

01;03;12

О возможности левитации капель в атмосфере при их индукционной зарядке в электрическом поле в условиях неоднородного испарения

© В.А. Саранин

Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г.Короленко, 427600 Глазов, Россия

(Поступило в Редакцию 28 мая 1996 г. В окончательной редакции 22 января 1997 г.)

Учитывая важность проблемы поведения капель в атмосфере в электрическом поле для теории грозы и основываясь на результатах экспериментов [1], рассматривается более подробно один из возможных механизмов зарядки капель — индукционный механизм в условиях неоднородного испарения.

В работе [1] экспериментально было установлено, что неоднородно испаряющиеся капли воды в электрическом поле приобретают электрический заряд, такой что, с одной стороны, сила Кулона, действующая на каплю, достаточна для преодоления силы тяжести, с другой стороны, равновесие капли (в смысле сохранения ее формы) еще устойчиво. В результате капли, для которых эти условия выполнялись совместно, взлетали вверх. В теоретическом анализе [1] механизм зарядки капель не уточнялся, считалось, что заряд капли — величина, не зависящая от поля.

Общие положения. Постановка задачи

Как известно, разделение зарядов в проводнике при наложении внешнего поля и его экранировка происходят за время порядка времени релаксации

$$\tau_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\sigma},$$

σ, ε — удельная электропроводность и диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

Для дистиллированной воды это составляет $\tau_1 \approx 10^{-5}$ с. Заряды сосредотачиваются в тонком диффузном слое, толщина этого слоя определяется радиусом экранирования Дебая–Хюккеля

$$h_e = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon k T b_e}{e \sigma}},$$

e — заряд ионов, b_e — их подвижность, k — постоянная Больцмана.

Принимая $T = 300$ К, $b_e = 10^{-7}$ м²/(сВ), $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ с, для дистиллированной воды получим $h_e \sim 10^{-7}$ м. В сферических каплях радиуса ~ 1 мм сферический слой толщины h_e можно считать плоским и для объемной плотности зарядов в жидкости вблизи поверхности записать

$$\rho_e = \operatorname{div}(\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}) \approx \frac{\varepsilon_0 E_{1r} - \varepsilon_0 \varepsilon E_{2r}}{\Delta r} = \frac{\varepsilon_0 E_r}{h_e}. \quad (1)$$

Считаем, что капля проводящая и внутри ее поля нет $E_{2r} = 0$. При этом если сферическая капля радиуса R

имеет заряд q и находится в однородном электрическом поле напряженностью E_0 , то на ее поверхности [2]

$$E_r = 3E_0 \cos \Theta + \frac{q}{4\pi \varepsilon R^2}, \quad (2)$$

Θ — полярный угол.

В иерархии характерных времен время релаксации τ_1 наименьшее (действительно, как будет показано ниже, например, времена зарядки капли в различных режимах составляют $\tau_2 \sim \tau_3 \sim 1$ с, $\tau_5 \sim 0.1$ с, а характерное время установления стационарного режима конвективной диффузии $\tau_4 \sim 10^{-2}$ с). Поэтому при всех переходных процессах распределение заряда и поля в капле будем считать установившимся. Наибольшее же время интересующих нас переходных процессов составляет порядка нескольких секунд. Это позволяет пренебречь изменением массы капли при ее испарении. Кроме того, форму ее будем считать сферической. Пренебрежем также всеми другими механизмами зарядки капли, кроме зарядки в результате испарения ионов. Если жидкость испаряется с поверхности, то через единицу поверхности существует поток массы, равный

$$j_m = \rho_l v_e. \quad (3)$$

При этом в системе отсчета, связанной с поверхностью, можно считать, что сама жидкость движется к поверхности со скоростью

$$v_e = j_m / \rho_l.$$

Если жидкость заряжена, то плотность электрического тока, обусловленного этим движением жидкости, при условии отсутствия существенного проскальзывания ионов относительно нейтральной среды равна

$$j_n = \rho_e v_e = \frac{\rho_e}{\rho_l} j_m = \frac{\varepsilon_0 E_r j_m}{\rho_l h_e}. \quad (4)$$

Тогда заряд капли с течением времени меняется по закону

$$\frac{dq}{dt} = - \oint j_n dS = - \frac{\varepsilon_0}{\rho_l h_e} \oint E_r j_m dS. \quad (5)$$

Очевидно, при однородном испарении со всей поверхности $j_m = \text{const}$ и, следовательно,

$$\frac{dq}{dt} \sim q \sim q(t=0) = 0.$$

Зарядка капель при испарении в режиме пленочного кипения

Рассмотрим сначала случай испарения, наблюдавшийся в экспериментах [1]. Напомним, что в экспериментах капли воды испарялись, находясь на паровой подушке над горячей теплоотдающей поверхностью. Испарение происходило во внешнем электрическом поле, близком к неоднородному (рис. 1). Будем считать, что со стороны теплоотдающей поверхности на нижнюю поверхность капли падает однородный тепловой поток плотностью w . Тогда плотность потока массы (считаем, что все тепло идет на испарение) равна

$$j_m = w_n/\varkappa = w \cos \Theta / \varkappa, \quad 0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2};$$

$$j_m = 0, \quad \Theta > \frac{\pi}{2},$$

\varkappa — удельная теплота парообразования.

Если предположить, что основным механизмом передачи тепла является теплопроводность, то

$$w = \lambda \frac{\Delta T}{h(\Theta)} = \lambda \frac{\Delta T}{h_m + R(1 - \cos \Theta)}, \quad (6)$$

λ — теплопроводность пара, ΔT — разность температур между поверхностью капли и теплоотдающей поверхностью, h_m — наименьшее расстояние между поверхностями.

Подстановка (2) и j_m в (5) дает для заряда Z

$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{\lambda \Delta T}{2\rho_l h_e \varkappa R} \int_0^{\pi/2} \frac{(\cos \Theta + Z) \cos \Theta \sin \Theta d\Theta}{r^{-1} + (1 - \cos \Theta)}. \quad (7)$$

Здесь Z и r — безразмерные величины, определенные так: $Z = q/12\pi\varepsilon_0 E_0 R^2$, $r = R/h_m$. Обозначим входящий в (7)

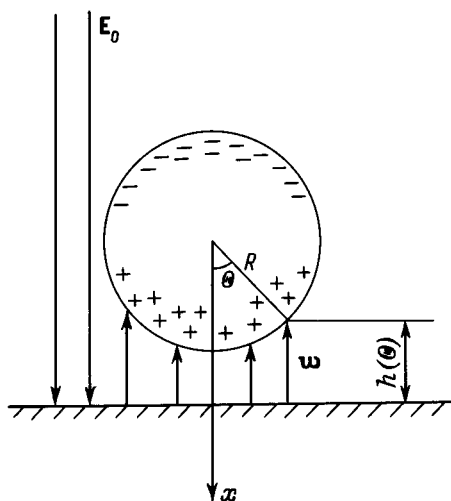


Рис. 1. Испаряющаяся электропроводящая сферическая капля, к которой снизу подводится поток тепла w , во внешнем электрическом поле E_0 .

интеграл J . Сделав замену переменных, нетрудно его вычислить. Получаем

$$J = (Z + \gamma)(\gamma \ln(1 + r) - 1) - 1/2, \quad \gamma = 1 + r^{-1}.$$

Тогда вместо (7) получим следующее уравнение:

$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{1}{\tau_2}(Z + Z_m). \quad (8)$$

Здесь

$$Z_m = \gamma - \frac{1}{2(\gamma \ln(1 + r) - 1)},$$

$$\tau_2 = \frac{2\rho_l h_e \varkappa R}{\lambda \Delta T (\gamma \ln(1 + r) - 1)}. \quad (9)$$

Решение (8) имеет вид

$$Z = -Z_m(1 - \exp\{-t/\tau_2\}). \quad (10)$$

Видим, что по смыслу Z_m — максимальный заряд, приобретаемый каплей, а τ_2 — время зарядки. Сделаем оценки. При $r \approx 1$ имеем $Z_m \approx 0.71$, тогда как при $r \gg 1$ получаем $Z_m \approx 1$. Отметим, во-первых, что поляризованная частица в электрическом поле в ионной среде приобретает максимальный заряд $q_m = 12\pi\varepsilon_0 E_0 R^2$, в безразмерных единицах это как раз соответствует $Z_m = 1$, во-вторых, пропорциональность $q_m \sim E_0 R^2$ вообще характерна для индукционных механизмов зарядки [4,5].

При оценке времени зарядки τ_2 выберем теплопроводность пара $\lambda = 2.4 \cdot 10^{-2}$ W/mK, разность температур $\Delta T = 100$ K. Тогда при $r = 1$, $R = 2$ mm из (9) получим $\tau_2 \approx 1$ s. Последняя оценка находится в качественном согласии с экспериментами [1]. При подаче высокого напряжения скачком капли практически сразу взлетали к верхнему электроду.

Найдем напряженность поля, при которой капля радиусом 2 mm, получившая максимальный заряд q_m , может взлететь вверх

$$q_m E_0 \geq mg.$$

Отсюда для капель воды

$$E_0 \geq \frac{1}{3} \sqrt{\frac{R\rho_l g}{\varepsilon_0}} \approx 5 \cdot 10^5 \text{ V/m.}$$

Полученный результат также согласуется с экспериментальными [1].

Зарядка капель при испарении в конвективно-диффузионном режиме

Наибольший интерес представляет проявление рассматриваемого механизма зарядки капель в естественных условиях, т.е. при падении капель в атмосфере. Для анализа этой ситуации рассмотрим сначала другой крайний случай испарения: испарение капли при

малых скоростях ее движения относительно воздуха. Задача о стационарной конвективной диффузии вещества с поверхности капли, падающей в другой жидкости, при малых числах Рейнольдса решена в [3]. Поэтому воспользуемся результатами [3]. Для плотности потока массы тогда имеем

$$j_m = \rho_{\text{sat}}(1 - \varphi) \sqrt{\frac{3D\eta\nu}{2\pi R(\eta + \eta_1)}} \frac{(1 + \cos \Theta)}{\sqrt{2 + \cos \Theta}}. \quad (11)$$

Здесь ρ_{sat} — плотность насыщенного пара у поверхности капли; φ — относительная влажность воздуха; D — коэффициент диффузии пара; ν — скорость падения капли относительно воздуха; η , η_1 — вязкости воздуха и воды соответственно. Теперь уравнение (5) преобразуется к виду

$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{1}{\tau_3} \sqrt{\text{Re}}(1 - \varphi)J_1, \quad \tau_3 = \frac{4h_e \rho_l R}{\rho_{\text{sat}}} \sqrt{\frac{\pi(\eta + \eta_1)}{3D\nu\eta}}, \quad (12)$$

ν — кинематическая вязкость воздуха; Re — число Рейнольдса, определенное через диаметр капли; интеграл J_1 в данном случае равен

$$J_1 = \int_0^\pi \frac{(1 + \cos \Theta)(\cos \Theta + Z)}{\sqrt{2 + \cos \Theta}} \sin \Theta d\theta = \frac{4}{3}(Z + Z_m), \quad Z_m = \frac{6}{5} \left(\sqrt{3} - \frac{3}{2} \right) \approx 0.24. \quad (13)$$

Таким образом, если в (12) фиксированы значения числа Re и φ , то для заряда капли имеем снова уравнение типа (8), но с другими значениями максимального заряда Z_m и времени τ_3 релаксации (зарядки). При $\text{Re} = 1$, $\varphi = 0.5$, $R = 1 \text{ mm}$, $\rho_{\text{sat}} = 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3$, $D = 2.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\eta = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\eta_1 = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, время зарядки оказывается таким: $\tau_3 = 3.7 \text{ s}$. Во время падения капли в атмосфере ее скорость изменяется, поэтому процесс испарения нестационарный. Оценим время установления стационарной конвективной диффузии τ_4 . В [3] для оценки получено следующее соотношение:

$$\frac{\nu\tau_4}{R} \approx \left(\frac{\nu}{\pi D} \right)^{1/3}. \quad (14)$$

На начальных стадиях падения можно считать $\nu \approx g\tau_4$. Тогда для $R = 1 \text{ mm}$ имеем

$$\tau_4 \approx \left(\frac{R}{g} \left(\frac{\nu}{\pi D} \right)^{1/3} \right)^{1/2} \approx 7.0 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

Так как характерные времена установления скорости значительно больше найденного времени, то процесс конвективной диффузии при изменяющейся скорости движения капли можно считать квазистационарным и в

уравнении для заряда (12) сохранить ветровой множитель $\sqrt{\text{Re}}$.

Как показали исследования испарения капель в потоке воздуха, ветровой множитель $\sqrt{\text{Re}}$ остается неизменным в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Например, часто используемая формула Фреслинга для скорости испарения движущейся капли имеет вид [5,6]

$$\frac{dm}{dt} = \left(\frac{dm}{dt} \right)_0 + \left(\frac{dm}{dt} \right)_0 \beta \sqrt{\text{Re}} \text{Sc}^{1/3},$$

$$\left(\frac{dm}{dt} \right)_0 = -4\pi R D \rho_{\text{sat}}(1 - \varphi). \quad (15)$$

Число Шмидта $\text{Sc} = \nu/D$ воздуха можно принять равным 1; β — множитель Фреслинга, который выберем равным $\beta = 0.276$ [6]. В выражении (15) первое слагаемое представляет собой изменение массы, связанное с однородным испарением, второе — с неоднородным, поэтому

$$\frac{dq}{dt} \sim \left(\frac{dm}{dt} \right)_0 \beta \sqrt{\text{Re}} \sim \oint j_n dS.$$

Учитывая также соотношения (8), (12), (13), можно предложить следующее феноменологическое уравнение зарядки капли при ее падении и неоднородном испарении в воздухе в электрическом поле

$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{1}{\tau_5}(1 - \varphi)\sqrt{\text{Re}}(Z + Z_m), \quad \text{Re} = \frac{2Rv}{\nu}, \quad (16)$$

ν — скорость движения капли в системе отсчета, связанной с воздухом; величина τ_5 имеет смысл характерного времени зарядки капли.

С учетом выражения для τ_3 в (12) и того, что $\text{Sc} \approx 1$, при $\text{Re} > 1$ можно принять $Z_m = 1$ и с точностью до константы

$$\tau_5 = \frac{h_e \rho_l R}{4\pi D \rho_{\text{sat}} \beta}.$$

Левитация и устойчивость. Численное моделирование падения капли

Как известно, равновесие заряженной капли в электрическом поле неустойчиво по отношению к дроблению капли на более мелкие фрагменты. При этом в приближении нулевого эксцентриситета капли ее равновесие устойчиво, если выполнено условие [7]

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 16\pi\alpha R^3} + b \frac{\epsilon_0 E_0^2 R}{4\alpha} < 1,$$

$$b = \frac{162}{35}. \quad (17)$$

С другой стороны, взлет капель вверх возможен при условии

$$qE_0 \geq mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_l g. \quad (18)$$

В [1] показано, что при зарядке капль в результате различных факторов, не зависящих напрямую от внешнего поля, совместное выполнение (17) и (18) обеспечивается только для относительно малых радиусов капль, таких что

$$(R/a) = B < b^{1/4} = 0.682, \quad (19)$$

$a = \sqrt{2\alpha/\rho_l g}$ — капиллярная постоянная жидкости, B — число Вонда.

К сожалению, при выводе (19) в [1] была допущена ошибка — потерян коэффициент 3, поэтому правильный результат вместо (19) таков:

$$B < \sqrt{3}b^{1/4} = 1.18 = B_*. \quad (20)$$

Перейдем к анализу возможности взлета капли вверх в условиях индукционных механизмов зарядки, считая, что при этом $Z/Z_m = n \leq 1$. Положим тогда в (17) и (18) $q = n(12\pi\epsilon_0 E_0 R^2)$. Подставляя это в (17), (18), нетрудно получить условие левитации капль

$$B < 3\sqrt{\frac{2n}{9n^2 + b}} = f(n), \quad (21)$$

f_n достигает максимума при $n = 0.717$.

Соответствующее критическое число Бонда оказывается также равным (20)

$$B_* = 1.18.$$

При максимальном заряде капли $n = 1$ и (21) дает

$$B_* = 1.15.$$

Этому числу Бонда соответствует минимально необходимая для проявления неустойчивости равновесной формы капли воды напряженность поля

$$E_{0m} = 7.2 \text{ kV/cm}.$$

Запишем теперь уравнение движения капли в воздухе как целого в проекции на направление движения

$$m \frac{dv}{dt} = mg - F_c(v) - |q|E_0, \quad (22)$$

$F_c(v)$ — сила сопротивления среды, которую при малых $Re \leq 30$ будем рассчитывать по Стоксу

$$F_c(v) = 6\pi Rv\eta, \quad (23)$$

а при больших $Re > 30$ — по Ньютону

$$F_c(v) = \frac{\pi}{2}\rho v^2 R^2, \quad (24)$$

ρ — плотность воздуха.

Как показывает эксперимент [1] и вышеизложенная теория, при преимущественном испарении снизу электрическая сила, действующая на каплю, всегда направлена вверх, поэтому она входит в (22) со знаком "минус".

Уравнение (22) удобно записать в безразмерной форме, вводя безразмерный радиус (число Бонда) $B = R/a$, безразмерную напряженность поля $w = (\epsilon_0 E_0^2 a / 4\alpha)^{1/2}$, безразмерную скорость $u = 2av/\nu$, безразмерный заряд $Q = ZB^2$, $Z = q/(12\pi\epsilon_0 E_0 R^2)$. Тогда вместо (22) получим

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(1 - 18 \frac{|Q|w^2}{B^3} - F_2(u) \right),$$

$$F_2(u) = \begin{cases} 1.13 \cdot 10^{-6} u/B^2, & Re = uB \leq 30, \\ 4.71 \cdot 10^{-8} u^2/B, & Re = uB > 30. \end{cases} \quad (25)$$

Величина τ имеет размерность времени и определена так: $\tau = \nu/2ag$. Уравнение для заряда капли (16) получается теперь следующим:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{B^{3/2}}{\tau_5} (1 - \varphi) \sqrt{u} \left(\frac{Q}{B^2} + Q_m \right). \quad (26)$$

Здесь $\tau_5 = 27.8 \text{ s}$, $Q_m = 0.24$ при $Re \leq 1$, если же $Re > 1$, то $\tau_5 = 7.35 \text{ s}$, $Q_m = 1$. Внешними параметрами задачи (25), (26) являются относительная влажность φ , радиус капль $B(R)$, напряженность внешнего поля $w(E_0)$ и начальные значения заряда капли и ее скорости.

Система уравнений (25), (26) интегрировалась численно с начальными условиями $u(t=0) = Q(t=0) = 0$. Установившееся решение для Q и u считалось найденным, если выполнялись условия $Q/Q_m \geq 0.95$ и $u/u_m \geq 0.95$. При этом, так как u_m было неизвестно, для выполнения последнего условия в программе ставилось условие

$$|u_{i+1} - u_i|/u_{i+1} \leq 3/19i.$$

Здесь i — число шагов интегрирования. Это условие соответствует утроенному времени релаксации скорости

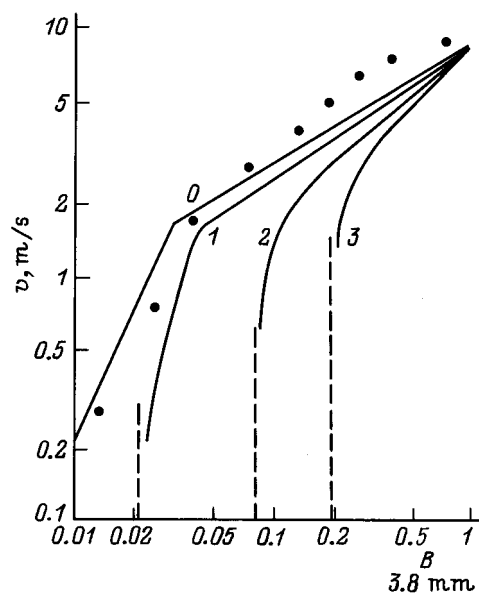


Рис. 2. Зависимости установившейся скорости падения капль от их размера (в логарифмическом масштабе). Значения E_0 указаны у кривых (в kV/cm).

так как $\exp(-3) \approx 0.05$. Все расчеты были выполнены для относительной влажности $\varphi = 0.8$.

Перейдем к обсуждению результатов интегрирования. На рис. 2 в логарифмическом масштабе представлены графики зависимости установившейся скорости падения капле от их размеров при значениях напряженности поля $E_0 = 0, 1, 2, 3$ кВ/см ($w = 0, 0.0012, 0.0048, 0.0108$ соответственно). Видно, что при заданной напряженности поля продолжают падать вниз с установившейся скоростью только те капли, размеры которых находятся правее вертикальных штриховых прямых, остальные левитируют. Весь спектр капель ограничен сверху из-за неустойчивости их по отношению к дроблению в потоке воздуха, поэтому во всех расчетах полагалось $B \leq 1$. Точками отмечены экспериментальные данные из [5] для $E_0 = 0$. Характерные зависимости скорости падения капле от времени при тех же четырех значениях на-

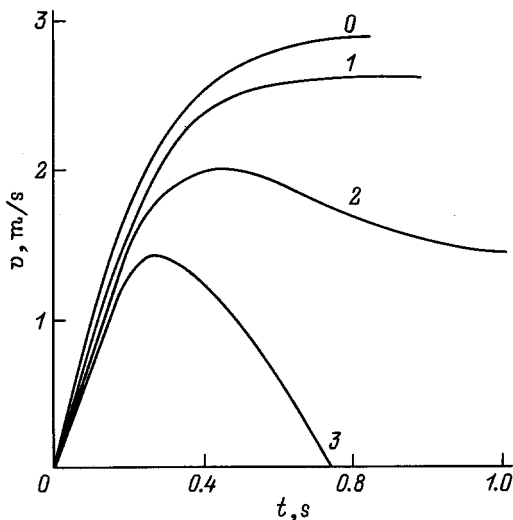


Рис. 3. Зависимости скорости падения капле от времени. $B = 0.1$; значения E_0 те же, что и на рис. 2.

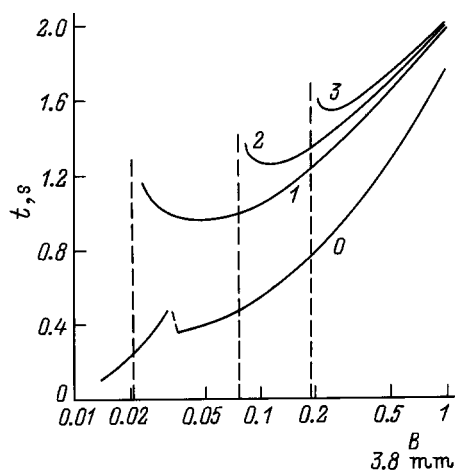


Рис. 4. Зависимость времени установления стационарного режима падения капле от их размера. Масштаб полулогарифмический; значения E_0 указаны у кривых.

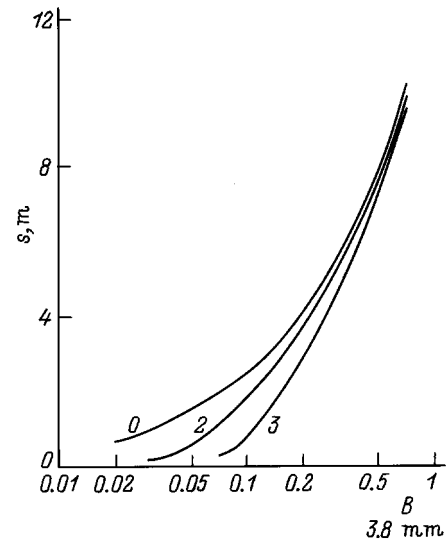


Рис. 5. Зависимость расстояния, пролетаемого каплями до установления стационарного режима падения, от их размера. Масштаб полулогарифмический; значения E_0 указаны у кривых.

пряженности поля и $B = 0.1$ (для воды $R = 0.38$ мм) показаны на рис. 3. Такие капли при напряженности поля, при которой начинает выполняться (18), сначала увеличивают скорость падения (заряд при этом еще не достигает максимального), затем уменьшают ее до нуля, т. е. в конечном итоге движутся вместе с потоком воздуха либо остаются неподвижными относительно земли, если неподвижен и воздух (левитируют; кривая 3). На рис. 4 показаны зависимости времени установления стационарного режима падения капле в зависимости от их размера (полулогарифмический масштаб). Из графиков на рис. 3 и 4 видим, что времена установления режима левитации существенно меньше характерных времен установления стационарного падения (при $w(E_0) = \text{const}$). Наконец, на рис. 5 представлены зависимости расстояния, пролетаемого каплями до установления стационарного режима падения, от их размера.

Численное решение системы (25), (26) проводилось и с другими начальными условиями. Например, скорость капле в начальный момент времени выбиралась равной установившейся скорости падения, а ее заряд равным нулю. При $t > 0$ капля начинает двигаться в электрическом поле и начинается ее зарядка. Заряд увеличивается, а скорость уменьшается. Наконец, для капле данного размера устанавливается режим падения, характерный и для начальных условий $u = 0, Q = 0$. Время перестройки движения при этом оказывается порядка секунд или долей секунд.

Выводы

1. Если имеет место неоднородное испарение электропроводящей капле в электрическом поле, то возможна ее разрядка в абсолютно непроводящей среде.

2. Если максимум спектра водности дождя принять приходящимся на радиус $R = 0.8 \text{ mm}$ [8], то в электрическом поле напряженностью $\sim 2\text{--}3 \text{ kV/cm}$ весь спектр может претерпеть расслоение примерно на равные потоки: поток мелких капель $B < 0.1$, левитирующих или движущихся вверх, и поток крупных капель, падающих вниз. Последний поток может быть ответственным за так называемый "зеркальный эффект", обнаруженный Г. Симпсоном (см., например, [9]) и заключающийся в том, что знак заряда выпадающих осадков противоположен знаку электрического поля (напряженность положительного поля считается направленной вниз).

3. В силу неустойчивости равновесных форм падающих капель в потоке воздуха весь их спектр ограничен сверху числом Бонда $B = 1$. Напряженность поля, необходимая для левитации капли воды, у которой $B = 1$, равна $E_0 = 6.8 \text{ kV/cm}$, что меньше необходимой для проявления неустойчивости $\sim 7.2 \text{ kV/cm}$. Следовательно, весь спектр капель в атмосфере в принципе может левитировать при наличии соответствующего электрического поля.

4. Так как средние значения напряженности поля при грозе и тем более в ее отсутствие составляют менее 0.2 kV/cm , а для существенного проявления описанных выше эффектов требуются поля напряженностью $2\text{--}3 \text{ kV/cm}$, то ввиду кратковременности зарядки капель и небольшого расстояния, пролетаемого ими за это время, можно ожидать проявления упомянутых эффектов по типу резонансных.

Список литературы

- [1] Саранин В.А. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 6. С. 21–30.
- [2] Мучник В.М., Фишман Б.Е. Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 207 с.
- [3] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Из-во АН СССР, 1952. 538 с.
- [4] Верещагин И.П., Левитов В.И., Мирзабемян Г.З., Пашиин М.М. // Основы электродинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974. 480 с.
- [5] Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 536 с.
- [6] Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 90 с.
- [7] Ширяева С.О. Дробление капель проводящих жидкостей в электрических полях. Автореф. канд. дис. Одесса, 1989.
- [8] Шишкин Н.С. Облака, осадки и грозное электричество. М.: ГИТТЛ, 1954. 362 с.
- [9] Мучник В.М. Физика грозы. Л.: Гидрометеиздат, 1974. 351 с.