04

Запертые и свободные электроны в прианодной области стратифицированного разряда

© Ю.Б. Голубовский, В.С. Некучаев, Н.С. Пономарев

Санкт-Петербургский государственный университет Научно-исследовательский институт физики,
198904 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 19 сентября 1996 г.)

В прианодной области стратифицированного тлеющего разряда в неоне измерены пространственные профили потенциала и функции распределения электронов по энергиям. Обнаружено, что в некоторые моменты времени на пространственных профилях потенциала появляются потенциальные ямы небольшой глубины, примыкающие к аноду. Функции распределения, измеренные в потенциальных ямах, отличаются резко выраженным максимумом медленных электронов от функций распределения в тех фазах страт, где ямы отсутствуют. Проанализирован механизм формирования ФРЭ для запертых в потенциальной яме электронов. Экспериментально обнаружено и интерпретировано возмущающее действие анода на ФРЭ по мере приближения к аноду.

Формирование функции распределения электронов (ФРЭ) в положительном столбе стратифицированного разряда в инертных газах при низких давлениях (меньших нескольких Torr) и малых токах (меньших десятков миллиампер) исследовалось в ряде теоретических и экспериментальных работ [1–7]. Сопоставление результатов экспериментов и расчетов ФРЭ на основе нелокальной кинетики электронов [2] в пространственно-периодических потенциальных полях позволило выявить основные причины формирования ФРЭ в S- и P-стратах [6,7]. В рассмотренных разрядных условиях падение потенциала на длине страты определяется потерями энергии электронов в упругих и неупругих ударах. Имеет место эффект бунчировки электронов [2], в результате чего на функции распределения появляется специфический максимум, который перемещается по энергии и координате. Для S-страт этот максимум связан с одной резонансной траекторией, к которой стягиваются электроны за счет бунчировки. Набор энергии электронами на этой резонансной траектории на одном периоде превышает порог возбуждения ε_1 на величину средних упругих потерь $\Delta\varepsilon$, падение потенциала на S-страте оказывается равным величине $\varepsilon_s = \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon$, а длина S-страты равняется $L_s = \varepsilon_s/eE_0$, где E_0 — среднее значение поля. В случае P-страты, как показывают эксперименты, падение потенциала на страте ε_p и длина страты L_p оказываются в два раза меньше, чем для S-страты. Поскольку ε_p заметно меньше, чем ε_1, электроны должны пройти два пространственных периода, чтобы набрать энергию, необходимую для возбуждения. Этому случаю соответствуют две резонансные траектории и соответственно два максимума на функции распределения, расстояние между которыми равно падению потенциала на P-страте. С этой точки зрения были интерпретированы результаты экспериментов по измерению ФРЭ в S- и P-стратах в положительном столбе разряда в неоне [6,7].

Задачей настоящей работы является исследование механизмов формирования ФРЭ в S- и P-стратах в прианодной области квазинейтральной плазмы стратифицированного разряда в неоне. Были выполнены эксперименты по измерению пространственных профилей потенциалов и функций распределения для S- и P-страт вблизи анода и в невозмущенном положительном столбе. На основе кинетического уравнения проанализирован вид ФРЭ при наличии и отсутствии потенциальных ям на пространственном профиле потенциала.

Измерения ФРЭ при наличии потенциальных ям вблизи анода

Эксперименты выполнялись в разряде в неоне при давлениях $p = 1{-}2$ Torr и токах $i = 10{-}20$ mA. Трубка радиусом $R = 1.4$ cm имела плоский анод, заполняющий все сечение разряда, и подвижный зонд, позволяющий выполнять измерения ФРЭ и потенциала плазмы на разных расстояниях от анода с шагом 2 mm на оси разряда. При каждом фиксированном положении зонда ФРЭ измерялись с временным разрешением 10 μs в 12 фазах страты. Методика корректных измерений пространственных распределений потенциала при наличии колебаний плазмы описана в работе [7].

Результаты измерений пространственных профилей потенциала для S- и P-страт в прианодной области в различные моменты времени приведены на рис. 1, *a–c*. Рис. 1, *a* соответствует S-стратам, которые при малых токах наблюдаются при давлениях $pR > 25$ Torr · cm, рис. 1, *b* — P-стратам с большой глубиной модуляции электрического поля, рис. 1, *c* — P-стратам вблизи нижней границы существования страт по току и почти синусоидальной модуляции электрического поля. Из рис. 1 видно, что аксиальное распределение потенциала можно представить в виде суперпозиции волны потенциала, колебаний потенциала плазмы как целого, линейно спадающего потенциала по направлению к катоду и анодного падения, примыкающего к аноду. При этом величина и знак анодного падения изменяются во времени таким образом, что в некоторые моменты времени потенциал плазмы вблизи анода становится положительным и

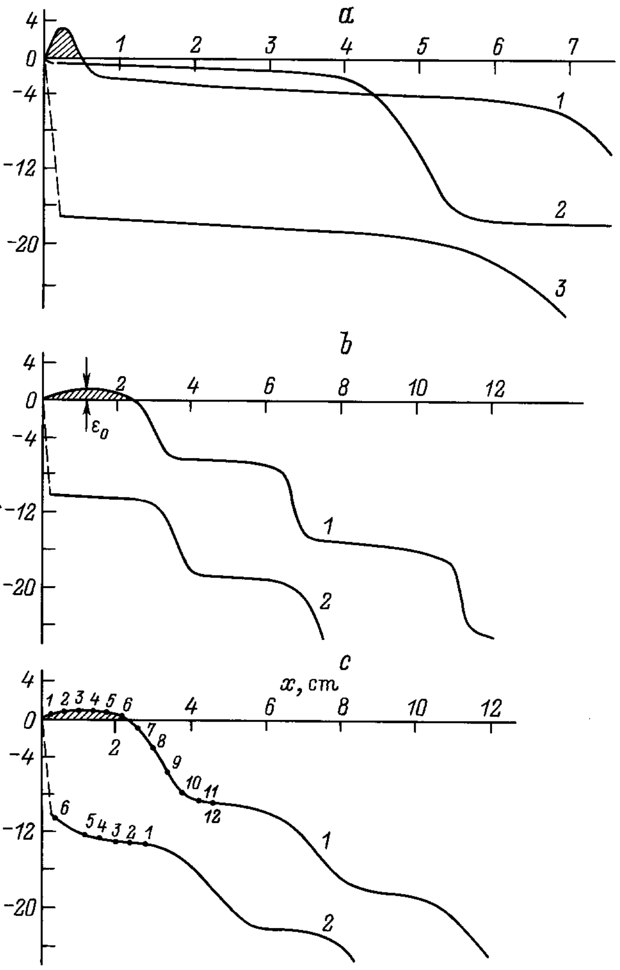

Рис. 1. Пространственные профили потенциала в S-стратах (a) и P-стратах (b, c), измеренные в различные моменты времени, μs: *1* — 270, *2* — 95, *3* — 370. Штриховые линии соединяют нулевой потенциал заземленного анода с потенциалом плазмы, измеренном на расстоянии $\sim$ 2 mm. В этой области должны развиваться анодные колебания. pR, Torr: a — 2.7, b — 2.24, c — 1; i/R, mA/cm: a — 13, b — 10, c — 14; a — $l_s = 7$ cm, $\varepsilon_s = 18$ eV; b — $L_p = 4.5$ cm, $\varepsilon_p = 10$; c — $L_p = 4.2$ cm, $\varepsilon_p = 9.1$ eV.

образуется потенциальная яма, запирающая электроны (заштрихованные области на рис. 1). Функции распределения, измеренные в потенциальных ямах, резко отличаются от ФРЭ, измеренных вне потенциальных ям, наличием ярко выраженного пика медленных электронов с энергиями $\sim$ 0.2–0.5 eV. На рис. 2 приведены ФРЭ, измеренные для S-страты на расстоянии 2 mm от анода (примерно центр потенциальной ямы) в различные моменты времени по периоду страты. В интервале $\sim 30\,\mu$s ($260-290\,\mu$s) наблюдается резкий пик медленных электронов. Кривая *1* на рис. 1, a с потенциальной ямой соответствует моменту времени 270 μs на оси времени рис. 2. Как видно из рисунка, пик медленных электронов приходится на те фазы страты, в которых наблюдаются потенциальные ямы.

Аналогичная картина наблюдается при измерениях ФРЭ в P-стратах при наличии потенциальных ям. На рис. 3 приведены ФРЭ, измеренные в P-стратах. Отчетливо видно, что в пределах потенциальной ямы ФРЭ стя-

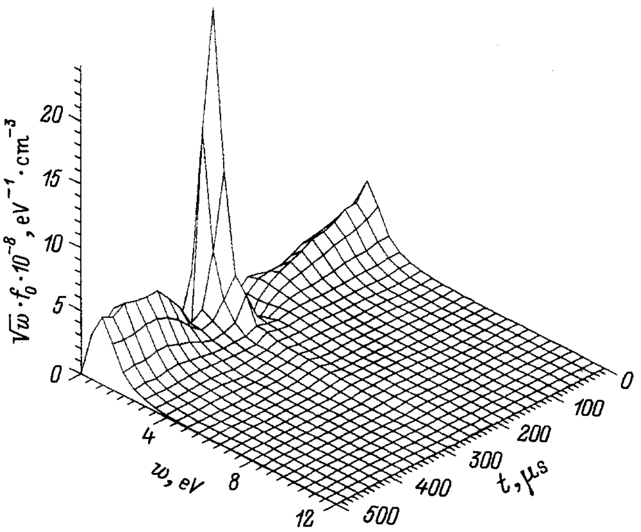

Рис. 2. ФРЭ, измеренные для S-страты на расстоянии 2 mm от анода в различные моменты времени.

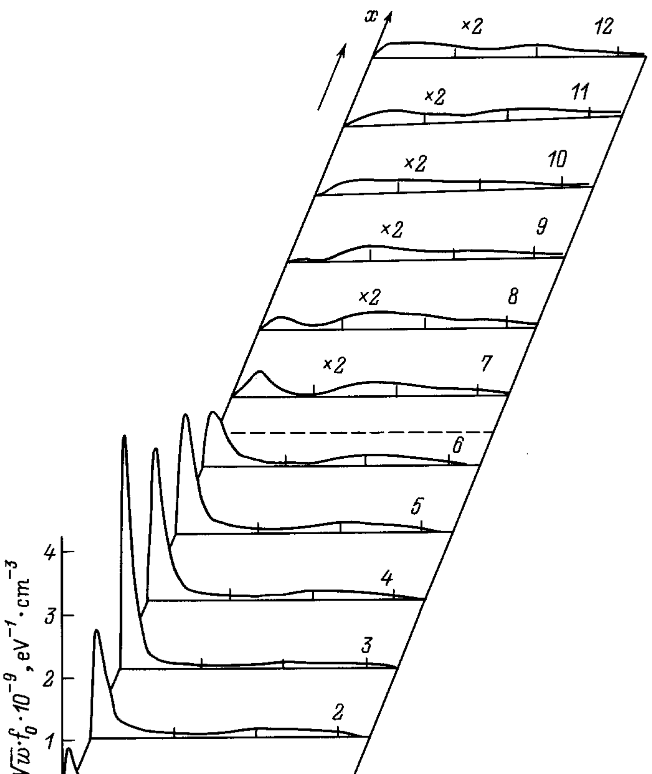

Рис. 3. ФРЭ, измеренные для P-страты в момент времени, соответствующий кривой *1* на рис. 1, c на разных расстояниях от анода в 12 точках, отмеченных на этой кривой. Штриховой чертой показана граница потенциальной ямы.

нута в область малых энергий $\leqslant 1$ eV, по мере удаления от анода амплитуда пика медленных электронов растет, достигает максимума в середине потенциальной ямы и затем спадает. При прохождении через границу ямы вид ФРЭ резко изменяется, ее амплитуда заметно падает, пик медленных электронов исчезает и ФРЭ приобретает вид характерный для P-страты в столбе. Таким образом, наиболее интересный эффект состоит в появлении ярко выраженной группы медленных электронов на функции распределения с энергиями, меньшими, чем глубина потенциальной ямы на пространственном профиле потенциала. Эти электроны вносят преобладающий вклад в полную концентрацию.

Появление медленных электронов на функции распределения наблюдалось в работе [8] при отрицательных анодных падениях в нестратифицированном разряде в неоне при заметно меньших давлениях ($pR = 0.1{-}0.05\,\mathrm{Torr\cdot cm}$).

Кинетика запертых электронов

Вопросы формирования функции распределения при наличии запертых электронов в потенциальных ямах анализировались в работах [9,10]. Интерпретация наблюдаемого в настоящей работе эффекта может быть проведена на основе одномерного кинетического уравнения, которое удобно записать в переменных: полная энергия $\varepsilon = w + e\varphi(x)$ и координата x (w — кинетическая энергия, $e\varphi(x)$ — потенциальная энергия).

Полагая, что время формирования ФРЭ заметно меньше периода страт, можно использовать квазистационарное приближение и записать кинетическое уравнение в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{2w^{3/2}}{3m\nu}\frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left[2\frac{m}{M}\nu w^{3/2}\left(f_0 + T_a\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\right]$$
$$+\frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left[2\nu_e w^{3/2}\left(A_1 f_0 + A_2\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)\right] = S^*, \qquad (1)$$

$f_0(\varepsilon, x)$ — изотропная часть функции распределения, $\nu(v)$ — транспортная частота упругих ударов,

$$\nu_e = \frac{4\pi\cdot e^4 n}{m^2 v^3}\ln\Lambda$$

— частота межэлектронных столкновений, $\ln\lambda$ — кулоновский логарифм, T_a — температура максвелловского распределения нейтральных атомов, m и M — массы электрона и атома

$$A_1 = \frac{1}{n}\int\limits_0^{\varepsilon} f_0(\varepsilon)\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon,$$

$$A_2 = \frac{2}{3n}\left[\int\limits_0^{\varepsilon}\varepsilon^{3/2} f_0(\varepsilon)d\varepsilon + \varepsilon^{3/2}\int\limits_{\varepsilon}^{\infty} f_0(\varepsilon)d\varepsilon\right]. \qquad (2)$$

Первый член в (1) описывает диффузию по координате x в фазовой плоскости ε, x (нагрев в электрическом поле), второй член описывает потери энергии в упругих ударах, а также нагрев при столкновениях с атомами, третий член описывает обмен энергией в межэлектронных столкновениях. В правой части стоит оператор неупругих столкновений, который можно приближенно представить в виде

$$S^* = \sqrt{w}\nu^*(w) f_0(\varepsilon, x) - \sqrt{w'}\nu^*(w') f_0(\varepsilon', x), \qquad (3)$$

где $\nu'(w)$ — суммарная транспортная частота неупругих ударов с порогом возбуждения ε_1.

При этом $\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_1$ и $w' = w + \varepsilon_1$. Как показано в работе [9], при наличии потенциальной ямы электроны можно разделить на две слабо связанные группы: запертые в яме электроны ($\varepsilon < \varepsilon_0$) и свободные ($\varepsilon > \varepsilon_0$), где ε_0 — глубина ямы. В случае когда длина энергетической релаксации по отношению к упругим и межэлектронным ударам заметно превышает размер ямы, можно считать, что электроны движутся в пределах ямы с сохранением полной энергии. При этом функция распределения в яме не зависит явным образом от координаты и является функцией полной энергии $f_0^t(\varepsilon)$. В этом случае для запертых электронов можно выполнить усреднение кинетического уравнения (1) по координате и записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left[\bar{V}_\varepsilon f_0^t(\varepsilon) + \bar{D}_\varepsilon\frac{\partial f_0^t(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\right] = q(\varepsilon), \qquad (4)$$

где

$$\bar{V}_\varepsilon = \frac{1}{L}\int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)} 2w^{3/2}\left(\frac{m}{M}\nu + A_1\right)dx,$$

$$\bar{D}_\varepsilon = \frac{1}{L}\int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)} 2w^{3/2}\left(A_2\nu_e + \frac{m}{M}\nu T_a\right)dx,$$

L — размер ямы, $x^+(\varepsilon)$ и $x^+(\varepsilon)$ — точки поворота для электронов с энергией ε.

Если яма близка к прямоугольной, то процедура усреднения упрощается путем замены кинетической энергии на полную. Если профиль ямы отличен от прямоугольной, то результат усреднения отличается численным множителем (например, для параболического профиля этот множитель ~ 1.5. Источники электронов в яме $q(\varepsilon)$ связаны с появлением медленных электронов в результате неупругих ударов свободных электронов с энергиями, превышающими порог возбуждения (второй член в правой части (3)). Полагая, что ФРЭ за порогом возбуждения известна $f_0^i(\varepsilon)$, можно записать выражение для $q(\varepsilon)$ в виде

$$q(\varepsilon) = \frac{1}{L}\int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)}\sqrt{w+\varepsilon_1}\cdot\nu^*(w+\varepsilon_1) f_0^i(\varepsilon+\varepsilon_1)dx. \qquad (5)$$

Уравнение (4) имеет физический смысл уравнения неразрывности для потока, который складывается из диффузии с коэффициентом $\overline{D}_\varepsilon$ и сноса со скоростью $\overline{V}_\varepsilon$, при наличии источника $q(\varepsilon)$. Как показывают данные экспериментов (рис. 3), характерная энергия запертых электронов ($\sim 0.2\,\mathrm{eV}$) заметно меньше глубины ямы ($\sim 1\,\mathrm{eV}$), что позволяет построить ФРЭ запертых электронов с нулевым граничным условием на $\varepsilon = \varepsilon_0$. Решение уравнения (4) в этом приближении имеет вид

$$f_0^t(\varepsilon) = \int\limits_{\varepsilon}^{\varepsilon_0} \frac{Q(\varepsilon')}{\overline{D}_{\varepsilon'}} \exp\left\{ \int\limits_{\varepsilon}^{\varepsilon'} \frac{\overline{V}_{\varepsilon''}}{\overline{D}_{\varepsilon''}} d\varepsilon'' \right\} d\varepsilon', \qquad (6)$$

где

$$Q(\varepsilon') = \int\limits_0^{\varepsilon'} q(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Из уравнения (6) легко виден предельный переход к максвелловской функции распределения для электронов с энергиями $\varepsilon < \varepsilon_0$. В случае, когда межэлектронные столкновения преобладают $(\nu_e \gg (m/M)\nu)$ отношение $\overline{D}_{\varepsilon''}/\overline{V}_{\varepsilon''}$ равно T_e и для $f_0^t(\varepsilon)$ получаем

$$f_0^t(\varepsilon) \approx \frac{Q(\varepsilon_0)}{D_{\varepsilon_0}} T_e \left(\mathrm{e}^{\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{T_e}} - 1\right) \approx \mathrm{const}\, \mathrm{e}^{-\frac{\varepsilon}{T_e}}. \qquad (7)$$

Если межэлектронные столкновения не играют определяющей роли, то функция распределения будет определяться температурой атомов T_a.

Для определения средней энергии (температуры) функции распределения (6) необходимо рассмотреть баланс энергии запертых электронов, который может быть получен путем умножения уравнения (1)–(3) на энергию и интегрирования по энергиям в интервале $0{-}\varepsilon_0$ и по координате в пределах ямы. Для запертых электронов как поток частиц, так и поток энергии по координате за пределы ямы равен нулю, что позволяет отбросить первый член уравнения (1) в балансе энергии.

Интегрирование второго члена уравнения (1) описывает обмен энергией запертых электронов при упругих ударах с атомами

$$H_a = \frac{1}{L} \int\limits_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon \int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)} w \frac{\partial}{\partial \varepsilon} 2\frac{m}{M} \varepsilon^{3/2} \nu \left(f_0^t(\varepsilon) + T_a \frac{\partial f_0^t(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) dx$$

$$\approx 2\frac{m}{M} \nu T_a \varepsilon^{5/2} \frac{\partial f_0^t(\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\Big|_{\varepsilon=\varepsilon_0} - 2\frac{m}{M} n^t \left(1 - \frac{T_a}{T_e}\right) \langle \nu w \rangle$$

$$= -H_a^d - H_a^V, \qquad (8)$$

где n^t — концентрация запертых электронов; первое слагаемое H_a^d правой части (8) описывает поток энергии электронов за пределы ямы за счет столкновений с атомами, имеющими отличную от нуля температуру (диффузионное остывание); второе слагаемое H_a^V описывает энергообмен с атомами в объеме ямы.

Особый интерес представляет обмен энергией запертых и свободных электронов за счет межэлектронных столкновений (третий член уравнения (1))

$$H_e = \frac{1}{L} \int\limits_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon \int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)} w \frac{\partial}{\partial \varepsilon} 2 w^{3/2} \nu_e \left(A_1 f_0 + A_2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) dx$$

$$\approx 2\nu_e A_2(\varepsilon_0) \varepsilon_0^{5/2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\Big|_{\varepsilon=\varepsilon_0} - 2 \int\limits_0^{\varepsilon_0} w^{3/2} \nu_e$$

$$\times \left[A_1 - \frac{\partial A_2}{\partial \varepsilon} \right] f_0 d\varepsilon = -H_e^d - H_e^*. \qquad (9)$$

Первый член H_e^d правой части (9) описывает диффузионное охлаждение запертых электронов за счет межэлектронных столкновений в яме. Величина $A_2(\varepsilon_0)$, как видно из (2), для запертых электронов составляет значение $\sim (2/3)\langle\varepsilon\rangle \sim T_e$. Второй член H_e^* в (9) после подстановки A_1, и $(\partial A_2)/(\partial \varepsilon)$ из (2) можно записать в виде

$$H_e^* = -2\frac{\nu_e \varepsilon^{3/2}}{n} \left\{ \int\limits_0^{\varepsilon_0} f_0(\varepsilon) d\varepsilon \int\limits_0^{\varepsilon} f_0(\varepsilon') \sqrt{\varepsilon'} d\varepsilon' \right.$$

$$\left. - \int\limits_0^{\varepsilon_0} f_0(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \int\limits_{\varepsilon}^{\infty} f_0(\varepsilon') d\varepsilon' \right\}.$$

Второй член в фигурных скобках можно преобразовать, разбивая пределы интегрирования внутреннего интеграла на $\varepsilon{-}\varepsilon_0$ и $\varepsilon_0{-}\infty$. Заменяя порядок интегрирования в первом из получившихся двух слагаемых, можно убедиться, что это слагаемое сокращается с первым членом в фигурных скобках. Физически это означает, что внутри ямы обмен энергией электронов приводит к компенсации охлаждения и нагрева. Окончательно для H_e^* получаем

$$H_e^* = 2\nu_e \varepsilon^{3/2} \frac{1}{n} \int\limits_0^{\varepsilon_0} f_0(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \int\limits_{\varepsilon_0}^{\infty} f_0(\varepsilon) d\varepsilon. \qquad (10)$$

Этот член описывает передачу энергии от свободных электронов ($\varepsilon > \varepsilon_0$) к запертым ($\varepsilon < \varepsilon_0$). Первый интеграл в выражении (10) дает концентрацию запертых электронов n^t. Второй интеграл в (10) по порядку величины можно оценить как $n^i/\sqrt{\varepsilon^i}$, где n^i — концентрация свободных электронов, ε^i — средняя энергия свободных электронов. Таким образом, нагрев запертых электронов за счет охлаждения свободных в межэлектронных столкновениях оказывается равным

$$H_e^* \cong 2\nu_e (\varepsilon^i) \varepsilon^i \frac{n^t n^i}{n}. \qquad (11)$$

Аналогичное выражение приведено в работе [9] для случая $n^t \approx n$.

К нагреву запертых электронов могут приводить неупругие удары свободных электронов с энергией $\varepsilon > \varepsilon_1$ за счет появления медленных электронов с энергией $\varepsilon-\varepsilon_1$. Величину этого нагрева можно получить, усредняя по яме второй член оператора неупругих столкновений (3), умноженный на энергию,

$$H_a^* = \frac{1}{L}\int\limits_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon \int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)} w\sqrt{w+\varepsilon_1}\cdot\nu^*(w+\varepsilon_1)f_0^i(\varepsilon+\varepsilon_1)dx$$

$$\approx \frac{1}{3}\nu_0^*\varepsilon_1^{5/2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)^3 f_0^i(\varepsilon_1). \qquad (12)$$

При вычислении (12) использовалась аппроксимация частоты неупругих ударов в виде

$$\nu^* = \nu_0^*\left(\frac{w}{\varepsilon_1}-1\right).$$

В рамках рассматриваемой модели средняя энергия (температура T_e) запертых электронов может быть вычислена из баланса энергии в виде

$$H_a^* + H_e^* - H_a^d - H_e^d - H_a^V = 0. \qquad (13)$$

Диффузионное охлаждение в уравнении баланса (13) $H_a^d + H_e^d$ в формулах (8) и (9) можно привести к виду, близкому к (12). Действительно, из (6) можно получить

$$\frac{\partial f_0^t}{\partial\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=\varepsilon_0} = -\frac{Q(\varepsilon_0)}{D_{\varepsilon_0}}.$$

Подставляя это значение производной в выражение для $H_a^d + H_e^d$, получаем

$$H_a^d + H_e^d = \varepsilon_0\int\limits_0^{\varepsilon_0} q(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{1}{2}\nu_0^*\varepsilon_1^{5/2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)^3 f_0^i(\varepsilon_1).$$

Окончательно уравнение, из которого должна быть найдена средняя энергия (температура T_e), имеет вид

$$2\nu_e(\varepsilon^i)\varepsilon^i\frac{n^t n^i}{n} - \frac{1}{6}\nu_0^*\varepsilon_1^{5/2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)^3 f_0^i(\varepsilon_1)$$

$$-3\frac{m}{M}\left(1-\frac{T_a}{T_e}\right)\nu(T_e)T_e n^t = 0. \qquad (14)$$

Для вычисления T_a по (14) необходимо знать концентрацию запертых n^t и свободных n^i электронов, ε^i и $f_0^i(\varepsilon_1)$ для электронов вне потенциальной ямы. Для конкретных расчетов были использованы полученные из экспериментальных измерений значения $\varepsilon^i \approx 4\,\text{eV}$, $n \approx 3\cdot10^9\,\text{cm}^{-3}$, $n^t \approx 2\cdot10^9\,\text{cm}^{-3}$, $n^i \approx 10^9\,\text{cm}^{-3}$, $\nu_e(\varepsilon^i) \approx 13\cdot10^4\,\text{s}^{-1}$, $\nu_0^* \approx 2\cdot10^8\,\text{s}^{-1}$, $\nu(T_e) = 2.2\cdot10^9\sqrt{T_e/\varepsilon_1}$, $\varepsilon_0 \approx 1\,\text{eV}$, $\varepsilon_1 = 16.6\,\text{eV}$, $T_e \approx 0.026\,\text{eV}$. Решение уравнения (14) оказывается критичным к значению ФРЭ на пороге возбуждения $f_0^i(\varepsilon_1)$. Это значение можно получить, сшивая по наклону функцию распределения в точке ε_1 из упругой и неупругой областей [11]. При этом получаем

$$f_0^i(\varepsilon_1) \approx \frac{9}{4}\frac{n^i}{\varepsilon_1^{3/2}}\left(\frac{4}{3}\right)^{1/3}\left(\frac{T_1}{\varepsilon_1}\right)^{2/3}\frac{z^{1/3}K_{1/3}(z)}{\Gamma(2/3)}\Big|_{z=0}$$

$$\approx \frac{9}{4}\frac{n^i}{\varepsilon_1^{3/2}}\left(\frac{T^*}{\varepsilon_1}\right)\frac{2^{2/3}}{3}\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)}$$

$$\approx 4.6\cdot10^6\,\text{eV}^{-3/2}\text{cm}^{-3}, \qquad (15)$$

где

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{\nu_0}{\nu_0^*}}\cdot eE_0\lambda; \quad T^* = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}\left(\frac{T_1}{\varepsilon_1}\right)^{2/3}.$$

Это значение $f_0^i(\varepsilon_1)$ удовлетворительно коррелирует с данными эксперимента. Расчеты по формуле (14) дают значение $T_e \approx 0.25\,\text{eV}$, что хорошо совпадает с положением пика медленных электронов на экспериментальной кривой (рис. 3).

Интересно отметить, что в балансе энергии (14) диффузионное охлаждение заметно превосходит охлаждение за счет упругих ударов и в основном компенсирует нагрев за счет межэлектронных столкновений. В рамках рассматриваемой модели формирования ФРЭ запертых электронов (условие "черной стенки" при $\varepsilon = \varepsilon_0$) поток частиц, попадающих в яму за счет неупругих ударов, равен потоку частиц, выходящих из ямы главным образом за счет межэлектронных ударов (испарения). В балансе энергии соответствующие потоки не компенсируют друг друга, поскольку испаряются электроны, имеющие энергию ε_0, а попадают в яму электроны, имеющие спектр в интервале $0-\varepsilon_0$.

Влияние стока электронов на анод на ФРЭ в стратах

Как показывают результаты экспериментов, в определенные моменты времени реализуются пространственные профили потенциала без потенциальных ям и обратных полей. Представляет определенный интерес выяснить причины отличий функций распределения электронов в стратах вблизи анода от этих функций в стратах в положительном столбе. На рис. 4 приведены ФРЭ, измеренные на расстоянии от 0 до 3 cm от анода для потенциальной кривой *2* на рис. 1, *c*. Из рисунка видно, что в прианодной области по мере приближения к аноду наблюдается спад ФРЭ по амплитуде, причем сначала наблюдается уменьшение числа медленных электронов, а затем обеднение ФРЭ затрагивает все более быстрые электроны. На расстоянии $\sim 2\,\text{mm}$ от анода концентрация электронов уменьшается более чем на порядок. Функции распределения, измеренные в стратифицированном положительном столбе вдали от анода, подобного

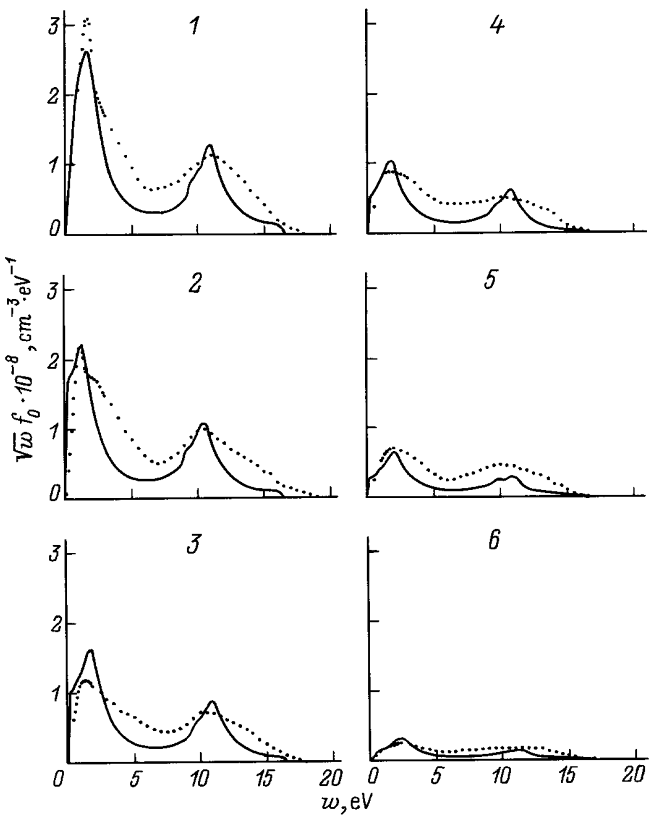

Рис. 4. ФРЭ, измеренные (точки) и рассчитанные (сплошные кривые) на различных расстояниях от анода в *P*-стратах. *1–6* соответствуют точкам *1–6* на потенциальной кривой *2* на рис. 1, *c*.

спада амплитуды ФРЭ не обнаруживают и хорошо воспроизводятся от страты к страте при удалении от анода.

Интерпретация результатов экспериментов может быть дана на основе представлений нелокальной кинетики электронов. Расчеты ФРЭ для нестратифицированного разряда в неоне в прианодной области были выполнены в работе [12]. Наличие анода, которое учитывается в теории введением нулевого граничного условия на аноде [13], приводит к искажению ФРЭ на расстоянии порядка длины энергетической релаксации. Как показывает проведенный анализ [12,13], сначала происходит сток медленных электронов, по мере приближения к аноду область стока захватывает все более быстрые электроны.

На основе аналогичных соображений можно построить теорию для прианодной области стратифицированного разряда. На рис. 5 представлена плоскость переменных ε, x, на которой показана аппроксимация измеренного профиля потенциала для *P*-страты (кривая *2* на рис. 1, *c*). Точка $x_0 = x_1(\varepsilon_1)$ на этом рисунке разделяет область невозмущенного анодом положительного столба ($x > x_0$) и прианодную область ($x < x_0$), в которой сказывается возмущающее действие анода на функцию распределения. Действительно, ФРЭ в определенных приближениях (малые потери энергии на упругие удары, нулевое граничное условие на пороге возбуждения ε_1) может быть представлена в виде [2]

$$f_0(\varepsilon, x) = \Phi(\varepsilon) \int\limits_{x_2(\varepsilon)}^{x(\varepsilon)} \frac{\nu(\varepsilon, x')}{v^3(\varepsilon, x')} dx' = \Phi(\varepsilon) \cdot F_0(\varepsilon, x), \quad (16)$$

где $\Phi(\varepsilon)$ — амплитуда функции распределения; $F_0(\varepsilon, x)$ — ФРЭ, которая сформировалась бы в потенциальном поле $\varphi(x)$ без потерь энергии на упругие удары.

Для энергий $\varepsilon > \varepsilon_1$ кривая $x_1(\varepsilon)$ есть кривая, на которой кинетическая энергия электронов равна порогу возбуждения ε_1. Для энергий $0 < \varepsilon < \varepsilon_1$ нижний предел интегрирования в (16) $x_1(\varepsilon) = 0$, что соответствует нулевому граничному условию для ФРЭ на аноде. Для $x > x_0$ вычисление интеграла $F_0(\varepsilon, x)$ в (16) для энергий в пределах $e\varphi(x) < \varepsilon < \varepsilon_1 + e\varphi(x)$ не зависит от наличия анода, поскольку нижний предел интегрирования $x_2(\varepsilon)$ не достигает анода. ФРЭ соответствует невозмущенному анодом положительному столбу и периодична с пространственным периодом L_p. Подобные ФРЭ были рассчитаны в работе [7] для потенциальной кривой *2* на рис. 1, *b*. Для $x < x_0$ нижний предел интегрирования в (16) равен нулю для энергий $e\varphi(x) < \varepsilon < \varepsilon_1$ (область интегрирования *I* на рис. 5) и $x_2(\varepsilon)$ для энергий $\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_1 + e\varphi(x)$ (область интегрирования *II* на рис. 5). Это позволяет рассчитать функцию $F_0(\varepsilon, x)$ в (16) в прианодной области, при этом

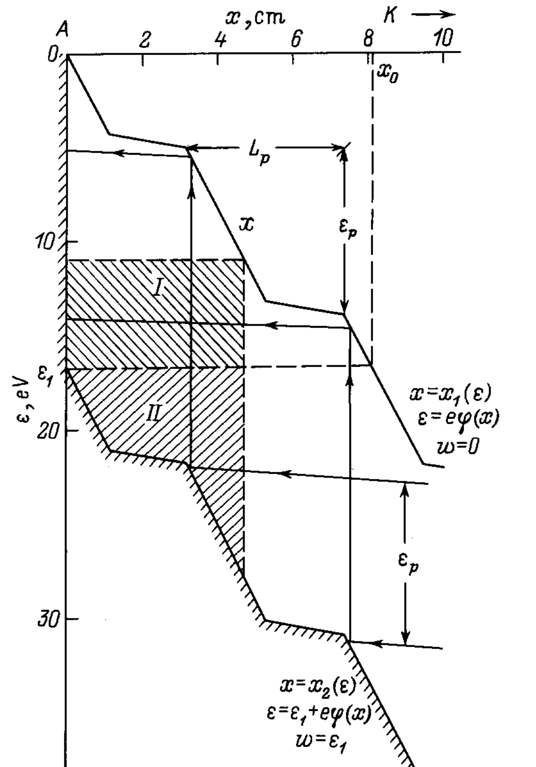

Рис. 5. Плоскость переменных ε, x, в которой анализируется решение кинетического уравнения (16).

на аноде $F_0(\varepsilon, x)|_{x=0} = 0$. Амплитуда ФРЭ $\Phi(\varepsilon)$ для P-страт была рассчитана в работе [7], причем в интервале энергий $0-\varepsilon_1$ имеются два максимума, которые разнесены по энергиям на величину ε_p (падение потенциала на P-страте). Эти максимумы вызваны эффектом бунчировки за счет стягивания ФРЭ к двум резонансным траекториям при прохождении электронами определенного числа периодов в резонансном пространственно-периодическом потенциале. Можно предположить, что и на последнем пространственном периоде, примыкающем к аноду амплитуда $\Phi(\varepsilon)$ будет той же самой, что и в столбе. В настоящей работе были выполнены расчеты ФРЭ для кривой *2* на рис. 1, *c* как в стратифицированном положительном столбе вдали от анода, так и в прианодной области. Результаты расчетов функции $\sqrt{w} f_0(\varepsilon_1, x)$ в прианодной области в потенциальном поле (рис. 5) сопоставляются с данными эксперимента на разных расстояниях от анода на рис. 4. Из рисунка видно, что теория хорошо описывает наблюдаемый в эксперименте спад ФРЭ по мере приближения к аноду.

Расчеты ФРЭ при наличии запертых и свободных электронов

На основе решения кинетического уравнения, усредненного по яме для запертых электронов в виде (6) и для свободных электронов в виде (16), можно построить ФРЭ во всей области энергий. Представление о том, что электроны разделяются на две слабо связанные группы, описываемые уравнениями (6) и (16), позволяет найти параметры этих двух групп: n^t и T_e для запертых, n^i и ε^i для свободных электронов. Вопрос о температуре и концентрации запертых электронов может быть решен на основе совместного решения уравнений баланса энергии и баланса частиц в потенциальной яме. Баланс энергии электронов обсуждался ранее [14]. Баланс частиц можно получить интегрируя кинетические уравнения (1)–(3) по энергии в интервале от 0 до ε_0 и по координате в пределах ямы

$$\bar{D}_{\varepsilon_0}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_1}\Big|_{\varepsilon_0} = \frac{1}{L}\int\limits_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon \int\limits_{x^-(\varepsilon)}^{x^+(\varepsilon)} w\sqrt{w+\varepsilon_1}\cdot \nu^*(w+\varepsilon_1)$$

$$\times f_0(\varepsilon+\varepsilon_1)dx \approx \frac{1}{2}\nu_0^* \varepsilon_1^{3/2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\right)^2 f_0(\varepsilon_1), \quad (17)$$

где

$$\bar{D}_{\varepsilon_0} = \frac{2}{3n}\left[\int\limits_0^{\varepsilon_0} \varepsilon^{3/2} f_0(\varepsilon)d\varepsilon + \varepsilon_0^{3/2}\int\limits_{\varepsilon_0}^{\infty} f_0(\varepsilon)d\varepsilon\right]\nu_e(\varepsilon_0)\varepsilon^{3/2}$$

$$\approx \left(\frac{n^t}{n}T_e + \frac{2}{3}\frac{\varepsilon_0^{3/2}}{\sqrt{\varepsilon^i}}\frac{n^i}{n}\right)\nu_e(\varepsilon_0)\varepsilon_0^{3/2},$$

$$\frac{df_0}{d\varepsilon}\Big|_{\varepsilon_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n^t e^{-\frac{\varepsilon_0}{T_e}} \frac{1}{T_e^{5/2}}.$$

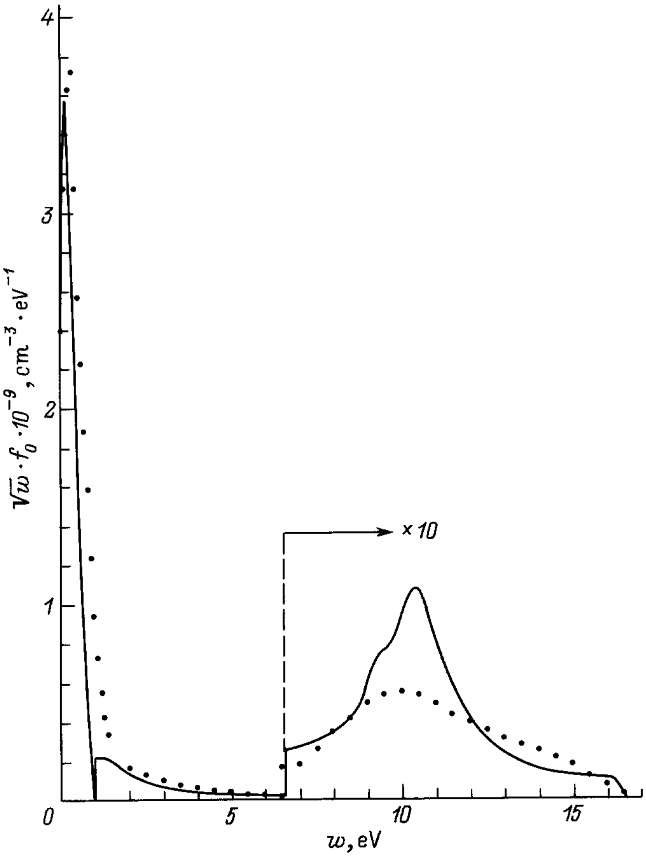

Рис. 6. Сопоставление результатов экспериментов (точки) и расчетов (сплошная кривая) для ФРЭ в P-стратах при наличии потенциальной ямы. ФРЭ в области энергий, превышающих 6.5 eV, для наглядности увеличина в 10 раз.

Система уравнений баланса частиц (17) и энергии (14) для определения параметров ФРЭ запертых n^t и T_e через параметры свободных электронов n^i, ε^i можно привести к удобному для расчетов виду

$$\frac{n^t}{n^t+n^i}\left(\frac{n^t}{n^i}\frac{T_e\sqrt{\varepsilon^i}}{\varepsilon_0^{3/2}}+1\right)\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1^3}{T_e^{5/2}\sqrt{\varepsilon^i}T^*}\frac{\nu_e(\varepsilon_0)}{\nu_0^*}e^{-\frac{\varepsilon_0}{T_e}}$$

$$= \frac{3\cdot 2^{2/3}\sqrt{\pi}}{16}\cdot\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)} = 1.044, \quad (18)$$

$$\frac{n^t}{n^t+n^i}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right)^3\frac{\nu_e(\varepsilon^i)}{\nu_0^*}\frac{\varepsilon^i}{T^*} - \frac{3}{2}\frac{n^t}{n^i}\frac{m}{M}\left(1-\frac{T_a}{T_e}\right)$$

$$\times\frac{\nu(T_e)}{\nu_0^*}\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}\right)^3\frac{T_e}{T^*} = \frac{2^{2/3}}{16}\frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)} = 0.196. \quad (19)$$

Полученные из решения системы уравнений (18), (19) параметры $n^t/n^i = 26$, $T_e = 0.3$ eV удовлетворительно совпадают с данными эксперимента.

На рис. 6 проводится сопоставление функции распределения, рассчитанной по формуле (6) для запертых электронов и (16) для свободных электронов с данными эксперимента. Из рисунка видно, что обсуждаемая в работе теоретическая модель качественно описывает формирование функции распределения электронов при наличии потенциальной ямы. Те предположения, которые были заложены в теоретическую модель (условие "черной стенки" для запертых электронов при $\varepsilon = \varepsilon_0$, наличие двух слабо связанных групп электронов), приводят к разрыву и излому ФРЭ при $\varepsilon = \varepsilon_0$. Поведение ФРЭ вблизи ε_0 требует более строгого анализа кинетического уравнения в этой области энергий. Тем не менее рассматриваемая модель дает наглядное представление о физической картине формирования ФРЭ и соотношении концентраций и средних энергий запертых и свободных электронов.

Заключение

В стратифицированном разряде низкого давления величина и знак анодного падения изменяются во времени и в определенные моменты времени могут реализовываться пространственные профили потенциала с потенциальными ямами глубиной $\sim 1\,\mathrm{eV}$, примыкающими к аноду. В другие моменты времени пространственные профили потенциала не обнаруживают потенциальных ям. Измеренные функции распределения в яме резко отличаются от функций распределения вне ям наличием ярко выраженного пика медленных электронов с энергиями в десятые доли электрон-вольта. Функции распределения, измеренные в точках, соответствующих потенциальной яме на пространственном профиле потенциала, разделяются по энергиям на две слабо связанные группы запертых и свободных электронов. Нагревание запертых электронов происходит за счет попадания в яму электронов, испытавших неупругий удар, а также за счет передачи энергии от свободных электронов к запертым в межэлектронных столкновениях. Охлаждение запертых электронов связано с диффузионным остыванием при испарении электронов, уносящих энергию, равную энергии глубины ямы, и потерями энергии в упругих ударах. Средняя энергия определяется балансом нагрева и охлаждения.

Представление о наличии двух слабо связанных групп запертых и свободных электронов позволяет найти концентрацию и температуру запертых электронов через концентрацию и среднюю энергию свободных электронов из решения системы уравнений баланса частиц и энергии. Рассчитанная ФРЭ качественно описывает наблюдаемые экспериментальные данные.

При прохождении страт через прианодную область наблюдается характерное искажение функции распределения, связанное со стоком электронов на анод.

Список литературы

[1] *Ruzicka T., Rohlena K.* // Czech. J. Phys. 1972. Vol. 22. N 12. P. 906.

[2] *Цендин Л.Д.* // Физика плазмы. 1982. Т. 8. № 2. С. 400–409.

[3] *Швейгерт В.А.* // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 10. С. 1230–1237.

[4] *Бессонова К.Ф., Орешак О.Н., Остапченко Е.П., Степанов В.А.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 5. С. 979–984.

[5] *Каган Ю.М., Колоколов Н.Б., Крылова Т.Н., Миленин В.М.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 1. С. 120–125.

[6] *Голубовский Ю.Б., Нисимов С.У.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 7. С. 20–31.

[7] *Голубовский Ю.Б., Некучаев В.О., Пономарев Н.С., Порохова И.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 9. С. 14–21.

[8] *Белов В.Г., Иванов В.А., Мусаева Н.В.* // Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. по физике низкотемпер. плазмы. Минск, 1991. Ч. 1. С. 80–81.

[9] *Kolobov V.I., Tsendin L.D.* // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. N 12. P. 7837–7852.

[10] *Schweigert V.A., Schweigert I.V.* // Fiz. Plasmy. 1988. Vol. 14. P. 347.

[11] *Голубовский Ю.Б., Нисимов С.У., Порохова И.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 2. С. 24–30.

[12] *Голубовский Ю.Б., аль-Хават Ш.Х., Цендин Л.Д.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 7. С. 1285–1291.

[13] *Цендин Л.Д.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 2. С. 278–288.

[14] *Голубовский Ю.Б., аль-Хават Ш.Х.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 1. С. 44–49.