Журнал технической физики, 1998, том 68, № 4

01

Фотофорез гетерогенных по теплопроводности крупных аэрозольных частиц

© Ю.И. Яламов, А.С. Хасанов

Московский педагогический университет,
107005 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 10 ноября 1996 г.)

Рассматривается задача о фотофорезе крупной твердой сферической аэрозольной частицы в неоднородном по температуре однокомпонентном газе с учетом инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики и скачка температуры в слое Кнудсена. Задача решается в сферических координатах r, Θ, φ. Сначала рассматривается фотофорез однородной частицы. Затем результаты обобщаются для неоднородной частицы. В качестве модели, описывающей широкий класс природных аэрозольных частиц и частиц, полученных искусственным путем, выбирается частица, переменный коэффициент теплопроводности $\varkappa_i$ которой является функцией r. Доказано, что если игнорировать переменную внутреннюю теплопроводность частицы $\varkappa_i = \varkappa_i(r)$ и в расчетах использовать только значение коэффициента теплопроводности на поверхности частицы $\varkappa_i(\alpha)$, считая при этом частицу однородной, то ошибка можеть быть существенной. Также показано, что частицу с переменной внутренней теплопроводностью $\varkappa_i = \varkappa_i(r)$ и плотностью тепловых источников внутри частицы $q_i(r, \Theta)$ можно рассматривать как однородную частицу со значением коэффициента теплопроводности $\gamma\varkappa_i(a)$ и плотностью тепловых источников $m(r)q_i(r, \Theta)$. В общем случае для γ и $m(r)$ приведены рекуррентные формулы. Для модели частицы с сильно выраженной неоднородностью найдены аналитические выражения для γ и $m(r)$.

Введение

Мысль о возможности движения частиц под действием света была высказана еще Кеплером. Корпускулярная теория Ньютона подкрепила эту идею, а существование светового давления было доказано в России Лебедевым. Однако Эренхафт [1] открыл эффект движения частиц пыли, взвешенных в воздухе, в луче мощной лампы: некоторые частицы двигались по направлению к источнику излучения. Этот эффект нельзя было объяснить действием силы светового давления. Эренхафт назвал открытый им эффект фотофорезом. Движение частиц в направлении распространения света было названо положительным фотофорезом, а движение в обратном направлении — отрицательным фотофорезом. Указанный выше эффект кратко можно объяснить так. Поглощение света частицей приводит к распределению электромагнитной энергии падающего оптического излучения по объему частицы. Внутри частицы возникают источники тепловой энергии с некоторой объемной плотностью $q_i(r, \Theta)$, которые неоднородно нагревают частицу. Молекулы газа после соударения с поверхностью частицы отражаются от нагретой стороны частицы с большей скоростью, чем от холодной. В результате частица приобретает нескомпенсированный импульс, направленный от горячей стороны частицы к холодной. В зависимости от размеров и оптических свойств материала частицы более горячей может оказаться как освещенная, так и теневая сторона частицы. Следовательно, может иметь место как положительный, так и отрицательный фотофорез. Кроме того, если поток излучения неоднороден по сечению, то может возникнуть и поперечное относительно направления распространения электромагнитного излучения движение частицы в газе [2].

После Эренхафта эффект изучался в ряде работ, но вопросы движения частиц в поле оптического излучения сначала представляли лишь научный интерес, так как было мало отмеченных практически важных проявлений этого эффекта (например, рассматривалось влияние солнечного излучения на скорость оседания аэрозольных частиц в атмосфере Земли [3,4]). В последние годы ситуация резко изменилась в связи с применением лазеров и интерес к фотофорезу возрос. Имеется целый ряд теоретических и экспериментальных работ по теории фотофореза (см., например, [5–8]). Были предложены многочисленные применения эффекта движения макрочастиц в лазерном луче: разделение частиц в жидкости, оптическая левитация частиц в воздухе и вакууме, захват и удержание частиц в лазерном луче и т.д. Высокая монохроматичность лазерного излучения и возможность перестройки длины волны позволяют управлять движением макрочастиц, селективно выделить частицы заданного свойства из потока аэрозоля, выбирая длину волны излучения внутри полосы поглощения вещества частицы.

Как правило, величина фотофоретической силы, вызванной соударениями молекул газа с неоднородно нагретой поверхностью часитцы много больше силы светового давления. В редких случаях приходится рассматривать совместное действие двух указанных сил. Кроме того, в некоторых случаях существенным является эффект реакции испаряющихся молекул.

Теоретические методы, которые используются при выводе выражений для фотофоретической силы и скорости фотофореза, выбираются исходя из сравнения радиуса частицы a со средней длиной свободного пробега молекул газа λ. Если число Кнудсена $\mathrm{Kn} = \lambda/a$ является большим, то по классификации частиц в физике аэродисперсных систем, частица называется малой. Теория фотофореза для больших чисел Кнудсена строится на основе кинетической теории газов. Основным предположением здесь является то, что частица мало влияет на распределение по скоростям окружающего ее газа. Наиболее точные результаты для фотофоретической силы и скорости фотофореза приведены в работе [9]. В выражениях для фотофоретической силы и скорости фотофореза малых частиц существенными являются коэффициенты аккомодации тангенциального импульса и энергии. Результаты экспериментов [8,10] хорошо согласуются с теорией. Если число Кнудсена является малым, то частица называется "крупной" и в этом случае теория фотофореза строится на основе гидродинамического метода, т. е. совместно решаются уравнения гидродинамики и уравнения переноса тепла [11]. При малых часлах Рейнольдса $\mathrm{Re} = Ua/\nu$, где U — скорость обтекающего частицу потока газа на большом расстоянии от частицы, а ν — коэффициент кинематической вязкости, уравнения гидродинамики заменяются линеаризованными уравнениями [12,13]. Этот же подход был использован и при решении задачи о фотофоретическом движении умеренно крупных аэрозольных частиц. Подробный обзор работ по теории фотофореза можно найти в работах [14,15]. Однако в случае крупных аэрозольных частиц имеет место некоторое расхождение между теоретическими значениями для скорости фотофореза и экспериментальными данными. Этот факт стимулирует поиск новых эффектов, учет которых может улучшить известные модели.

В данной работе рассматривается фотофоретическое движение неоднородной по теплопроводности крупной твердой сферической аэрозольной частицы, взвешенной в однокомпонентном газе, при малых значениях числа Рейнольдса с учетом инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики (метод Осеена) и скачка температуры в слое Кнудсена.

Уравнения и граничные условия

Рассмотрение движения начнем в системе координат, начало которой совпадает с центром тяжести газовой среды. На частицу падает электромагнитное излучение, которое нагревает ее поверхность. Газ начинает скользить вдоль поверхности частицы в направлении возрастания температуры. Тепловое скольжение вызывает появление фотофоретической силы. Под воздействием фотофоретической силы частица приходит в ускоренное движение. Когда величина фотофоретической силы становится равной величине силы вязкого сопротивления среды, частица начинает двигаться прямолинейно и равномерно с некоторой фотофоретической скоростью $\mathbf{U}_{\mathrm{ph}}$. В силу малости времени тепловой релаксации будем считать, что процесс теплопереноса в системе частица–газовая среда протекает квазистационарно. Далее все время будем работать в системе координат $0xyz$, начало которой совпадает с центром частицы, а ось $0x$ направлена в сторону распространения однородного потока излучения, падающего на частицу. Переходя к сферическим координатам, угол Θ мы будем отсчитывать от положительного направления оси $0x$. В системе координат $0xyz$ частица неподвижна, а газ обтекает частицу. Ясно, что скорость газа на бесконечности $\mathbf{V}_\infty$ равна с обратным знаком величине $\mathbf{U}_{\mathrm{ph}}$, т. е. $\mathbf{V}_\infty = -\mathbf{U}_{\mathrm{ph}} = U\mathbf{i}$. Рассматривая стационарное движение однокомпонентного неоднородного по температуре газа относительно частицы при отсутствии внешних сил, мы приходим к следующим уравнениям движения [13,14]:

$$U\,\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{V}, \qquad \mathrm{div}\mathbf{V} = 0, \tag{1}$$

$$V_x\Big|_{r\to\infty} = U, \quad V_y\Big|_{r\to\infty} = 0, \quad V_z\Big|_{r\to\infty} = 0, \quad p\Big|_{r\to\infty} = p_{e\infty},$$

$$V_r\Big|_{r=a} = 0, \quad V_\Theta\Big|_{r=a} = K_{TSl}\,\frac{\eta_e}{\rho_e T_{e0} a}\left(\frac{\partial T_e}{\partial \Theta}\right)\Bigg|_{r=a}, \tag{2}$$

где $\mathbf{V}$ — скорость потока, ρ — плотность, p — давление в газе, K_{TSl} — коэффициент теплового скольжения [16], η_e — вязкость газовой среды, T_e — температура газа (везде в дальнейшем нижний индекс e обозначает газовую среду, а индекс i — частицу), T_{e0} — значение T_e при $r = 0$.

Уравнения (1) получены с учетом главных инерционных членов в уравнении Навье–Стокса (метод Осеена [13]). Величины V_r, V_Θ, p и T_e мы будем считать функциями только r и Θ. В нашей постановке задачи $V_\varphi = 0$.

Падающее на частицу электромагнитное излучение поглощается ею и распределяется по объему. В результате внутри частицы возникают источники тепловой энергии с некоторой плотностью q_i, которую тоже будем считать функцией r и Θ. Поэтому тепловая часть задачи имеют следующий вид [15]:

$$\Delta T_e = 0, \tag{3}$$

$$\mathrm{div}\big(\varkappa_i \nabla T_i\big) + q_i = 0, \tag{4}$$

$$\left(\varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=a} = \varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r}\Bigg|_{r=a},$$

$$\big(T_e - T_i\big)\Big|_{r=a} = C_T \lambda \frac{\partial T_e}{\partial r}\Bigg|_{r=a}, \tag{5}$$

$$T_i\Big|_{r\to 0} \neq \infty, \qquad T_e\Big|_{r\to\infty} = T_{e\infty}. \tag{6}$$

Здесь T_i — температура внутри частицы, $\varkappa_e$ и $\varkappa_i$ — коэффициенты теплопроводности газа и частицы соответственно, C_T — коэффициент скачка температуры [14]. Величину T_i будем считать функцией r и Θ. Сходимость в условии на бесконечности будем считать равномерной по Θ. Величина $\varkappa_e$ считается постоянной, а о величине $\varkappa_i$ будет сказано позже.

Фотофорез однородной по теплопроводности аэрозольной частицы

Рассмотрим сначала тепловую часть этой задачи. Уравнение (4) системы (3)–(6) в этом случае может быть записано в виде

$$\Delta T_i = -q_i/\varkappa_i. \qquad (7)$$

Используя теорию гармонических функций (в том числе теорию регулярных в бесконечности функций [17]), на основе принципа максимума [17] и принципа Заремба [18] можно доказать, что эта задача имеет единственное решение. Решение этой задачи будем искать в классе разложений вида

$$T_i = \sum_{n=0}^{\infty} T_{in}(r)P_n(\cos\Theta), \qquad T_e = \sum_{n=0}^{\infty} T_{en}(r)P_n(\cos\Theta),$$

где $T_{in}(r)$, $T_{en}(r)$ — неизвестные функции, P_n — полиномы Лежандра.

Для существования решения дополнительно предполагаем, что

$$q_i = \sum_{n=0}^{\infty} q_{in}(r)\,P_n(\cos\Theta),$$

где $q_{in}(r)$ — некоторые функции, которые могут быть найдены через q_i на основе ортогональности многочленов Лажандра по следующей формуле:

$$q_{in}(r) = \frac{2n+1}{2}\int\limits_0^{\pi} q_i(r,\Theta)P_n(\cos\theta)\sin\Theta\,d\Theta.$$

Переходим к доказательству существования решения. Из уравнения (3), с учетом (6) получаем, что

$$T_e = T_{e\infty} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_{en}}{r^{n+1}}\,P_n(\cos\Theta), \qquad (8)$$

где A_{en} — неопределенные коэффициенты.

Из уравнения (7) мы получаем следующее дифференциальное уравнение для T_{in}:

$$r^2T''_{in} + 2rT'_{in} - n(n+1)T_{in} = -r^2\frac{q_{in}}{\varkappa_i}. \qquad (9)$$

Решая уравнение (9) стандартными методами [19], получаем

$$T_{in} = \frac{A_{in}}{r^{n+1}} + r^nB_{in} + \frac{1}{(2n+1)\varkappa_i}$$
$$\times\left[\frac{1}{r^{n+1}}\int\limits_a^r q_{in}r^{n+2}dr - r^n\int\limits_a^r q_{in}\frac{dr}{r^{n-1}}\right].$$

Подставляя теперь найденные разложения для T_i и T_e в граничные условия (5) и учитывая условие (6), получаем совместную систему линейных уравнений для определения коэффициентов A_{en}, A_{in}, B_{in}. Существование решения доказано.

Переходим к анализу гидродинамической части (1), (2) этой задачи. Нас интересует выражение фотофоретической скорости, что в свою очередь выводится из выражения для силы. Если вместо уравнений (1) рассматривать уравнения

$$0 = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\mathbf{V}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{V} = 0, \qquad (10)$$

то получим обобщение метода Стокса на неизотермический случай. Граничное условие теплового скольжения (2) распадается при этом на бесконечное число уравнений, так как радиальная составляющая V_r массовой скорости $\mathbf{V}$ ищется в виде разложения

$$V_r = \sum_{n=1}^{\infty} V_{rn}(r)P_n(\cos\Theta), \qquad (11)$$

а тангенциальная составляющая V_Θ в виде разложения

$$V_\Theta = -\frac{2}{\sin\Theta}\sum_{n=1}^{\infty} V_{\Theta n}(r)J_{n+1}(\cos\Theta), \qquad (12)$$

где $V_{rn}, V_{\Theta n}$ — неизвестные функции, J_{n+1} — функции Гегенбауэра.

Известно [11], что для определения величины силы достаточно определить первые члены в разложениях (11), (12). Пусть $V_r^{(1)}$, $V_\Theta^{(1)}$, $T_e^{(1)}$ — соответственно первые члены в разложениях (11), (12) и (8) (т. е. члены, соответствующие $n=1$). Тогда из условия (2) следует, что

$$V_\Theta^{(1)}\Big|_{r=a} = K_{TSl}\,\frac{\eta_e}{\rho_eT_{e0}a}\left(\frac{\partial T_e^{(1)}}{\partial\Theta}\right)\Bigg|_{r=a}. \qquad (13)$$

Если ввести обозначение

$$\varepsilon = K_{TSl}\,\frac{\eta_e}{\rho_eT_{e0}a}\left(\frac{\partial T_e^{(1)}}{\partial\Theta}\right)\Bigg|_{\substack{r=a\\ \Theta=\frac{\pi}{2}}}, \qquad (14)$$

то формула Стокса [13] $\mathbf{F}_c = 6\pi\eta U_a$ для силы, испытываемой сферической частицей обобщается следующим образом:

$$\mathbf{F}_c = 6\pi\eta U_a\left(1+\frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{U}\right)\mathbf{i}. \qquad (15)$$

Из формулы (15) легко вывести следующую формулу для скорости фотофореза:

$$\mathbf{U}_{\text{ph}} = \frac{2}{3}\,\varepsilon\mathbf{i}. \qquad (16)$$

Таким образом, в выражение для скорости фотофореза входит из тепловой части задачи только $T_e^{(1)}$. Если $\mathbf{V}$ искать с учетом инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики на основе уравнений (1), заменяя при этом

T_e в условии (2) на $T_e^{(1)}$, то формула (15) обобщается следующим образом [20]:

$$\mathbf{F}_c = 6\pi\eta U a \left(1 + \frac{3}{8}\,\mathrm{Re}\right)\left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{\varepsilon}{U}\right)\mathbf{i}. \tag{17}$$

Из (17) следует, что скорость фотофореза нечувствительна к учету инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики в рамках описанного нами подхода. Из (8) следует, что

$$\left.\frac{\partial T_e}{\partial \Theta}\right|_{\substack{r=a\\ \Theta=\pi/2}} = -\frac{A_{e1}}{a^2}. \tag{18}$$

При доказательстве существования решения было сказано, что система линейных уравнений для определения коэффициентов A_{en}, A_{in}, B_{in}, совместна. Из этой системы в частности получается, что

$$A_{el} = \frac{3}{4\pi}\,\frac{(\mathbf{D},\mathbf{i})}{2\varkappa_e + (1 + 2C_T\lambda/a)\varkappa_i}, \tag{19}$$

где

$$\mathbf{D} = \left(\int\limits_V (q_i, \mathbf{r}, \mathbf{i})\,dV\right)\mathbf{i} \tag{20}$$

— дипольный момент плотности тепловых источников (интегрировние ведется по всему объему частицы V).

На основании формул (16), (14), (18)–(20) получаем, что

$$\mathbf{U}_{\mathrm{ph}} = \frac{-2\nu_e K_{TSl}}{3T_{e0}(2\varkappa_e + \varkappa_i\beta)}\left(\frac{1}{V}\int\limits_V (q_i, \mathbf{r}, \mathbf{i})dV\right)\mathbf{i},$$

$$\beta = 1 + 2C_T\lambda/a. \tag{21}$$

Переменная теплопроводность

Вообще говоря, $\varkappa_i$ является переменной величиной, зависящей от r и Θ. Для большинства природных аэрозольных частиц и частиц, полученных искусственным путем, зависимость $\varkappa_i$ от r является существенной, а зависимость же от Θ слабая, например, если аэрозольная частица образовалась на ядре конденсации, а затем затвердела, сохранив неоднородную внутреннюю структуру, причем изменение теплопроводности связано с различным составом ядра частицы и ее оболочки. Зависимость $\varkappa_i$ от переменной Θ у таких частиц может быть обусловлена известной зависимостью $\varkappa_i$ от T_i, которая в свою очередь является функцией r и Θ. Но зависимостью $\varkappa_i$ от T_i можно пренебречь. Действительно, реальный перепад температуры δT_i на размере частицы имеет порядок $\delta T_i = a|(\nabla T_e)_\infty|$. Учитывая, что $a \sim 10^{-6}$ m, замечаем, что, для того чтобы перепад δT_i был хотя бы порядка 100 K, значение $|(\nabla T_e)_\infty|$ должно быть порядка 10^8 (K/m), что не встречается никогда в реальных аэрозольных системах на Земле. Величина $\delta T_i \sim 100$ K — это тот минимальный, на наш взгляд, перепад температуры на размере частицы, при котором начнет хоть как-то проявляться влияние изменения температуры на теплопроводность известных веществ. На основании вышесказанного, будем считать $\varkappa_i = \varkappa_i(r)$. Под $\varkappa_i(r)$ будем иметь в виду положительную функцию, заданную на некотором полуинтервале $[0, b)$, содержащем отрезок $[0, a)$. Функцию $\varkappa_i(r)$ будем считать представимой в виде

$$\varkappa_i(r) = \sum_{s=0}^{\infty} \varkappa_{i,s} r^s, \qquad r \in [0.b). \tag{22}$$

Так же будем предполагать, что продолжение $\varkappa_i^*(t)$ функции $\varkappa_i(r)$ на комплексную плоскость $\mathbb{C}$ на основе (22) не имеет нулей внутри круга $|t| < b$.

Фотофорез аэрозольной частицы с переменной теплопроводностью

Начнем с тепловой части (3)–(6) этой задачи. Уравнение (4) в этом случае приобретает вид

$$\Delta T_i = -\frac{\varkappa_i'}{\varkappa_i}\,\frac{\partial T_i}{\partial r} - \frac{q_i}{\varkappa_i}. \tag{23}$$

Решение этой задачи также ищем в виде разложений по полиномам Лежандра. Ясно, что T_e будет иметь вид (8). Для нахождения T_{in} вместо уравнения (9) получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$r^2 T_{in}'' + \left(2 + r\frac{\varkappa_i'}{\varkappa_i}\right) r T_{in}' - n(n+1) T_{in} = -r^2 \frac{q_{in}}{\varkappa_i}. \tag{24}$$

Из (22) следует, что одно частное решение M_{1n} однородного уравнения, соответствующего неоднородному дифференциальному уравнению (24), может быть найдено в классе обобщенных степенных рядов [19,21]. Пусть

$$b_0 = 2, \quad b_1 = \frac{\varkappa_{i,1}}{\varkappa_{i,0}}, \quad b_s = \frac{s\varkappa_{i,s} - \sum\limits_{j=1}^{s-1} \varkappa_{i,j} b_{s-j}}{\varkappa_{i,0}},$$

где $s \geqslant 2$.

Через коэффициенты b_s определим коэффициенты $\alpha_s^{(n)}$:

$$\alpha_0^{(n)} = 1, \quad \alpha_s^{(n)} = -\frac{\sum\limits_{j=1}^{s} (n + s - j)\alpha_{s-j}^{(n)} b_j}{s(s + 2n + 1)},$$

где $s \geqslant 1$.

Тогда можно показать [19], что степенной ряд

$$M_{1n} = r^n \sum_{s=0}^{\infty} \alpha_s^{(n)} r^s$$

сходится на $[0, b)$ и удовлетворяет уравнению (24). Второе решение M_{2n} (соответствующего однородного уравнения), линейно независимое с M_{1n}, может быть найдено по формуле [19]

$$M_{2n} = M_{1n} \int\limits_a^r \frac{dr}{r^2 \varkappa_i M_{1n}^2}.$$

Заметим, что $M_{1n} \sim r^n$ при $r \to 0$, а если $\varkappa_i \equiv \text{const}$, то $M_{1n} = r^n$. Функции M_{1n} и M_{2n} образуют фундаментальную систему решений однородного уравнения, соответствующего уравнению (24). Через них общее решение уравнения (24) может быть записано в виде [19]

$$T_{in} = A_{in}M_{2n} + B_{in}M_{1n} - M_{1n}\int\limits_a^r M_{2n}q_{in}r^2dr + M_{2n}\int\limits_a^r M_{1n}q_{in}r^2dr.$$

Подставляя теперь T_e и T_i в граничные условия (5) и учитывая граничное условие для T_i из (6), получаем совместную систему линейных уравнений для определения коэффициентов A_{en}, A_{in}, B_{in}. Таким образом, существование решения доказано. В частности,

$$A_{e1} = \frac{3}{4\pi}\,\frac{(\mathbf{D}', \mathbf{i})}{T_{e0}\left[2\varkappa_e + \gamma\varkappa_i(a)\beta\right]}, \tag{25}$$

где

$$\mathbf{D}' = \left(\int\limits_V \big(m(r)q_i\mathbf{r}, \mathbf{i}\big)\,dV\right)\mathbf{i},$$

$$m(r) = \frac{aM_{11}(r)}{rM_{11}(a)}, \qquad \gamma = a\,\frac{M'_{11}(a)}{M_{11}(a)}.$$

Скорость фотофореза находим на основании формул (16), (14), (18) и (25)

$$\mathbf{U}_{\text{ph}} = \frac{-2\nu_e K_{TSl}}{3T_{e0}\left[2\varkappa_e + \gamma\varkappa_i(a)\beta\right]} \times \left(\frac{1}{V}\int\limits_V \big(m(r)q_i, \mathbf{r}, \mathbf{i}\big)dV\right)\mathbf{i}. \tag{26}$$

Пусть $\alpha = \varkappa_e/\varkappa_i(a)$. Тогда $\mathbf{U}_{\text{ph}}$ можно следующим образом выразить через $\mathbf{U}_{\text{ph}}\Big|_{\varkappa_i \equiv \varkappa_i(a)}$, вычисленную по формуле (21) при $\varkappa_i \equiv \varkappa_i(a)$:

$$\mathbf{U}_{\text{ph}} = \mathbf{U}_{\text{ph}}\Big|_{\varkappa_i \equiv \varkappa_i(a)} \left\{1 + \frac{(R-1)(\beta + 2\alpha) + (1-\gamma)\beta}{2\alpha + \beta\gamma}\right\}, \tag{27}$$

где

$$R = \int\limits_V \big(m(r)q_i\mathbf{r}, \mathbf{i}\big)dV \Big/ \int\limits_V (q_i\mathbf{r}, \mathbf{i})dV.$$

Заметим, что если $\varkappa_i \equiv \varkappa_i(a)$, то $M_{11}(r) \equiv r$, следовательно, $\gamma = 1$, $R = 1$ и в этом случае формула (26) совпадает с формулой (21).

Черное тело

Когда частица поглощает электромагнитное излучение как черное тело, поглощение происходит в тонком слое толщиной $\delta \ll a$, прилегающем к нагреваемой части поверхности. Если E — интенсивность падающего излучения, то

$$q_i(r,\theta) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant \Theta < \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leqslant r \leqslant a, \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leqslant \Theta \leqslant \pi, \quad 0 \leqslant r < a - \delta, \\ -\frac{E}{\delta}\cos\Theta, & \frac{\pi}{2} \leqslant \Theta \leqslant \pi, \quad a - \delta \leqslant r \leqslant a. \end{cases}$$

Поэтому формула (26) для черного тела приобретает следующий вид:

$$\mathbf{U}_{\text{ph}} = K_{TSl}\,\frac{\nu_e}{3T_{e0}\left[2\varkappa_e + \gamma\varkappa_i(a)\beta\right]}\,E\mathbf{i}.$$

Для черного тела формула (27) упрощается

$$\mathbf{U}_{\text{ph}} = \mathbf{U}_{\text{ph}}\Big|_{\varkappa_i \equiv \varkappa_i(a)}\Big(1 + f(\alpha,\beta,\gamma)\Big),$$

$$f(\alpha,\beta,\gamma) = \frac{(1-\gamma)\beta}{2\alpha + \beta\gamma}.$$

Пусть $10^{-3} \leqslant \alpha \leqslant 1$, $1 \leqslant \beta \leqslant 1.6$, $0.2 \leqslant \gamma \leqslant 8$. Условие на α охватывает широкий спектр сочетаний среда–частица. Условие на β охватывает зону малых чисел Кнудсена. Условию на γ мы придадим физический смысл в следующем разделе. Исследуя функцию $f(\alpha,\beta,\gamma)$ при указанных выше условиях на α, β, γ, находим, что $f(\alpha,\beta,\gamma)$ меняется в интервале от -0.8 до 4. Таким образом, переменная внутренняя теплопроводность $\varkappa_i = \varkappa_i(r)$ может внести существенные изменения в фотофоретическую скорость, вычисленную при $\varkappa_i \equiv \varkappa_i(a)$.

Модель частицы с сильно выраженной неоднородностью

В качестве модели такой частицы рассмотрим зависимость

$$\varkappa_i(r) = \varkappa_i(0)\exp(kr),$$

где k — произвольная постоянная.

В этом случае можно показать, что

$$\gamma = \left(-2 + x\,\frac{\exp(x) - 1 - x}{\exp(x) - 1 - x - 0.5x^2}\right)\Bigg|_{x=-ak},$$

$$\frac{M_{11}(r)}{r} = 6\left(\frac{\exp(x) - 1 - x - 0.5x^2}{x^3}\right)\Bigg|_{x=-kr}.$$

Таким образом, в этом случае γ и $M_{11}(r)$ получают аналитические представления. В случае черного тела, коэффициент теплопроводности которого подчиняется экспоненциальному закону, легко показать, что неравенство

$0.2 \leqslant \gamma \leqslant 8$ равносильно неравенству $-10 \leqslant ak \leqslant 10$. Но ak характеризует относительный перепад коэффициента теплопроводности на расстоянии в один радиус частицы. Следовательно, условие на γ из предыдущего раздела тоже получило физическую интерпретацию. Это условие охватывает широкий спектр относительных перепадов коэффициента теплопроводности на расстоянии в один радиус частицы.

Основные выводы

Скорость частицы остается нечувствительной к учету инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики. Так как влияние переменной внутренней теплопроводности частицы $\varkappa_i = \varkappa_i(r)$ на ее фотофоретическое движение может быть существенным, то в экспериментах необходимо использовать только однородные аэрозольные частицы, полученные искусственным путем. Неоднородные по теплопроводности частицы, описываемые выбранной нами моделью с внутренней теплопроводностью $\varkappa_i = \varkappa_i(r)$ и объемной плотностью тепловых источников внутри частицы $q_i(r, \Theta)$, могут рассматриваться как однородные частицы с постоянным значением коэффициента теплопроводности $\gamma\varkappa_i(a)$ и объемной плотностью тепловых источников внутри частицы $q_i(r, \Theta)aM_{11}(r)/[rM_{11}(a)]$.

Список литературы

[1] *Ehrenhaft F.* // Ann. Phys. 1918. Bd 55. S. 81–132.
[2] *Кутуков В.Б., Яламов Ю.И.* // Нелинейные эффекты при распространении лазерного излучения в атмосфере. Томск; 1977. С. 145–147.
[3] *Freining O.* // Aerosol Science / Ed. by C.N. Davies. New York: Academic Press, 1966. N 4.
[4] *Марков М.Г.* Канд. дис. М., 1983. 179 с.
[5] *Higy G.M., Brock J.R.* // J. Gephys. Res. 1967. Vol. 72. N 2. P. 455–460.
[6] *Lin S.P.* // J. Colloid Interface Sci. 1975. Vol. 51. N 1. P. 66–71.
[7] *Keng E.J., Orr C.G.* // Nature. 1963. Vol. 200. P. 352–358.
[8] *Tong N.T.* // J. Colloid Interface Sci. 1975. Vol. 51. N 1. P. 143–151.
[9] *Кутуков В.Б., Щукин Е.Р., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 3. С. 626–627.
[10] *Боголетов А.И., Быстрый Г.Г.* // Тез. Докл. XIV Всесоюз. конф. "Актуальные вопросы физики аэродисперсных систем". Одесса: Одесский университет, 1986. С. 153–154.
[11] *Хаппель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 632 с.
[12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.Д.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
[13] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. М.: ОГИЗ, 1948. 612 с.
[14] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 205 с.
[15] *Щукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л.* Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: МПУ, 1992. 297 с.
[16] *Ивченко И.И., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1969. № 6. С. 59–66.
[17] *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с.
[18] *Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф.* Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977. 222 с.
[19] *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. Т. II. М.: Наука, 1967. 655 с.
[20] *Яламов Ю.И., Хасанов А.С.* Термофорез твердой сферической крупной аэрозольной частицы с учетом инерционных эффектов в уравнениях гидродинамики. М.: МПУ, 1995. Деп. в ВИНИТИ № 3196-В95.
[21] *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.