

## Движение катодного пятна вакуумной дуги во внешнем магнитном поле

© С.А. Баренгольц, Е.А. Литвинов, Е.Ю. Садовская, Д.Л. Шмелев

Институт электрофизики УрО РАН,  
620049 Екатеринбург, Россия

(Поступило в Редакцию 19 мая 1997 г.)

Рассматривается явление движения катодного пятна электрического вакуумного дугового разряда в тангенциальном к поверхности катода магнитном поле. Рассмотрение ведется на основе представлений о нестационарном, циклическом характере процессов в катодном пятне и определяющей роли обратных электронов, попадающих из прикатодной плазмы на катод.

### Введение

В настоящей работе мы рассмотрим такое парадоксальное явление, как обратное движение катодного пятна вакуумной дуги в тангенциальном магнитном поле [1]. Это явление привлекает внимание исследователей, так как до сих пор общепринятого объяснения ему нет. Существование и перемещение катодного пятна трактуется как нестационарный, циклический процесс возникновения и отмирания эмиссионных центров или эктонов (emission center or explosive center) [2,3]. Направление движения пятна — это направление, в котором преимущественно возникает новый центр вместо старого. Опираясь на эти представления, мы и попытаемся объяснить явление обратного движения.

### Модель обратного движения катодного пятна

Численное моделирование процесса разлета плазменной струи из эмиссионного центра катодного пятна показало, что в окрестности центра существует кольцевой ток движущихся из плазмы на катод обратных электронов, замыкающийся через эмиссионную зону центра (рис. 1) [4]. Движение обратных электродов образует как бы рамки с током, которые в совокупности создают тороидальную поверхность. Ось симметрии тора перпен-

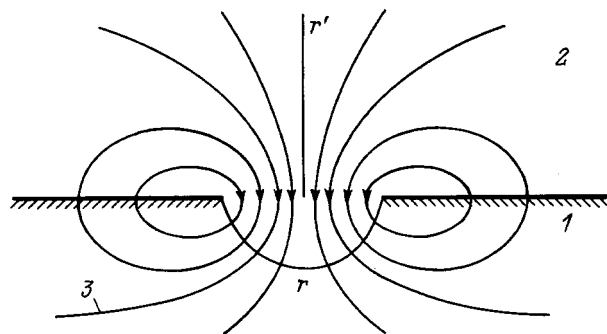


Рис. 1. Геометрия эмиссионного центра. 1 — катод, 2 — плазма, 3 — линии тока.

дикулярна поверхности катода и проходит через центр пятна. Данная геометрия показана на рис. 2.

Процесс возникновения нового эмиссионного центра связан с обратным электронным током. Там, где этот ток больше, возникают преимущественные условия образования нового центра [5]. Направление движения пятна — это место сгущения тока обратных электронов.

Магнитное поле, создаваемое сквозным током из эмиссионного центра  $i_1$ , может быть оценено из формулы [6,7]

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1}{r} \quad (1)$$

и направлено согласно правилу "правого винта". Магнитное поле тока  $i_2$  обратных электронов определяется соотношением

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_2}{r}, \quad (2)$$

причем поле отлично от нуля только внутри токового тора, где суммируется с полем прямого тока. При наличии тангенциального к поверхности катода внешнего магнитного поля на каждую рамку или контур с током будет действовать вращающий момент сил, равный [7]

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}_\Sigma], \quad (3)$$

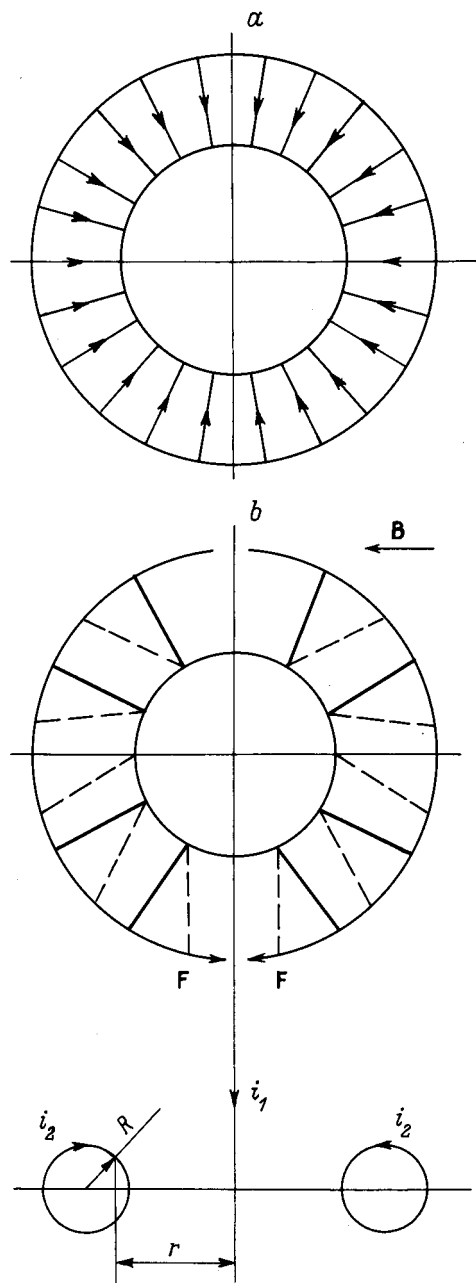
где  $\mathbf{B}_\Sigma$  — суммарное магнитное поле, равное векторной сумме всех полей; величина  $\mathbf{p}_m$  является магнитным моментом контура с током  $i$

$$\mathbf{p}_m = iS, \quad (4)$$

где  $S$  — вектор, численно равный площади, охватываемый контуром с направлением согласно правилу "правого винта".

Момент сил будет поворачивать рамки с током таким образом, чтобы векторы  $\mathbf{p}_m$  и  $\mathbf{B}_\Sigma$  стали параллельными, а плоскость рамки перпендикулярной  $\mathbf{B}_\Sigma$ . Результирующее действие на токовый тор будет иметь направление, показанное на рис. 2 ( $\mathbf{F}$ ), т.е. рамки будут стремиться "развернуться" в "антиамперовом" направлении или направлении максимального магнитного поля. Кроме этого, в неоднородном магнитном поле на контур с током действует сила

$$\mathbf{G} = \text{grad}(\mathbf{p}_m \mathbf{B}_\Sigma), \quad (5)$$



**Рис. 2.** *a* — схематическое расположение токовых контуров обратных электронов вокруг эмиссионного центра, *b* — вид сверху и сбоку. Штриховыми линиями обозначена реакция контуров на внешнее тангенциальное магнитное поле. Стрелки на кольцах показывают направление тока. Направление движения электронов противоположное.

которая втягивает контур в область больших значений напряженности магнитного поля. Все это приведет к группировке токовых линий и увеличению плотности тока обратных электронов из плазмы на катод именно в ретроградном направлении.

Если внешнее магнитное поле направлено под углом к поверхности катода, то изменяется и направление движения пятна. Возникает явление так называемого угла

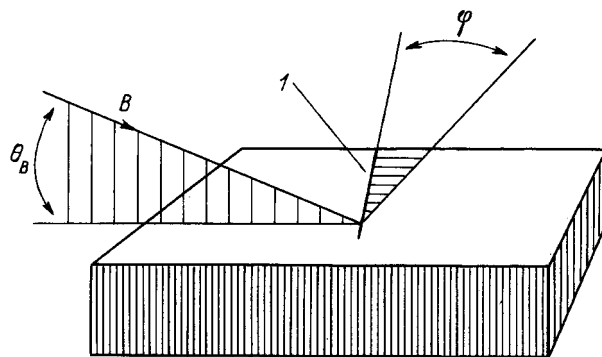
Робсона. Рис. 3 иллюстрирует это. На рис. 4 приведена схема, поясняющая это явление. В данном случае рамки с током не только разворачиваются, но еще и наклоняются по отношению к плоскости катода, стремясь занять положение, когда их плоскость становится перпендикулярной вектору магнитного поля. Исходя из схемы, приведенной на рис. 4, можно написать следующие соотношения:

$$A_1 A_2 = R \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_B \right) \quad (6)$$

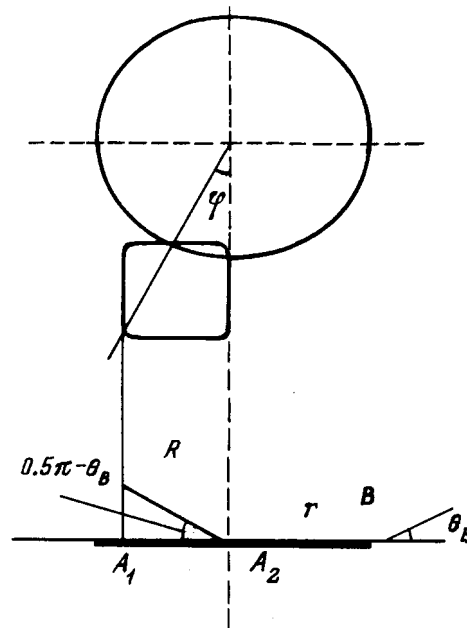
и

$$\varphi \approx \arctg \left( \frac{R}{R+r} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_B \right) \right). \quad (7)$$

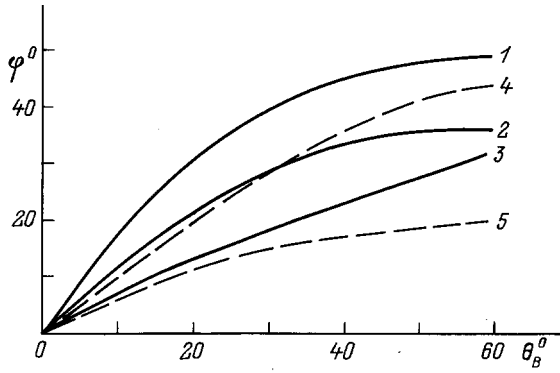
Здесь  $R$  — радиус токового кольца,  $r$  — радиус эмиссионной зоны. На рис. 5 приведено сравнение развитых выше представлений с экспериментом. Кривые 1 и 2 соответствуют экспериментам с грязной поверхностью катода, когда кратеры маленькие и относительно далеко отстоят друг от друга [8,1]. В этом случае соотношение (7) необходимо дополнить условием  $R \gg r$ . Соответствующая расчетная кривая 4 также приведена на рис. 5.



**Рис. 3.** Иллюстрация явления угла Робсона (1 — след пятна).



**Рис. 4.** Схема, поясняющая происхождение угла Робсона.



**Рис. 5.** Зависимость угла Робсона от угла наклона внешнего магнитного поля к катоду. 1 — эксперимент Робсона [8]: Al, 0.15 Т,  $10^{-1}$  Торг, 28 А; 2 — эксперимент Кесаева [1]: Cu, 1 кОе,  $10^{-3}$  Торг, 1–10 А; 3 — эксперимент Югтнера [9]: Mo, C, 0.37 Т,  $10^{-9}$  Торг, 10–300 А; 4 — формула (7) при  $R \gg r$ ; 5 — формула (7) при  $R \approx r$ .

В экспериментах с хорошим вакуумом и хорошо очищенной поверхностью катода размеры кратеров значительно больше и налагаются друг на друга (кривая 3) [9]. В этом случае можно считать, что  $R \approx r$  (кривая 5).

Помимо этого, необходимо отметить еще одно обстоятельство. Катод отделен от прикатодной плазмы слоем пространственного заряда, где заряженные частицы, электроны и ионы двигаются без столкновений. Для описания движения частиц в слое будем использовать полную систему уравнений Власова с целью получить законы сохранения импульса и энергии частиц и поля. Запишем уравнение Власова совместно с уравнением Максвелла

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_\alpha + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{H}]) \nabla_v f_\alpha = 0, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha d\mathbf{v} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_\alpha e_\alpha \langle 1 \rangle_\alpha, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} [\nabla\mathbf{H}] &= \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sum_\alpha e_\alpha \int \mathbf{v} f_\alpha d\mathbf{v} \\ &= \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sum_\alpha e_\alpha \langle \mathbf{v} \rangle_\alpha, \end{aligned} \quad (10)$$

$$[\nabla\mathbf{E}] = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (12)$$

Через  $f_\alpha$  обозначена функция распределения частиц сорта  $\alpha$  (электроны и ионы из плазмы, электроны с катода);  $e_\alpha$ ,  $m_\alpha$  — заряд и масса частиц;  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — напряженность электрического и магнитного полей; индукция магнитного поля  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ ,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные,  $\nabla = \partial/\partial \mathbf{x}$ ;  $\nabla_v = \partial/\partial \mathbf{v}$ ; угловые скобки означают усреднение по соответствующей функции распределения.

Умножим уравнение (8) на  $m_\alpha \mathbf{v}$ , проинтегрируем по  $\mathbf{v}$ , произведем суммирование по  $\alpha$ . Тогда будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \sum_\alpha \langle m_\alpha \mathbf{v} \rangle_\alpha + \nabla \cdot \sum_\alpha \langle m_\alpha \mathbf{v} \mathbf{v} \rangle_\alpha \\ - \sum_\alpha e_\alpha (\mathbf{E} \langle 1 \rangle_\alpha + [\langle \mathbf{v} \rangle_\alpha \mathbf{B}]) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Используя уравнение Максвелла, преобразуем два последних члена в уравнении (13)

$$\mathbf{E} \sum_\alpha e_\alpha \langle 1 \rangle_\alpha = \varepsilon_0 \mathbf{E} \nabla \cdot \mathbf{E},$$

$$\sum_\alpha [\langle e_\alpha \mathbf{v} \rangle_\alpha \mathbf{B}] = [[\nabla\mathbf{H}]\mathbf{B}] - \varepsilon_0 \left[ \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \mathbf{B} \right],$$

$$[\mathbf{E}[\nabla\mathbf{E}]] = \frac{1}{2} \nabla E^2 - \mathbf{E} \cdot \nabla \mathbf{E},$$

$$[[\nabla\mathbf{H}]\mathbf{B}] = -\frac{\mu_0}{2} \nabla H^2 + \mu_0 \mathbf{H} \cdot \nabla \mathbf{H}.$$

Уравнение (13) переписывается теперь в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_\alpha \langle m_\alpha \mathbf{v} \rangle_\alpha + \varepsilon_0 \mu_0 [\mathbf{E}\mathbf{H}] \right) + \nabla \cdot \sum_\alpha \langle m_\alpha \mathbf{v} \mathbf{v} \rangle_\alpha \\ - \varepsilon_0 \mathbf{E} \nabla \cdot \mathbf{E} + \frac{\mu_0}{2} \nabla H^2 - \mu_0 \mathbf{H} \cdot \nabla \mathbf{H} \\ + \frac{\varepsilon_0}{2} \nabla E^2 - \varepsilon_0 \mathbf{E} \cdot \nabla \mathbf{E} - \mu_0 \mathbf{H} \nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Последний член в уравнении (14) добавлен для симметрии (с учетом уравнения (12)). Согласно правилам векторной алгебры, можно записать

$$\mathbf{A} \nabla \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{2} \nabla A^2 + \mathbf{A} \cdot \nabla \mathbf{A} = \nabla \cdot \left( \mathbf{A}\mathbf{A} - \frac{1}{2} A^2 \hat{U} \right), \quad (15)$$

где выражение вида  $\mathbf{A}\mathbf{A}$  есть тензор (прямое произведение векторов),  $\hat{U}$  — единичная матрица.

С учетом уравнения (15) получим из (14) уравнение сохранения импульса частиц и поля

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \sum_\alpha \langle m_\alpha \mathbf{v} \rangle_\alpha + \varepsilon_0 \mu_0 [\mathbf{E}\mathbf{H}] \right\} + \nabla \cdot \left\{ \sum_\alpha \langle m_\alpha \mathbf{v} \mathbf{v} \rangle_\alpha \right. \\ \left. - \left( \varepsilon_0 \mathbf{E}\mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H}\mathbf{H} - \frac{\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2}{2} \hat{U} \right) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Аналогичным образом получим уравнение сохранения энергии. Для этого умножим уравнение (1) на  $(m_\alpha \mathbf{v}^2)/2$ , проинтегрируем его по  $\mathbf{v}$  и произведем суммирование по  $\alpha$ . Получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \sum_\alpha \left\langle \frac{m_\alpha \mathbf{v}^2}{2} \right\rangle_\alpha + \nabla \cdot \sum_\alpha \left\langle \frac{m_\alpha \mathbf{v}^2}{2} \mathbf{v} \right\rangle_\alpha \\ - \sum_\alpha \langle e_\alpha \mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \rangle_\alpha = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из уравнения (10)

$$\sum_{\alpha} \langle e_{\alpha} \mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \rangle_{\alpha} = [\nabla \mathbf{H}] \cdot \mathbf{E} - \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot \mathbf{E}. \quad (18)$$

Произведя в (18) умножение векторов, будем иметь

$$[\nabla \mathbf{H}] \cdot \mathbf{E} = -\nabla \cdot [\mathbf{E} \mathbf{H}] - \mu_0 \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (19)$$

Используя уравнения (18) и (19), запишем уравнение сохранения энергии частиц и поля в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_{\alpha} \langle \frac{m_{\alpha} \mathbf{v}^2}{2} \rangle_{\alpha} + \frac{\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2}{2} \right) \\ + \nabla \cdot \left( \sum_{\alpha} \langle \frac{m_{\alpha} \mathbf{v}^2}{2} \mathbf{v} \rangle_{\alpha} + [\mathbf{E} \mathbf{H}] \right) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

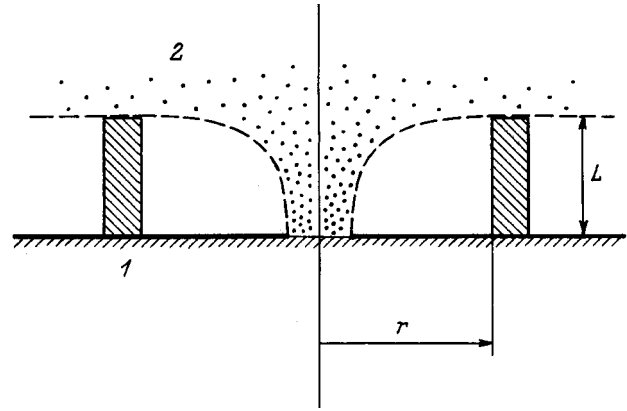
Отметим следующее. Частицы, электроны и ионы пересекают слой объемного заряда за времена, близкие к обратным плазменным частотам, соответственно электронным и ионным. При концентрации плазмы вблизи центра  $n \geq 10^{24} \text{ м}^{-3}$  эти времена очень малы по сравнению с характерным временем функционирования эктона  $\tau \approx 10^{-8} \text{ с}$  [10].

При гибели центра происходит быстрый спад тока, возникают наведенные электрическое и магнитное поля. Поправка к полям, связанная с этим эффектом, определяется величиной  $r/(\tau_1 c)$ , где  $r$  — радиус кратера,  $\tau_1$  — характерное время спада тока,  $c$  — скорость света [7]. Поправки существенны, если  $r/(\tau c) \geq 1$ . В нашем случае  $r \approx 10^{-6} \text{ м}$ ,  $\tau \approx 10^{-9} \text{ с}$  [10],  $r/(\tau c) < 10^{-5} \ll 1$ , т. е. можно не следить за изменением полей, связанным с изменением тока, и пользоваться стационарными уравнениями (16), (20) и стационарными же уравнениями Максвелла.

Частицы в прикатодном слое не замагничены, однако, для того чтобы пользоваться одномерными уравнениями Власова, необходимо еще показать, что тангенциальная составляющая электрического поля, связанная с омическим падением потенциала на катоде и в прикатодной плазме при протекании тока дуги, мала. Падение потенциала в катоде считалось численно в рамках модели, изложенной в [11]. Расчеты показали, что а) падение потенциала является практически чисто омическим, термоэлектрические эффекты малы; б) падение потенциала может достигать величины  $\leq 10 \text{ В}$ , т. е. сравнимо с прикатодным падением; в) падение потенциала сосредоточено в окрестности  $\leq 10^{-6} \text{ м}$  от эмиссионной зоны.

Распределение потенциала в прикатодной плазме рассматривалось в работе [4]. Показано, что оно также носит омический характер и поле сосредоточено на масштабе порядка  $10^{-6} \text{ м}$ .

Таким образом, можно пренебречь тангенциальной по отношению к катоду составляющей электрического поля в прикатодном слое и пользоваться для расчета характеристик частиц одномерными стационарными уравнениями Власова. Проинтегрируем стационарное уравнение (16) по области, показанной на рис. 6. Можно



**Рис. 6.** Схема эмиссионного центра и слоя, отделяющего катод (1) от прикатодной плазмы (2). Заштрихованные области представляют сечение цилиндрической полости, по которой проводится интегрирование уравнений (16) и (20).

полагать, что скорость частиц и напряженность электрического поля в слое имеют только одну компоненту, параллельную оси симметрии (рис. 1). Интеграл по объему заштрихованной на рис. 6 области преобразуется в интеграл по ее поверхности. В силу цилиндрической симметрии системы интегрирования по торцевым поверхностям приводит к соотношению

$$2\pi \int_{r-\Delta r}^r r' dr' \left( \sum_{\alpha} \langle m_{\alpha} \mathbf{v}^2 \rangle_{\alpha} - \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \right)_K^P = 0, \quad (21)$$

поскольку напряженность магнитного поля не зависит от координаты  $z$ , перпендикулярной к катоду. Индексы  $P, K$  означают разницу потоков на границах слоя у катода и плазмы. Так как величина  $\Delta r$  произвольна, то окончательно получаем

$$\left( \sum_{\alpha} \langle m_{\alpha} \mathbf{v}^2 \rangle_{\alpha} - \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \right)_K^P = 0. \quad (22)$$

Интегрирование уравнения (20) по той же области дает следующее выражение:

$$\begin{aligned} r \Delta r \left( \sum_{\alpha} \langle \frac{m_{\alpha} \mathbf{v}^2}{2} \mathbf{v} \rangle_{\alpha} \right)_K^P + r_2 \int_0^L [\mathbf{E} \mathbf{H}]_2 dz \\ - r_1 \int_0^L [\mathbf{E} \mathbf{H}]_1 dz = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $L$  — толщина слоя; индексы 1 и 2 соответствуют значению функции на малом и большом радиусах заштрихованной области на рис. 6.

Взяв  $\Delta r = r_1 - r_2$  достаточно малым, можно записать

$$r_2 \int_0^L [\mathbf{E} \mathbf{H}]_2 dz - r_1 \int_0^L [\mathbf{E} \mathbf{H}]_1 dz \approx \Delta r \int_0^L [\mathbf{E} \mathbf{H}] dz.$$

Тогда уравнение (23) переписывается следующим образом:

$$\left( \sum_{\alpha} \left\langle \frac{m_{\alpha} v^2}{2} \right\rangle_{\alpha} \right)_K^P + \frac{1}{r} \int_0^L [\mathbf{E}\mathbf{H}] dz = 0. \quad (24)$$

Соотношение (21) является следствием баланса потока импульса втекающего через торцевые поверхности цилиндрической полости на рис. 6. Оно позволяет определить напряженность поля на катоде, не решая уравнения Пуассона в слое, если известны характеристики частиц.

Соотношение (24) показывает, что нормальный к поверхности катода поток энергии, переносимый частицами, тем больше, чем больше поток энергии, переносимый вдоль слоя полем. Отсюда открывается возможность новой трактовки обратного движения катодного пятна. Известно, что обратное движение происходит в сторону максимального магнитного поля. С этой же стороны максимален вектор  $[\mathbf{E}\mathbf{H}]$ , и следовательно, имеет большую величину нормальный поток частиц к катоду, что приводит в свою очередь к большей вероятности появления новых центров со стороны обратного движения. Дополнительное ускорение частиц в слое носит электродинамический характер.

## Заключение

Таким образом, можно констатировать неплохое согласие экспериментальных данных и расчетов, основанных на достаточно простой модели. Второй механизм, связанный с электродинамическим характером ускорения частиц в слое, отделяющем плазму от катода, играет, по-видимому, большую роль для грязных условий, когда кратеры далеко разнесены друг от друга.

Данная работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 96-02-16194-а.

## Список литературы

- [1] Кесаев И.Г. Катодные процессы электрической дуги. М.: Наука, 1968.
- [2] Месяц Г.А., Прокуровский Д.И. Импульсный электрический разряд в вакууме. Новосибирск: Наука, 1984.
- [3] Месяц Г.А. // УФН. 1995. Т. 165. № 6. С. 601–626.
- [4] Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Парфенов А.Г. // ДАН СССР. 1990. Т. 310. № 2. С. 344–347.
- [5] Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Парфенов А.Г., Федосов А.И. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 11. С. 2270–2273.
- [6] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 5. Электричество и магнетизм. М.: Мир, 1977.
- [7] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика. М.: Мир, 1977.
- [8] Robson A.E. // Proc. IV Intern. Conf. on Phen. Ionised Gases, Uppsala, 1959. Vol. II b. P. 346–349.
- [9] Juttner B. // Thesis B. Academy of Sciences. Berlin, 1983.

- [10] Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Парфенов А.Г. // ДАН СССР. 1984. Т. 279. № 4. С. 864–866.
- [11] Barendgolds S.A., Litvinov E.A., Parfyonov A.G. // Proc. XIV Intern. Symp. on Discharge and Electrical Insulation in Vacuum. Santa-Fe (USA), 1990. P. 185–186.