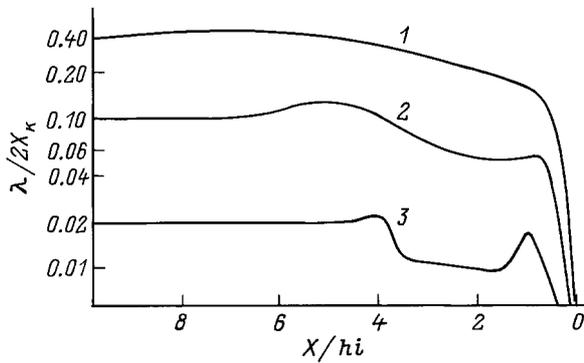


Рис. 4. Изменение средней длины свободного пробега λ вдоль линии торможения. 1–3 — номера вариантов расчета.

редки, является геометрический фактор расширения потока [2]. В плоской струе фактор расширения действует только в отношении T_y , компонента T_z в области редких столкновений "замораживается", причем минимальное значение T_z оказывается несколько большим минимума T_x (рис. 3). Степень неравновесности в области свободного расширения струи монотонно возрастает вниз по потоку.

Таким образом, в струйном ударном слое развитие поступательной неравновесности происходит существенно иначе, чем в ударном слое внешнего потока. На передний фронт струйного ударного слоя натекает газ с той или иной степенью поступательной неравновесности, определяемой условиями свободного струйного расширения. В струйном ударном слое начинается торможение газа и быстрый и опережающий (относительно T_y и T_z) рост T_x . В пределах относительно узкой передней зоны механизм поступательной релаксации, присущий сверхзвуковому свободно расширяющемуся течению, сменяется механизмом релаксации, присущим торможению газа в ударном слое. Наличие пика T_x для всех вариантов расчета является типичным для сильных ударных волн [3,5]. Для варианта расчета 3 ($Kn_\infty = 0.02$) отклонения от равновесия наблюдаются практически только в зонах, занимаемых ударными волнами.

На рис. 4 приведены данные об изменении средней длины свободного пробега λ вдоль линии торможения. При $Kn_\infty = 0.02$ сжатие газа в ударном слое соответствует уменьшению λ примерно в два раза. С ростом Kn_∞ диапазон изменения λ в пределах ударного слоя уменьшается.

Данные, приведенные на рис. 5, дают представление о характере эволюции функции распределения частиц по скоростям $f(v_x)$ при движении газа через ударные слои вдоль линии торможения. Для вариантов расчета 1–3 на рис. 5, а–с приведены сглаженные значения в точках А, В, С, D и E (рис. 2) с координатами $x/x_k = 3, 2, 1, 0.5$ и 0.25 соответственно. При $Kn_\infty = 0.02$ (рис. 5, а) функция распределения $f(v_x)$ в точках А и E, соответствующих невозмущенному внешнему потоку и области свободного расширения струи, является максвелловской. В точках В

и D, соответствующих приблизительно центру ударных волн, функции распределения становятся асимметричными, у них появляются довольно длинные "хвосты" частиц с продольными скоростями $v_x/u_\infty > -0.5$ для точки А и $v_x/u_\infty < 0.5$ для точки D. "Хвосты" содержат также частицы, обладающие продольными скоростями, направленными в сторону, противоположную направлению массового движения. В точке торможения С функция распределения близка к максвелловской.

При $Kn_\infty = 0.1$ (рис. 5, б) точки А и E соответствуют передней (по направлению движения газа) части ударных слоев. Отклонение $f(v_x)$ от максвелловской функции распределения относительно невелико, однако формирование "хвоста" уже началось. Точки В и D соответствуют приблизительно центру соответствующих ударных слоев. Функции распределения весьма отличны от равновес-

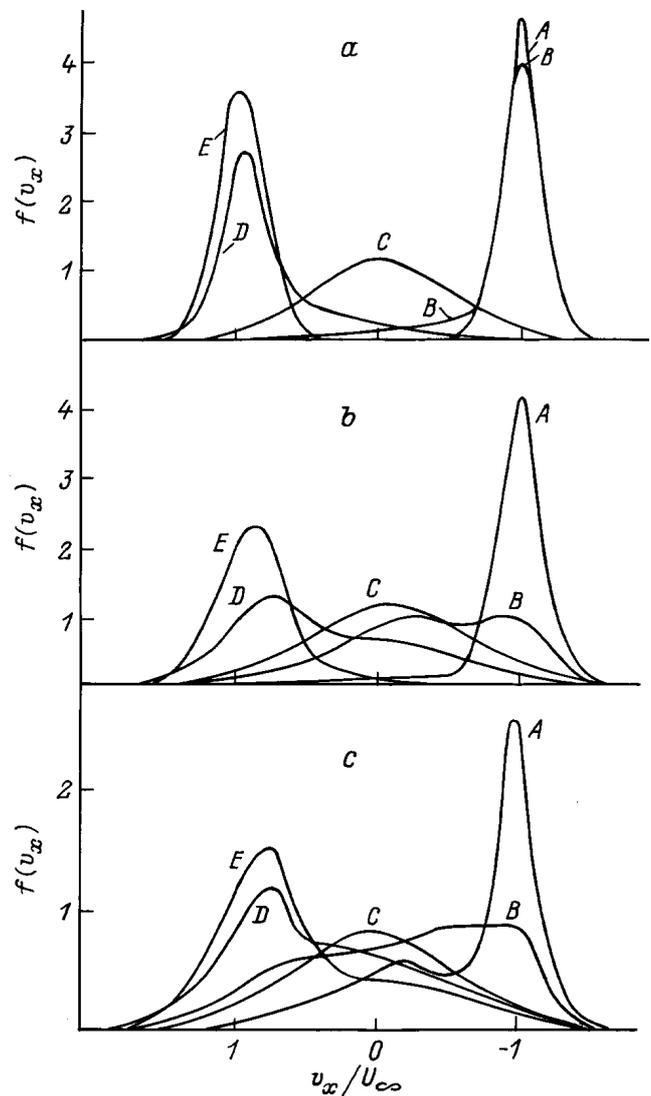


Рис. 5. Эволюция функции распределения по продольным скоростям $f(v_x)$ при движении газа через ударные слои вдоль линии торможения. а–с — варианты расчета 3, 2 и 1 соответственно; А, В, С, D, E — точки на линии торможения на рис. 2.

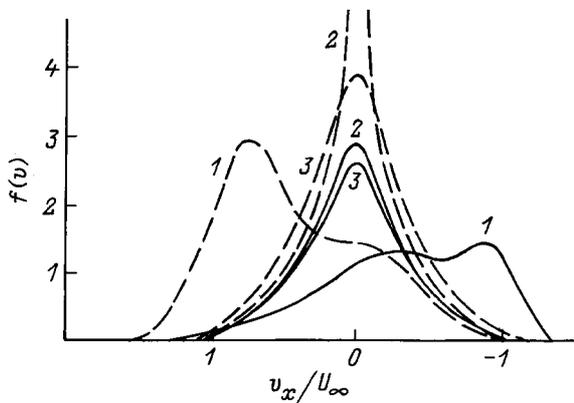


Рис. 6. Сравнение функций распределения по скоростям v_x (1), v_y (2) и v_z (3) в точках B (сплошные кривые) и D (штриховые кривые) для варианта расчета 2.

ных и носят отчетливо бимодальный характер (имеют два максимума). В точке C $f(v_x)$ имеет максвелловский вид.

При $Kn_\infty = 0.35$ точки A и E находятся внутри ударных слоев, функции распределения в этих точках существенно отличны от максвелловских, обладают мощными и длинными "хвостами" и носят бимодальный характер. В точках B и D отклонение от равновесия увеличивается, однако в точке C вид функции распределения по продольным скоростям по-прежнему квазимакселловский.

Степень анизотропии функций распределения по скоростям v_x , v_y и v_z иллюстрируется данными на рис. 6. На этом рисунке для $Kn_\infty = 0.1$ представлен вид функций распределения $f(v_x)$, $f(v_y)$ и $f(v_z)$ в точках B ($x/x_k = 2$) и D ($x/x_k = 0.5$). В отличие от явно неравновесных и асимметричных функций $f(v_x)$ функции $f(v_y)$ и $f(v_z)$ имеют квазимакселловский вид. Различие между $f(v_y)$ и $f(v_z)$ определяет различие между T_y и T_z в данных точках на линии торможения.

Список литературы

- [1] Головачев Ю.П. Численное моделирование течений вязкого газа в ударном слое. М.: Наука, 1996. 376 с.
- [2] Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, 1984. 234 с.
- [3] Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulations of Gas Flows. Oxford: Clarenton Press, 1994. P. 451.
- [4] Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: ИЛ, 1962. 607 с.
- [5] Grawford D.R., Vogenitz F.W. // Proc. 9th Intern. Symp. Rarefied Gas Dynamics. Gottingen, 1974. P. B24.