

01;06;07

Распространение пространственного солитона в системе туннельно-связанных оптических волноводов с переменным коэффициентом связи

© Ф.Х. Абдуллаев

Физико-технический институт им. С.С. Стародубцева
Научно-производственное объединение "Физика—Солнце" АН Узбекистана,
700084 Ташкент, Узбекистан

(Поступило в Редакцию 24 октября 1996 г. В окончательной редакции 27 января 1998 г.)

Рассматривается задача распространения пространственного солитона в системе туннельно-связанных оптических волноводов. Коэффициент туннельной связи предполагается модулированным в поперечном направлении. Изучена адиабатическая динамика для случая периодической модуляции коэффициента туннельной связи. Найдены стационарные точки для параметров пучка. Вычислен эффективный потенциал в модели эквивалентной частицы для центра пучка. Получено условие для резонансного излучения волн солитоном.

Введение

Системы туннельно-связанных нелинейных оптических волноводов вызывают интерес в связи с возможными приложениями в качестве оптических ответвителей, элементов оптических логических устройств и т.п. [1,2]. Такие конфигурации могут быть получены, например, с помощью приготовления полосковых волноводов на подложке, состоящей из $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$ [3]. Этот материал имеет положительную керровскую нелинейность при выборе частоты волны ниже половины ширины запрещенной зоны. Важной особенностью является тот факт, что в них возможны солитонные режимы распространения мощных оптических пучков — пространственные оптические солитоны [4,5]. Достоинством таких систем является также то, что в них можно получить сильные нелинейные эффекты, используя слабые нелинейные материалы в отдельных волноводах. Для приложений представляет интерес разработка методов управления параметрами пространственных солитонов в этих системах. В работе [6] предлагается использовать в этих целях вариацию величины коэффициента туннельной связи между волноводами. С помощью вариационного подхода и континуального приближения авторам удалось исследовать влияние линейного и квадратичного изменения коэффициента туннельной связи. Критическим для их подхода является вопрос о выборе пробной функции. Поскольку континуальное приближение приводит к возмущенному нелинейному уравнению Шредингера, то последовательный подход заключается в использовании метода обратной задачи в теории солитонов.

В данной работе мы изучим влияние периодического изменения коэффициента туннельной связи на распространение пространственного солитона в пачке нелинейных планарных волноводов. Исследование будет проведено на основе применения теории возмущений, основанной на методе обратной задачи. Проблема имеет ряд особенностей по сравнению с рассмотренной в [6],

в частности, в нашем случае появляется резонансное излучение волн пространственным солитоном.

Описание модели

Система уравнений, описывающая распространение волны в бесконечной системе туннельно-связанных нелинейных планарных волноводов имеет вид [6,7]

$$-iu_{nz} = v_{n,n+1/2}u_{n+1} + v_{n-1/2,n}u_{n-1} + |u_n|^2u_n. \quad (1)$$

Здесь $\bar{u}(z, n)$ есть обезразмеренная электрическая напряженность поля волны, $v_{n,m}$ есть коэффициент связи между волноводами. Приближенное выражение для $v_{n,m}$ имеет вид [8]

$$v_{n,m} \sim \exp[-\gamma(n-m)].$$

Для описания эволюции волны в системе волноводов используем континуальное приближение. Оно применимо для изучения изменений волны, происходящих в масштабах, существенно больших расстояния между центрами волноводов h [9]. Тогда возможно использовать разложение в ряд Тейлора для $u_n, v_{n,m}$

$$u_{n\pm 1} = u(x) \pm hu_x + \frac{h^2}{2}u_{xx} + \dots,$$

$$v_{n,n\pm 1/2} = v(x) \pm \frac{h}{2}v_x + \frac{h^2}{8}v_{xx} + \dots$$

Подставляя эти выражения в (1), мы получим для $u(z, x)$ уравнение

$$-iu_z = 2vu + h^2 \left(vu_{xx} + v_x u_x + \frac{1}{4}v_{xx}u \right) + |u|^2u. \quad (2)$$

Далее будем изучать случай периодической модуляции параметра туннельной связи вдоль направления x , $v = 1 + \varepsilon \sin(ax)$. Полагая далее $h = 1$ и переходя к

новым переменным $y = x/(\sqrt{2})$, $z = 2t$, $\alpha = \sqrt{2a}$, мы получаем окончательно уравнение

$$\begin{aligned} iu_t + u_{yy} = 2|u|^2u = \varepsilon R(u, y) = \\ - \varepsilon \sin(\alpha_y)u_{yy} - \varepsilon \alpha \sin(\alpha_y)u_y \\ + \frac{1}{4}\varepsilon\alpha^2 \sin(\alpha_y)u - 4\varepsilon \sin(\alpha_y)u. \end{aligned} \quad (3)$$

В результате задача сводится к исследованию нелинейного уравнения Шредингера с периодическим возмущением. Как следует из уравнения [2], возмущение является консервативным — существует сохраняющийся интеграл энергии

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 dx = \text{const.}$$

Отметим, что недавно влияние локальной неоднородности показателя преломления в пачке волноводов на динамику пространственного солитона в рамках континуального приближения и метода обратной задачи для солитонов анализировалось в работе [10]. Соответствующее возмущение в правой части (3) имеет вид $R(u, x) = \varepsilon \delta(x)u$. Численное моделирование подтвердило хорошее описание динамики пучка в рамках такого подхода.

Адиабатическая динамика пространственного солитона в системе связанных волноводов

Рассмотрим эволюцию одиночного пространственного солитона, распространяющегося в системе туннельно-связанных волноводов. Когда модуляция отсутствует, т. е. при $v = 0$, солитонное решение может быть записано в виде

$$u_s = 2i\eta \operatorname{sech}[2\eta(y - \zeta)] \exp(-2i\xi y - 4i(\eta^2 - \xi^2)t).$$

Здесь η — амплитуда солитона, ζ — координата центра $\zeta = -4\xi t$, $\xi = -v/4$, где v — скорость солитона. Отметим, что скорость солитона есть в размерных переменных угол ψ распространения пучка в пачке волноводов $\psi = \arcsin(\xi/2)$. В данном разделе изучим влияние крупномасштабных и мелкомасштабных модуляций коэффициента туннельной связи на динамику пространственного солитона.

а) Крупномасштабные модуляции коэффициента туннельной связи. Используя теорию возмущений [11,12], получаем, что амплитуда солитона сохраняется $\eta = \text{const}$. Это является отражением отмеченного нами ранее факта, что для уравнений (2), (3) существует интеграл движения $N = \int_{-\infty}^{\infty} |u|^2 dx$. Для скорости солитона и координаты его

центра получаем систему уравнений

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\pi\alpha^2\varepsilon}{2\eta \sin h(\pi\alpha/4\eta)} \cos(\alpha\zeta) \left(\frac{\eta^2}{3} + \xi^2 + \frac{\alpha^2}{48} - 1 \right), \quad (4)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -4\xi \left[1 + \frac{\pi\alpha\varepsilon \sin(\alpha\zeta)}{4\eta \sin h(\pi\alpha/4\eta)} \right]. \quad (5)$$

При малых скоростях солитона $\xi \ll 1$, $\xi^2 \ll \eta^2$ ("тяжелый" солитон) система (4), (5) эквивалентна задаче движения частицы единичной массы в поле периодического потенциала $u(\zeta)$

$$u(\zeta) = \frac{2\pi\alpha\varepsilon \sin(\alpha\zeta)}{\eta \sin h(\pi\alpha/4\eta)} \left(\frac{\eta^2}{3} + \frac{\alpha^2}{48} - 1 \right). \quad (6)$$

В общем случае эффективный потенциал зависит от скорости солитона ξ . В физике имеются примеры потенциалов, зависящих от скорости. Так, зависящие от скорости эффективные потенциалы использовались при описании взаимодействий нуклонов в ядрах.

Обсудим роль масштабов в задаче. Имеются два характерных масштаба: период модуляции параметра туннельной связи $\lambda = 2\pi/\alpha$ и размер солитона $l = 1/2\eta$. Амплитуда эффективного потенциала сильно зависит от величины отношения l/λ . При $l/\lambda \ll 1$ эффективный потенциал равен

$$u(\zeta) \approx \frac{8}{3}\varepsilon \sin(\alpha\zeta)\eta^2 + 0(l^2/\lambda^2).$$

В этом пределе эффективный потенциал слабо зависит от величины отношения масштабов и пропорционален квадрату амплитуды солитона.

При $l/\lambda \gg 1$ имеем

$$u(\zeta) \approx \frac{\pi\varepsilon\alpha^3}{48\eta} \exp(-\pi\alpha/4\eta) \sin(\alpha\zeta).$$

Видно, что для солитонов с шириной больше периода модуляции амплитуда эффективного потенциала экспоненциально мала. Имеется коридор значений параметров в окрестности $\alpha \sim \varepsilon^{-1/3}$, в котором амплитуда потенциала $\lesssim 1$.

Найти общие решения системы (4), (5) затруднительно. Проанализируем поведение системы в фазовой плоскости. Для этого найдем стационарные точки для системы (4), (5). Перепишем систему уравнений в виде

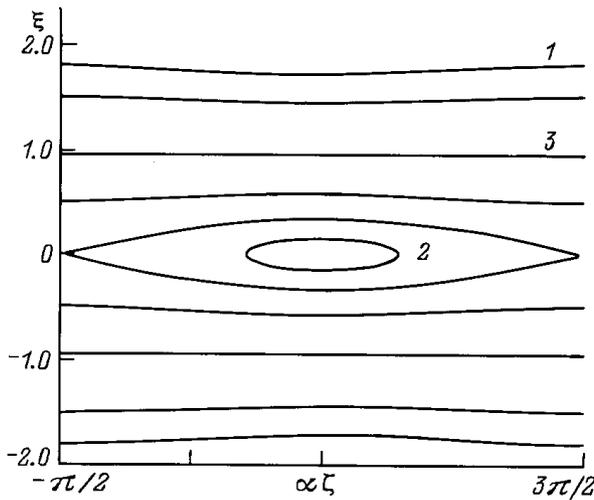
$$\frac{d\xi}{dt} = A \cos(\alpha\zeta)(\xi^2 - B), \quad (7)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -4\xi[1 + C \sin(\alpha\zeta)], \quad (8)$$

где

$$A = \frac{\varepsilon\pi\alpha^2}{2\eta \sin h(\pi\alpha/4\eta)},$$

$$B = -\left(\frac{1}{3}\eta^2 + \frac{\alpha^2}{48} - 1 \right), \quad C = \frac{A}{2\alpha}.$$



Фазовый портрет системы (4), (5) при $\varepsilon = 0.1, 2\eta = 1, \alpha = 1$.

Отметим, что A, B, C являются убывающими функциями α . Тогда условия для стационарных точек можно записать в виде

$$\xi = 0, \quad \alpha\zeta = \pi/2 + n\pi; \quad \xi = \pm\sqrt{B},$$

$$\alpha\zeta = -\arcsin(1/c)(-1)^n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

С помощью анализа линеаризованной системы (4), (5) можно показать, что точки $\alpha\zeta = \pi/2 + 2n\pi$ стабильны, а точки $\alpha\zeta = -\pi/2 + 2n\pi$ нестабильны. Фазовый портрет системы приведен на рисунке. В силу периодичности фазовых траекторий мы ограничились рисунком для значений $-\pi < \alpha\zeta < 3\pi/2$. Видны области конечного движения эффективной частицы, соответствующие колебаниям пространственного солитона как целого в системе туннельно-связанных волноводов, и области неограниченного движения, соответствующие растущему отклонению пучка. Отметим, что здесь проявляются эффекты двух типов. Первый связан с линейным периодическим потенциалом, второй — с периодической модуляцией дисперсии. При больших ξ доминирует дисперсионное возмущение в $R(u) \rightarrow v(x)u_{xx} \sim \xi^2 v(x)u$, что видно на фазовом портрете — область 1. При малых скоростях ξ мы имеем осцилляции солитона около дна каждой из ям периодического потенциала — область 2. Особый интерес представляет линия 3, где скорость солитона не меняется $\xi = \pm\sqrt{B}$. Здесь влияние дисперсионных и потенциальных возмущений на движение пространственного солитона уравновешивается. Учитывая, что скорость солитона ξ связана с углом распространения пучка в пачке волноводов, приходим к заключению, что варьирование константы туннельной связи между волноводами приводит к периодическим изменениям величины места выхода солитонного пучка из пачки волноводов. Последний эффект может иметь приложения для разработки оптических устройств на основе пространственных оптических солитонов.

б) Мелкомасштабные модуляции коэффициента туннельной связи. Для описания предела, когда $\alpha \gg \eta$, необходимо использование другого подхода, а именно того или иного варианта метода усреднения по быстрым изменениям $v(y)$. Применим здесь метод, предложенный в работе [13]. Предлагается получить уравнение для медленно меняющейся части волнового поля, используя разложение

$$u = U + A \cos(\alpha y) + B \sin(\alpha y) + C \cos(2\alpha y) + D \sin(2\alpha y) + \dots, \quad (10)$$

где функции U, A, B, C и D предполагаются медленно меняющимися в масштабе $\sim 1/\alpha$.

Выписывая уравнения для этих функций и используя асимптотические разложения по $1/\alpha$, можно получить замкнутое уравнение для $U(y, t)$. Полагая $\varepsilon < 1/\alpha, \alpha \gg 1$, получаем

$$iu_t + u_{yy} + 2|u|^2 u = -\frac{\varepsilon^2 \alpha^2}{16} u - \frac{\varepsilon^2}{16} (2iu_t - 6u_{yy} + 24|u|^2 u). \quad (11)$$

Таким образом, динамика пучка в системе туннельно-связанных волноводов описывается перенормированным нелинейным уравнением Шредингера. Первый член в правой части уравнения описывает изменение фазы солитона, остальные — изменение ширины солитона. Из (11) следует, что солитон уширяется

$$d' = d_0 \sqrt{\frac{1 + \varepsilon^2/8}{1 - 3\varepsilon^2/8}}. \quad (12)$$

Адиабатическая динамика солитона, изученная в данном разделе, справедлива при условии, когда можно пренебречь эффектами излучения. Обсудим вкратце влияние эффектов излучения волн пространственным солитоном.

Как показывает анализ, основанный на решении уравнений для коэффициента Иоста ассоциированной линейной спектральной задачи $b(\lambda)$, где λ — спектральный параметр [14] ($\lambda = 2k, k$ — волновое число), возникает излучение волн солитоном. Излучение сконцентрировано около двух спектральных точек

$$\lambda_{1,2} = -\xi \pm \sqrt{\alpha\xi - \eta^2}. \quad (13)$$

Групповая скорость излученных волн равна $v = -4\lambda_{1,2}$. Максимум излучения наблюдается при выполнении условия

$$\alpha/2 - \sqrt{\alpha\xi - \eta^2} \ll 1. \quad (14)$$

При малых по сравнению со скоростью ξ и частотой модуляции α амплитудах солитона η находим, что излучение максимально при выполнении условия

$$\alpha = v_s. \quad (15)$$

Видно, что резонансное излучение происходит, когда частота модуляции равна скорости солитона. В силу сильной связи излучения с солитоном происходит разрушение солитона при распространении в пачке волноводов. Точно такое же условие, как (15), было получено из качественных соображений в работе [15] при описании численных экспериментов по распространению солитона нелинейного уравнения Шредингера в периодически-неоднородной среде. Учитывая, что скорость солитона есть фактически угол распространения пучка в системе волноводов, находим, что должно быть интенсивное излучение при углах распространения

$$\psi_c = \arcsin(\alpha/8). \quad (16)$$

При этих значениях параметров наши результаты должны быть скорректированы. В частности, интенсивное излучение приведет к появлению радиационного затухания солитона и его торможению. Полный анализ проблемы излучения волн пространственным солитоном в системе волноводов и вычисление длины радиационного распада солитона будет проведено отдельно.

Заключение

В работе исследовано распространение пространственного солитона в системе туннельно-связанных волноводов с периодически меняющимся коэффициентом туннельной связи. Проблема изучается в рамках длинноволнового приближения. Задача сводится тогда к исследованию распространения солитона НУШ с периодическим дисперсионным и потенциальным возмущением. Изучена адиабатическая динамика солитона. Показано, что движение центра солитона описывается движением частицы единичной массы в зависящем от скорости и периодическом по координате солитона эффективном потенциале. Найдены стационарные точки для солитона. Показано, что предсказываемые эффекты могут быть применены для управления параметрами пучка в системе волноводов.

Исследовано также влияние мелкомасштабных модуляций коэффициента туннельной связи на распространение пространственного солитона. С помощью метода усреднения для нелинейных уравнений в частных производных выведено перенормированное нелинейное уравнение Шредингера для пучка и найдено изменение параметров солитона.

Проанализированы эффекты излучения волн пространственным солитоном. Найдено условие резонансного излучения волн солитоном и вычислен угол распространения, при котором пространственный солитон резонансно разрушается.

Автор признателен Б.А. Умарову и Е.Н. Цою за полезные обсуждения.

Данная работа частично финансировалась Фондом фундаментальных исследований при АН РУ (грант № 18-96).

Список литературы

- [1] *Maiëp A.* // Квантовая электрон. 1982. Т. 2. С. 1490.
- [2] *Jensen S.M.* // IEEE J. Quant. Electron. 1982. Vol. QE-18. N 10. P. 1580.
- [3] *Mortimore D.B., Arkwright J.M.* // Appl. Opt. 1990. Vol. 29. P. 1814.
- [4] *Christodoulou D.J., Joseph R.I.* // Opt. Lett. 1989. Vol. 13. P. 794.
- [5] *Aceves A.B., C.de Angelis, Trillo S., Wabnitz S.* // Opt. Lett. 1994. Vol. 19. P. 332.
- [6] *Muschall R., Schmidt-Hattenberger S., Lederer F.* // Opt. Lett. 1994. Vol. 19. P. 323.
- [7] *Абдуллаев С.С., Абдуллаев Ф.Х.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 25. С. 789.
- [8] *Маркузе Д.* Оптические волноводы. М.: Мир, 1974.
- [9] *Kawakami S., Haus H.A.* // IEEE J. Lightwave Technol. 1986. Vol. LT-4. P. 160.
- [10] *Krolikowski W., Kivshar Yu.S.* // Phys. Rev. 1996. Vol. E54.
- [11] *Карпман В.И., Маслов Е.П.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 573.
- [12] *Kaup D.J., Newell A.C.* // Proc. Roy. Soc. 1978. Vol. A361. P. 413.
- [13] *Kivshar Yu.S., Turitsyn S.K.* // Phys. Rev. 1994. Vol. E49. P. R2536.
- [14] *Abdullaev F.Kh., Caputo J.G., Flytzanis N.* // Phys. Rev. 1994. Vol. E52. P. 1552.
- [15] *Scharf R., Bishop A.R.* // Phys. Rev. 1994. Vol. A43. P. 6535.