

01;03;04

Возникновение вращающегося срыва в индукционных МГД течениях

© Ю.А. Половко, Е.П. Романова, Э.А. Тропп

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 3 июня 1997 г.)

На основе предложенной двумерной математической модели обнаружена возможность возникновения нестационарного индукционного МГД течения в широких каналах или в каналах кольцевого сечения. Такое вторичное течение имеет характер вращающегося срыва, ранее известного для высоконапорных осевых компрессоров. Существующие экспериментальные данные подтверждают возможность наблюдения этого явления, которое может трактоваться как новый тип потери симметрии. Показано, что при определенных соотношениях параметров система обладает меньшим запасом устойчивости по отношению к возмущениям типа вращающегося срыва, чем к стационарным возмущениям. В частности, возможна потеря устойчивости стационарного однородного течения на нисходящем участке внешней характеристики устройства.

Введение

Потеря устойчивости однородного индукционного течения в МГД каналах и свойства возникающих вторичных течений до настоящего времени в основном изучались на основе так называемой струйной одномерной модели течения, впервые для этого использованной в [1]. Основные результаты детально изложены в [2–5]. Вместе с тем, в экспериментах по изучению структуры течения в каналах индукционных МГД машин были обнаружены поперечные скорости, приводящие к развитию винтового движения [6,7]. Как подчеркивалось в [8], причину наблюдения поперечных скоростей однозначно установить не удастся. Это связано с тем, что в проведенных экспериментах из-за конструктивных ограничений уже существует асимметрия первичного поля по азимуту (поперечной координате). Вызваны ли поперечные движения такой асимметрией или появляются в результате неустойчивости симметричной задачи — этот вопрос оставался открытым, и для ответа на него требовалось исследование устойчивости по крайней мере двумерного движения. Такая попытка, по-видимому, впервые была предпринята в [9], однако статус полученных результатов не вполне ясен, поскольку устойчивость однородного течения в этой работе изучалась лишь по отношению к узкому классу возмущений, длина волны которых равна или в целое число раз меньше длины волны внешнего бегущего поля.

Изучение свойств стационарных вторичных течений, проведенное в [4,5], показало их поразительное сходство со вторичными течениями в высоконапорных осевых компрессорах, возникающими в результате так называемого "вращающегося срыва" [10]. Это сходство касается как внешних интегральных характеристик (наличие на них протяженного горизонтального участка, работа в режиме "идеального источника давления" [5]), так и структуры течения (существование внутренних погранслоев, отделяющих "ячейку", в которой поток

имеет сильно отличающуюся от ядра течения, возможно, даже противонаправленную, скорость). Такое сходство указывает на близость свойств математических моделей этих разных физических явлений. Вместе с тем, вторичные течения в компрессорах нестационарны, имеют винтообразный характер, а образовавшаяся скоростная ячейка перемещается по ширине канала. Наблюдаемая аналогия явлений дает основание предположить, что течения такой структуры могут существовать и в индукционных МГД каналах. В настоящей работе в длинноволновом приближении на основе предложенной двумерной модели показано, что в индукционных МГД течениях действительно может наблюдаться неустойчивость типа вращающегося срыва. Проведен линейный анализ, позволяющий сделать ряд выводов о характере его возникновения в зависимости от параметров задачи. При этом изученные ранее стационарные вторичные течения также описываются использованной двумерной системой как частный случай возможных решений при определенных соотношениях параметров.

Математическая модель

Исследуется течение проводящей жидкости в индукционном МГД канале, схема которого приведена, например, в [4]. Здесь и далее символьные обозначения и направления осей координат соответствуют принятым в [4,5]. Будем использовать так называемую модель плоскопараллельного поля [11, с. 155], считая, что имеется только одна компонента магнитного поля, нормальная стенке канала,

$$\mathbf{V} = (0, 0, \tilde{\mathbf{b}}(x, y, t) \exp[i(\alpha x - \Omega t)]);$$

$$\tilde{\mathbf{b}}(x, y, t) = b_a + ib_r, \quad (1)$$

соответствующая главной моде внешнего электромагнитного поля, бегущего вдоль оси канала

$B_0 = B_m \sin(\alpha x - \Omega t)$. Это приближение является естественным для каналов малой высоты с высокой магнитной проницаемостью стенок. В отличие от так называемой струйной модели, несмотря на осевую симметрию машины, допустим возможность существования азимутальной компоненты скорости, т.е. будем полагать $\mathbf{V} = (u, v, 0)$. Подставляя (1) в уравнение индукции

$$\Delta \mathbf{B} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mu \sigma \text{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{B}) = -\text{rot} j_0, \quad (2)$$

для относительной величины комплексной амплитуды индукции магнитного поля $\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{b}}/B_m$ получим

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2] \mathbf{b} &= i, \\ \mathbf{A}_1 &= \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} - 1 + i\varepsilon(1-u), \\ \mathbf{A}_2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2i \frac{\partial}{\partial x} - \varepsilon u \frac{\partial}{\partial x} - \varepsilon v \frac{\partial}{\partial y}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varepsilon = \mu \sigma \Omega$ — магнитное число Рейнольдса; \mathbf{A}_1 — оператор, соответствующий струйной модели течения; \mathbf{A}_2 — дополнительный оператор, обусловленный наличием азимутальной составляющей скорости \mathbf{V} и возможностью изменения амплитуды поля по оси x .

Отметим, что j_0 в (2) — плотность сторонних токов

$$\text{rot} j_0 = -\frac{\partial^2 B_0}{\partial x^2} = -\alpha^2 B_m i \exp[i(\alpha x - \Omega t)].$$

Уравнения движения осредняются по периоду и длине волны внешнего бегущего электромагнитного поля. После применения оператора осреднения

$$\frac{1}{T} \int_0^T \bullet dt \frac{1}{2\tau} \int_0^{2\tau} \bullet dx,$$

где $T = 2\pi/\Omega$, $\tau = \pi/\alpha$, уравнения движения для главной, медленно меняющейся по сравнению с изменением внешнего поля компоненты скорости примут вид

$$\begin{aligned} z \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{j^2}{\varepsilon} \\ &\times \left(b_a - b_a \frac{\partial b_a}{\partial x} - b_r \frac{\partial b_r}{\partial x} \right) - u \sqrt{v^2 + u^2}, \\ z \left(\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{j^2}{\varepsilon} \\ &\times \left(b_a \frac{\partial b_a}{\partial y} + b_r \frac{\partial b_r}{\partial y} \right) - v \sqrt{v^2 + u^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где j — относительная плотность тока электропитания, z — гидравлическая индуктивность насоса.

Здесь, как и в струйной модели, ввиду малой высоты канала учитывается только турбулентное трение о стенки (последние члены двух первых уравнений в (4)).

Уравнения (3), (4) дополняются условиями периодичности

$$\begin{aligned} \mathbf{b}|_{x=0} &= \mathbf{b}|_{x=L}, & \mathbf{b}|_{y=0} &= \mathbf{b}|_{y=S}, \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \Big|_{x=L}, & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \Big|_{y=S}, \\ \mathbf{v}|_{x=0} &= \mathbf{v}|_{x=L}, & \mathbf{v}|_{y=0} &= \mathbf{v}|_{y=S}, \end{aligned} \quad (5)$$

которые могут трактоваться либо как условия для цилиндрического индукционного МГД канала, замкнутого в тор, либо как естественные краевые условия для широких и длинных каналов. Здесь L и S — относительная длина и ширина канала соответственно. В качестве масштаба скорости в (3)–(5) принята скорость внешнего бегущего поля $[v] = \Omega/\alpha$, а для времени и индукции соответственно $[t] = 1/\Omega$ и $[b] = B_m$. Отметим, что применимость сформулированной модели (3)–(5) ограничена использованной процедурой осреднения, требующей малого изменения величин \mathbf{b} и \mathbf{v} на длинах порядка 2τ и временах порядка T , т.е. задача решается в ”длинноволновом” приближении.

Линейный анализ. Система уравнений, определяющих нейтральные поверхности

Задача (3)–(5) допускает решение, соответствующее однородному по обеим координатам стационарному течению

$$u = u_0, \quad v_0 = 0, \quad b_{a0} = \frac{\varepsilon(1-u_0)}{\varepsilon^2(1-u_0)^2 + 1},$$

$$b_{r0} = -\frac{1}{\varepsilon^2(1-u_0)^2 + 1},$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 = \frac{j^2(1-u_0)}{\varepsilon^2(1-u_0)^2 + 1} - u_0 |u_0|. \quad (6)$$

Будем искать решения вида

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \delta \mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \mathbf{C} \exp[i(2\pi m y/S + 2\pi n x/L - \omega t)], \quad (7)$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ b_a \\ b_r \\ p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ b_{a0} \\ b_{r0} \\ p_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{pmatrix},$$

ответвляющиеся от однородного решения (6). После линеаризации задачи (3)–(5) в окрестности (6) и подстановки (7) получим систему линейных уравнений относительно компонент вектора \mathbf{C} , определитель которой

равен

$$\Delta = |D_{ik}|,$$

где

$$D_{11} = i\varepsilon\omega - k_1^2 - k_2^2 - 1 - i\varepsilon k_2 u_0,$$

$$D_{12} = -\varepsilon(1 - u_0) - 2ik_2,$$

$$D_{13} = \varepsilon b_{r0}, \quad D_{14} = 0, \quad D_{15} = 0,$$

$$D_{21} = \varepsilon(1 - u_0) + 2ik_2,$$

$$D_{22} = i\varepsilon\omega - k_1^2 - k_2^2 - 1 - i\varepsilon k_2 u_0,$$

$$D_{23} = -\varepsilon b_{a0}, \quad D_{24} = 0, \quad D_{25} = 0,$$

$$D_{31} = -\frac{j^2}{\varepsilon}(1 - ib_{a0}k_2), \quad D_{32} = \frac{ij^2}{\varepsilon}b_{r0}k_2,$$

$$D_{33} = zu_0k_2i + 2|u_0| - i\omega z, \quad D_{34} = 0, \quad D_{35} = ik_2,$$

$$D_{41} = \frac{ij^2}{\varepsilon}k_1b_{a0}, \quad D_{42} = \frac{ij^2}{\varepsilon}b_{r0}k_1, \quad D_{43} = 0,$$

$$D_{44} = izu_0k_2 + |u_0| - i\omega z, \quad D_{45} = ik_1,$$

$$D_{51} = 0, \quad D_{52} = 0, \quad D_{53} = ik_2, \quad D_{54} = ik_1, \quad D_{55} = 0.$$

Здесь введены новые обозначения: $k_1 = 2\pi m/S$, $k_2 = 2\pi n/L$ — волновые числа, выражающие относительную плотность возникающих волн по ширине и длине канала соответственно. Условие существования нетривиальных решений приводит к системе двух нелинейных уравнений

$$\Re(\Delta) = 0, \quad \Im(\Delta) = 0,$$

из которых определяется точка ветвления u_0 и частота вращения срыва ω . В развернутой форме эта система имеет вид

$$\begin{aligned} & R_3|u_0|(R_1 + k_1^2) - zR_1R_2R_4 - k_1^2j^2 \\ & \quad \times [b_{a0}\varepsilon(1 - u_0) + b_{r0}(R_1 + 1)] = 0, \\ & R_4|u_0|(R_1 + k_1^2) + zR_1R_2R_3 - k_1^2j^2 \\ & \quad \times [2b_{a0}k_2 + \varepsilon b_{r0}R_2] = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$R_1 = k_1^2 + k_2^2, \quad R_2 = k_2u_0 - \omega,$$

$$R_3 = (R_1 + 1)^2 + \varepsilon^2(1 - u_0)^2 - \varepsilon^2R_2^2 - 4k_2^2,$$

$$R_4 = 2\varepsilon[R_2(R_1 + 1) + 2(1 - u_0)k_2].$$

Анализ системы, определяющей точки ветвления

Как уже отмечалось, принятая математическая модель применима только в случае $k_2 \ll 1$, $\omega \ll \Omega$ ввиду использованной процедуры осреднения уравнений движения. В связи с этим представляется интересным вид асимптотической формулы для величин ω и u_0 при малых значениях параметра k_2 . После подстановки рядов

$$\omega = \omega_0 + \omega_1k_2 + o(k_2), \quad u_0 = u_0^1 + u_0^{(2)}k_2^2 + o(k_2^2)$$

в (8) и приравнивания членов с одинаковыми степенями k_2 в первом приближении получим

$$\omega_0 = 0, \quad 2|u_0^1|G(G + K^2 - 1) - j^2(G - K - 1) = 0, \quad (9)$$

где $K = 1 + k_1^2$, $G = 1 + \varepsilon^2s^2$, $s = 1 - u_0^1$.

Выражение (9) — известное уравнение для определения точек ветвления стационарных решений [1]. Таким образом, исследованные ранее стационарные течения являются подмножеством решений двумерной модели, точки ветвления которых определяются из (8) при $k_2 = 0$. Приравнивание членов порядка k_2 во втором уравнении и порядка k_2^2 в первом дает следующие выражения:

$$\omega_1 = \frac{Gu_0^1[4\varepsilon(Ku_0^1 + 2s) + z(K^2 + \varepsilon^2s^2)] - \varepsilon j^2(2s - u_0^1)}{G[4\varepsilon u_0^1K + z(K^2 + \varepsilon^2s^2)] + \varepsilon j^2},$$

$$u_0^{(2)} = -\frac{G[(K^2 + \varepsilon^2s^2)u_0^1 + 2k_1^2u_0^1(2K - \varepsilon^2W^2 - 4) - 2z\varepsilon k_1^2W(KW + 2s)] + k_1^2j^2}{2k_1^2[(K^2 + \varepsilon^2s^2)(G - 2u_0^1\varepsilon^2s) - 2Gu_0^1\varepsilon^2s + j^2\varepsilon^2s]},$$

где $W = u_0^1 - \omega_1$. Видно, что фазовая скорость распространения длинных волн вдоль канала $c = \omega/k_2 = \omega_1$ не зависит от длины волны.

Практический интерес представляет также случай больших токов электропитания $j \rightarrow \infty$. Тогда асимптотика имеет простой вид

$$u_0 = 1 - \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 1}}{\varepsilon} + \delta(j), \quad \omega = k_2(3u_0 - 2) + \delta(j),$$

где $\delta(j) \rightarrow 0$ при $j \rightarrow \infty$.

В общем случае система (8) решалась численно методом Ньютона. Вычисления в основном проводились для насосного режима работы МГД машины $0 < u_0 < 1$. Задача о течении в канале, замкнутом в тор, является, по-видимому, искусственной и не представляет практического интереса, поэтому сразу обратимся к анализу течения в бесконечной трубе кольцевого сечения. Это соответствует непрерывному изменению величины k_2 и дискретному набору значений $k_1 = 2\pi n/L = \sqrt{\lambda n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$. На рис. 1 показаны нейтральные кривые — зависимости величины u_0 в точке ветвления от параметра k_2^2 при различных значениях параметра z и модального числа n . Принципиально важным для

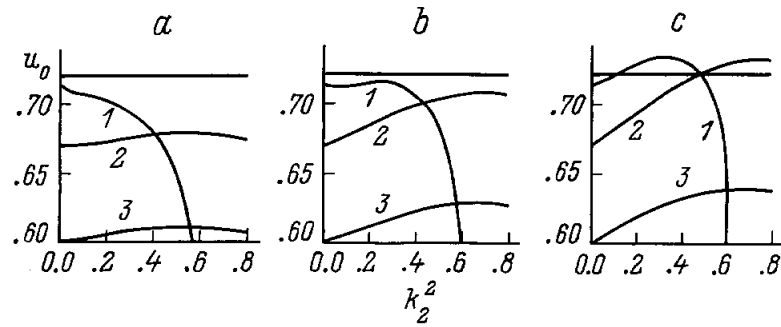


Рис. 1. Зависимость величины u_0 от квадрата волнового числа k_2^2 при $\varepsilon = 4$, $j^2 = 40$, $\sqrt{x} = 0.1$, $z = 5$ (a), 10 (b), 20 (c) в насосном режиме для различных модальных азимутальных чисел $n = 1$ (1), 2 (2), 3 (3).

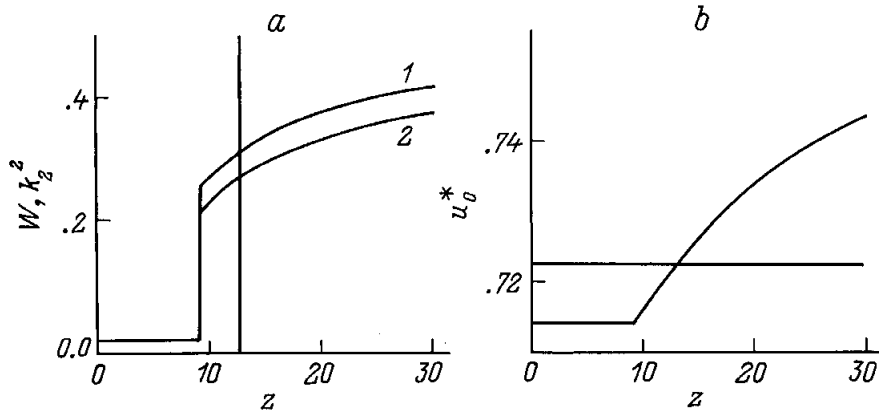


Рис. 2. Зависимость критического значения угловой частоты ω (1) и квадрата волнового числа k_2^2 (2) (a), а также величины u_0^* (b) от гидравлической индуктивности z при $k_1 = 0.1$, $\varepsilon = 4$, $j^2 = 40$. График построен для области максимальных значений давления в насосном режиме.

анализа фактом является немонотонность зависимостей $u_0(k_2^2)$, возникающая при достаточно больших значениях z . Это означает, что область существования течений типа вращающегося срыва может быть шире, чем область существования вторичных стационарных течений, для которых $k_2 = 0$. При таких параметрах в эксперименте должны наблюдаться именно нестационарные течения, так как относительно подобных возмущений запас устойчивости системы минимален.

На рис. 2 показаны зависимости критических значений $u^* = \max(u_0)$, ω , k_2^2 от параметра z . Вертикальная линия на рис. 2, a и горизонтальная на рис. 2, b соответствуют максимальному значению u_0 , возможному для стационарного однородного течения (6) в насосном режиме. Пересечение этих линий кривыми $u^*(z)$, $\omega(z)$, $k_2^2(z)$ свидетельствует о возможности потери устойчивости на нисходящих ветвях внешней характеристики. Такое поведение невозможно для вторичных стационарных течений [2–4]. Известно, что в эксперименте наблюдаются более гладкие ответвляющиеся внешние характеристики, чем предсказывает одномерная теория. На них отсутствует характерный пик в окрестности точки ветвления. Возможность ветвления внешней статической

характеристики на нисходящем участке может привести к сглаживанию этого пика. Окончательно это выяснится после проведения нелинейного анализа и полного численного построения внешних характеристик нестационарных вторичных течений.

Интересен также предельный случай течения между параллельными пластинами, когда оба волновых числа k_1 и k_2 изменяются непрерывно. На рис. 3 в качестве примера для этого случая показана нейтральная поверхность $u_0(k_1^2, k_2^2)$, соответствующая нулевому декременту затухания возмущений. Видно, что при взятых параметрах она имеет максимум, соответствующий критической точке потери устойчивости. Неустойчивость возникает на спадающем участке внешней характеристики, однако достаточно большие значения параметра k_2^2 — (0.4–0.7) в критической точке заставляют усомниться в применимости используемой модели для изучения устойчивости течения между пластинами, по крайней мере для количественных оценок. Для строгого анализа требуется изучение устойчивости неосредненной по времени и длине волны системы. Это приводит к необходимости решения гораздо более сложной задачи на собственные значения для уравнений с переменными коэффициентами.

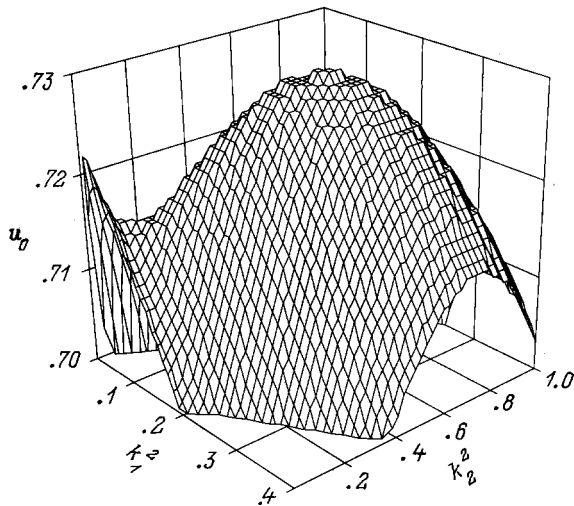


Рис. 3. Нейтральная поверхность $u_0(k_1^2, k_2^2)$ при $z = 11.3$, $\varepsilon = 4$, $j^2 = 40$.

Отметим, что осевая симметрия приводит к равноправности направлений вращения срыва, т.е. всегда возможны малые возмущения как с азимутальным волновым числом k_1 , так и $-k_1$. При этом, как видно непосредственно из системы (8), знак k_2 не изменяется, т.е. направление движения бегущей по оси x волны всегда совпадает с направлением движения внешнего поля.

Об эволюции конечных возмущений

Полученные результаты показывают принципиальную возможность возникновения вторичных нестационарных индукционных МГД течений типа вращающегося срыва. Однако по крайней мере два важных вопроса могут быть решены только в результате рассмотрения конечных, хотя и малых возмущений. Во-первых, не ясно, может ли изучаемая неустойчивость приводить к закрутке осесимметричного течения, а во-вторых, могут ли возникающие волны (7) гасить друг друга и приводить не к "бегущей ячейке", а к стоячей в азимутальном направлении волне. Действительно, как следует из линейного анализа, после потери устойчивости в критической точке главная часть возмущения однородного решения будет иметь вид

$$\delta U = \eta j_1 U_1 \exp[i(k_2 x + k_1 y - \omega t)] + \eta j_2 U_1 \exp[i(k_2 x - k_1 y - \omega t)] + \text{к.с.} + (o(\varepsilon)), \quad (9)$$

где к.с. — комплексно-сопряженные члены.

Амплитуды j_1, j_2 определяются из условий разрешимости уравнений для следующих членов ряда разложения δU по надкритичности $\eta^2 = u_0^* - u_0$. Эти условия формируют так называемую систему уравнений разветвления, которая имеет тот же вид, что и в случае потери устойчивости затопленной струи [12]. Как следует из основных принципов симметрии и показывает

проведенный предварительный анализ, система уравнений разветвления имеет решения вида

$$j_1 = 0, \quad |j_2|^2 = j^2, \quad (10)$$

$$j_2 = 0, \quad |j_1|^2 = j^2, \quad (11)$$

которые соответствуют зарождению вращающегося срыва с двигающейся в противоположных направлениях ячейкой, и решение

$$j_1^2 = j_2^2 = \beta^2, \quad (12)$$

соответствующее стоячей по азимуту и бегущей в продольном направлении волне. Спиральные волны, соответствующие решениям (10), (11), уже в следующем приближении по ε посредством реинольдсовых напряжений $(\mathbf{u}_1 \nabla) \mathbf{u}_1$ и нелинейного трения в (4) приводят к деформации среднего течения и его закрутке, а стоячая волна (13) вращения не дает. Какой из двух режимов реализуется — с закруткой (11), (12) или без нее (13), определится из анализа устойчивости этих решений вблизи нейтральной кривой. Устойчивость решений (10)–(12) будет зависеть от соотношения величин j и β , определяемых в свою очередь через параметры исходной системы (3), (4). Такой анализ является очередной задачей исследования.

Отметим, что стационарные течения, порождаемые эволюцией возмущений (7) при $k_2 = 0$ и их внешние характеристики полностью построены в [2], а в [3] в рамках одномерной струйной модели показана их устойчивость. Однако не известно, будут ли они устойчивы и в двумерной модели (3)–(5). Сдвиг точек ветвления нестационарных решений направо, в область отрицательного наклона статической внешней характеристики однородного течения, приводит к тому, что какие-либо стационарные решения (4) могут вообще отсутствовать в достаточно широком диапазоне изменения величины внешней нагрузки после потери устойчивости однородного течения.

Выводы

В заключение сформулируем основные выводы, вытекающие из проведенного анализа.

1. Наряду с изученными ранее статическими вторичными течениями в индукционных МГД каналах могут возникать закручивающиеся винтовые течения типа бегущих волн.

2. Возникновение вторичных течений такого рода имеет ряд аналогий с так называемым вращающимся срывом, известным ранее для высоконапорных компрессоров.

3. При достаточно больших значениях гидродинамической индуктивности область существования таких закручивающихся течений может быть шире, чем вторичных стационарных.

4. При достаточно больших значениях гидродинамической индуктивности закручивающиеся течения могут возникать и на нисходящих ветвях статических внешних характеристик в насосном и генераторном режимах, что исключено для вторичных стационарных течений.

5. Проведенный анализ, по всей видимости, объясняет наблюдавшееся ранее закручивание течений в каналах цилиндрических индукционных МГД машин и сглаживание внешних характеристик вторичных течений по сравнению с предсказываемыми одномерной струйной моделью.

6. Дальнейшее изучение вращающегося срыва в индукционных МГД течениях будет состоять в нелинейном анализе в окрестности нейтральной кривой и численном построении нестационарных решений и соответствующих внешних характеристик вдали от точки ветвления. Кроме того, возможно уточнение предложенной математической модели, снимающее ограничение на плотность и скорость бегущих волн, вызванное процедурой осреднения уравнений движения.

Список литературы

- [1] *Гайлитис А.К., Лиелаусис О.А.* // Магнитная гидродинамика. 1975. № 1. С. 106–111.
- [2] *Половко Ю.А., Тропп Э.А.* // Магнитная гидродинамика. 1986. № 4. С. 106–113.
- [3] *Половко Ю.А.* // Магнитная гидродинамика. 1989. № 3. С. 81–88.
- [4] *Половко Ю.А., Романова Е.П., Тропп Э.А.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 36–44.
- [5] *Половко Ю.А., Романова Е.П., Тропп Э.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 6. С. 5–9.
- [6] *Клавиня А.О., Лиелаусис О.А., Риекстиньш В.В.* Неоднородное течение в канале цилиндрического насоса. Тез. докл. VIII Рижского совещания по магнитной гидродинамике. Рига, 1975. Т. 2. С. 79–81.
- [7] *Кириллов И.Р., Огородников А.П., Остапенко В.П.* // Магнитная гидродинамика. 1980. № 2. С. 107–113.
- [8] *Валдмане Р.А., Валдманис Я.Я., Улманис Л.Я.* // Магнитная гидродинамика. 1986. № 1. С. 103–106.
- [9] *Реуцкий С.Ю.* // Магнитная гидродинамика. 1987. № 1. С. 121–124.
- [10] *Грейцер Э.М.* // ТОИР. 1980. № 2. С. 72.
- [11] *Вольдек А.И.* Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л.: Энергия, 1970. 271 с.
- [12] *Жданова Е.М.* // Устойчивость и турбулентность / Под ред. М.А. Гольдштика, В.Н. Штерна. Новосибирск, 1985. С. 71–81.