

01;03

Возникновение турбулентности в незамкнутых течениях жидкости как неравновесный шумоиндуцированный фазовый переход второго рода

© П.С. Ланда

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119899 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 10 июня 1996 г.)

Показано, что имеется глубокая аналогия между переходом к турбулентности в незамкнутых течениях жидкости и шумоиндуцированным возбуждением колебаний маятника со случайно колеблющейся осью подвеса. Существенно, что эта аналогия основана не на подобии уравнений, описывающих рассматриваемые процессы, а на общности законов теории колебаний. Наличие указанной аналогии позволяет понять и объяснить ряд явлений, наблюдающихся как в численных, так и в реальных экспериментах. Более того, на ее основе удалось дать ряд рекомендаций экспериментаторам по более глубокому подавлению нежелательных турбулентных пульсаций в дозвуковых струях.

Введение

Известно, что при малых скоростях потока течение жидкости в каналах является ламинарным, а при больших — турбулентным [1–3]. Задача о природе турбулентности давно привлекала внимание исследователей. Если говорить о природе турбулентности с точки зрения теории колебаний, то большинство ученых, не всегда задумываясь над этим вопросом, относят турбулентность к автоколебательному процессу, поскольку применяют методы исследования, пригодные именно для таких процессов. Начало такого подхода было положено работами Л.Д. Ландау [4], согласно представлениям которого турбулентность возникает следующим образом. Вначале состояние равновесия, соответствующее ламинарному течению, становится неустойчивым и возбуждаются автоколебания на одной частоте. Для амплитуды этих автоколебаний Ландау из физических соображений записал феноменологическое уравнение, представляющее собой известное укороченное уравнение Ван-дер-Поля. "При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса, — писал Ландау, — появляются последовательно все новые и новые периоды. Что касается самих вновь появляющихся движений, то они имеют все более мелкие масштабы". В результате, по гипотезе Ландау, устанавливаются многочастотные автоколебания с несоизмеримыми частотами, т. е. квазипериодическое движение. В фазовом пространстве таким автоколебаниям должен соответствовать аттрактор в виде многомерного тора. При большом количестве частот такое движение по своему виду мало отличается от хаотического, и поэтому развитая турбулентность может восприниматься как случайный процесс. Несмотря на то что теория Ландау является феноменологической и в общем не следует из уравнений гидродинамики, она долгое время не подвергалась сомнению и поддерживалась почти всеми исследователями турбулентности. Дальнейшее развитие теория Ландау получила в работах Дж. Стюарта [5–8], который предложен способ расчета коэффициентов, входящих в уравнения Ландау, основанный на приближенном решении уравнения Навье–Стокса. Тем самым Стюарт как бы обосновал

теорию Ландау. Однако задаваемая Стюартом форма приближенного решения в виде $A(\varepsilon t) \exp\{i(\omega t - kx)\}$ некорректна с физической точки зрения. Действительно, это решение описывает периодическую в пространстве волну с заданным волновым числом k , амплитуда которой медленно изменяется во времени. Строго говоря, такое решение справедливо лишь для кольцевого потока длины $L = 2\pi n/k$, где n — целое число, т. е. для потока с обратной связью. Решение, задаваемое Стюартом, не учитывает конвективный характер неустойчивости ламинарного течения. Тем не менее до последнего времени при численных исследованиях турбулентных течений чаще всего задают именно периодические граничные условия по продольной координате (см., например, [9]).

Взгляда на турбулентность как на автоколебания в сплошной среде, т. е. в системе с чрезвычайно большим числом степеней свободы, придерживался и Г.С. Горелик, что хорошо известно из воспоминаний С.М. Рытова [10].

В 70-х годах в связи с открытием динамического хаоса стала распространяться точка зрения на развитие турбулентности как на скачкообразное возникновение в фазовом пространстве некоторых динамических переменных странного аттрактора [11,12]. Эти же представления изложены в последних изданиях книг Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица "Гидродинамика" [1] и А.С. Монина и А.М. Яглома "Статистическая гидромеханика" [2]. Так как понятие странных аттракторов, вообще говоря, относится только к автоколебаниям, то в указанных работах молчаливо предполагалось, что турбулентность представляет собой именно автоколебательный процесс. Основываясь на представлении о турбулентности как об автоколебаниях, группой авторов был опубликован ряд работ по моделированию процесса развития турбулентности в виде цепочки генераторов с однонаправленной связью [13,14] и использованию таких характеристик, как корреляционная размерность аттрактора, для количественного описания турбулентных потоков [15].

В работах [16–18] высказано предположение, что турбулентность, возникающая в незамкнутых потоках жидкости, не является автоколебаниями и потому к

ней неприменимы все описанные выше подходы. Это предположение основано на том, что неустойчивость решений, соответствующих ламинарным течениям в указанных потоках, является конвективной. Это значит, что возникшее в некоторой точке потока возмущение не будет неограниченно нарастать во времени (в линейном приближении), а будет сноситься вниз по потоку. Из указанного свойства систем с конвективной неустойчивостью следует, что такие системы сами по себе не являются автоколебательными, а представляют собой лишь усилитель возмущений. Чтобы сделать подобную систему автоколебательной, нужно ввести обратную связь, например, замкнув систему в кольцо. Возмущения же неизбежно присутствуют во всех реальных системах как за счет внешних причин (так называемые технические флуктуации), так и за счет внутренних (естественные флуктуации). В уравнения движения системы эти возмущения могут быть включены как дополнительные случайные силы, величина которых в общем случае зависит от переменных, описывающих состояние системы. Расчет сил, обусловленных естественными флуктуациями в гидродинамических потоках, на основе флуктуационно-диссипационной теоремы выполнен Ю.Л. Климонтовичем [19].

Если коэффициент усиления какого-либо усилителя достаточно мал, то наличием флуктуаций можно пренебречь и считать, что сигнал на выходе усилителя обусловлен лишь сигналом на его входе. В гидродинамических же течениях коэффициент усиления, как правило, является достаточно большим. В этом случае наличие флуктуаций является принципиальным, так как именно они определяют, по нашему мнению, наблюдаемые турбулентные возмущения. Отсюда следует, что подход к исследованию турбулентности, как и к обычным усилителям с большим коэффициентом усиления, в рамках теории динамических систем без учета флуктуаций не является адекватным. За счет усиленных флуктуаций и нелинейности в системе может возникнуть некоторый фазовый переход, при котором она перейдет в качественно новое состояние. Можно полагать, что возникновение турбулентности, характеризуемой наличием крупномасштабных, в высокой степени регулярных структур на фоне мелкомасштабных случайных движений как раз и представляет собой такой переход. По нашему мнению, привлечение теории шумоиндуцированных фазовых переходов к исследованию турбулентности может быть весьма плодотворным.

Численный эксперимент Никитина и его трактовка с точки зрения шумоиндуцированного фазового перехода

Косвенным свидетельством того, что турбулентность в незамкнутых потоках не является автоколебаниями, может служить численный эксперимент Н.В. Никитина [20]

по моделированию турбулентного течения в трубах конечной длины. Исследовалось течение в круглой трубе радиуса R с заданной скоростью во входном сечении и с так называемыми "мягкими" граничными условиями в выходном сечении, имеющими вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2},$$

где u — продольная компонента скорости течения, ξ и η — радиальная и угловая компоненты завихренности $\Omega = \text{rot} \mathbf{V}$, \mathbf{V} — вектор скорости течения в цилиндрических координатах x, r, Θ .

Компоненты скорости во входном сечении трубы задавались в виде

$$u = u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) + A \text{Re} (u'(r) e^{-i\omega t}) \cos \Theta,$$

$$v = A \text{Re} (v'(r) e^{-i\omega t}) \cos \Theta,$$

$$w = A \text{Re} (w'(r) e^{-i\omega t}) \sin \Theta,$$

где v и w — радиальная и угловая компоненты скорости течения соответственно; $u'(r), v'(r), w'(r)$ — собственные функции уравнения Орра–Зоммерфельда при заданном действительном значении частоты ω ; R — радиус трубы; A и ω — амплитуда и частота возмущения.

Частота возмущения была выбрана равной $\omega = 0.36u_0/R$, а скорость u_0 и радиус трубы R соответствовали числу Рейнольдса, равному 4000. В начальный момент времени во всем течении задавался пуазейлевский профиль скорости, т. е.

$$\mathbf{V}|_{t=0} = \left\{ u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right), 0, 0 \right\}.$$

При амплитуде возмущения A , превышающей некоторое критическое значение, через короткий промежуток времени в потоке появляются случайные высокочастотные пульсации, захватывающие всю нижнюю часть

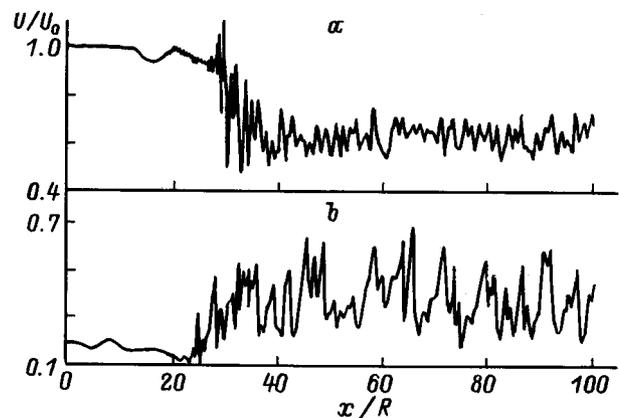


Рис. 1. Мгновенные распределения продольной составляющей скорости в установившемся режиме. a — вблизи оси трубы ($r/R = 0.02$), b — вблизи стенки ($r/R = 0.93$).

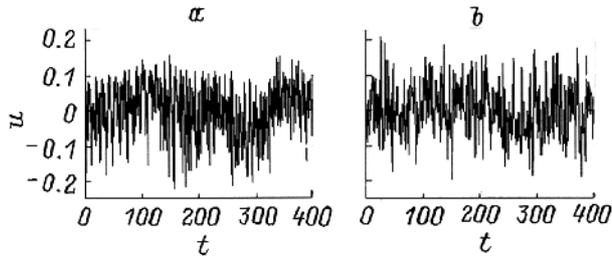


Рис. 2. Вид турбулентных пульсаций скорости в трубе с периодическими граничными условиями (а) и в трубе с заданным гармоническим возмущением на входе (б).

трубы, начиная с некоторого значения $x = x_0$, слабо зависящего от расстояния r от оси трубы. Значение x_0 тем меньше, чем больше амплитуда возмущения A . Возникновение турбулентных пульсаций сопровождается существенным изменением профиля продольной составляющей средней скорости потока: на оси трубы она уменьшается, а вблизи стенки увеличивается. Мгновенные распределения продольной составляющей скорости в установившемся режиме при $A/u_0 = 0.04$ показаны на рис. 1, позаимствованном из [20]. Если постепенно уменьшать амплитуду периодического возмущения A , то, начиная с некоторого ее значения, турбулентная область сносится потоком и течение в трубе становится ламинарным. Как известно (см., например, [21]), течение Пуазейля в круглой трубе в отличие от течения Пуазейля в плоском канале обладает тем свойством, что ламинарное течение при любых числах Рейнольдса устойчиво по отношению к бесконечно малым возмущениям. Однако в случае достаточно больших чисел Рейнольдса такое течение оказывается неустойчивым по отношению к возмущениям конечной величины. Если бы в отсутствие возмущения в системе существовал аттрактор, соответствующий турбулентному режиму, и роль возмущения сводилась бы только к тому, чтобы вывести фазовые траектории в область притяжения этого аттрактора, то турбулентность не должна была бы исчезнуть при снятии вызвавшего ее возмущения. Правда, в принципе возможна и иная ситуация, когда аттрактор возникает под действием самого асинхронного возмущения [22,23]. В этом случае он должен исчезнуть при снятии возмущения. Против этой ситуации имеются следующие возражения: во-первых, как следует из общей теории асинхронного возбуждения автоколебаний [22,23], она возможна только в узком диапазоне параметров, тогда как переход к турбулентности наблюдался Никитиным в широком диапазоне чисел Рейнольдса; во-вторых, асинхронное возбуждение автоколебаний одинаково возможно как при положительной, так и при отрицательной расстройке между частотой возбуждения и частотой возникающих колебаний, тогда как переход к турбулентности наблюдался только при низких частотах возбуждения.

Можно предположить, что наблюдаемое развитие турбулентности при $A \geq A_{cr}$ объясняется возникновением

некоторого шумоиндуцированного фазового перехода, приводящего к образованию индуцированного аттрактора. Сходство как внешних, так и статистических характеристик возникающей при этом турбулентности с турбулентностью в трубе при периодических граничных условиях [9], когда имеется обратная связь и возбуждаются автоколебания, говорит в пользу последнего предположения. Внешнее сходство продемонстрировано на рис. 2, построенном по данным Никитина. Если эти предположения справедливы, то роль периодического возмущения на входе трубы при развитии турбулентности сводится только к тому, чтобы стимулировать возникновение фазового перехода, подобно тому как это будет показано в следующем разделе на примере маятника.

Шумоиндуцированный фазовый переход в маятнике со случайно колеблющейся осью подвеса

Сравнительно простой пример шумоиндуцированного фазового перехода, приводящего к появлению незатухающих случайных колебаний, весьма напоминающих турбулентные пульсации, был рассмотрен нами в работах [24,25]. Аналитически и численно было исследовано уравнение колебаний маятника со случайно колеблющейся осью подвеса. Если учесть еще некоторый аддитивный шум, что не было сделано в указанных выше работах, то это уравнение принимает вид

$$\ddot{\varphi} + 2\beta(1 + \alpha\dot{\varphi}^2)\dot{\varphi} + \omega_0^2(1 + \xi_1(t))\sin\varphi = k\xi_2(t), \quad (1)$$

где φ — угловое отклонение маятника относительно положения равновесия; $2\beta(1 + \alpha\dot{\varphi}^2)\dot{\varphi}$ — величина, пропорциональная моменту сил трения, который считается нелинейным; ω_0 — собственная частота малых колебаний; $\xi_1(t)$ — ускорение оси подвеса, представляющее собой сравнительно широкополосный случайный процесс с отличной от нуля спектральной плотностью на частоте $2\omega_0$; $k\xi_2(t)$ — аддитивный шум, интенсивность которого можно изменять путем изменения коэффициента k .

Прежде всего рассмотрим случай $k = 0$. В [24,25] было показано, что, когда интенсивность колебаний оси подвеса превышает некоторое критическое значение, пропорциональное коэффициенту трения β , происходит параметрическое возбуждение колебаний маятника, которое проявляется в том, что дисперсия угла поворота маятника становится отличной от нуля. Примеры таких колебаний и зависимость среднего квадрата угла поворота маятника от отношения спектральной плотности шума $\chi(2\omega_0)$ к ее критическому значению, полученные путем численного решения уравнения (1), приведены на рис. 3. Как видно из рисунка, вблизи порога возбуждения колебания маятника обладают свойством перемежаемости,¹ т. е. в течение длительных промежутков времени маятник

¹ О явлении перемежаемости см., например, [26].

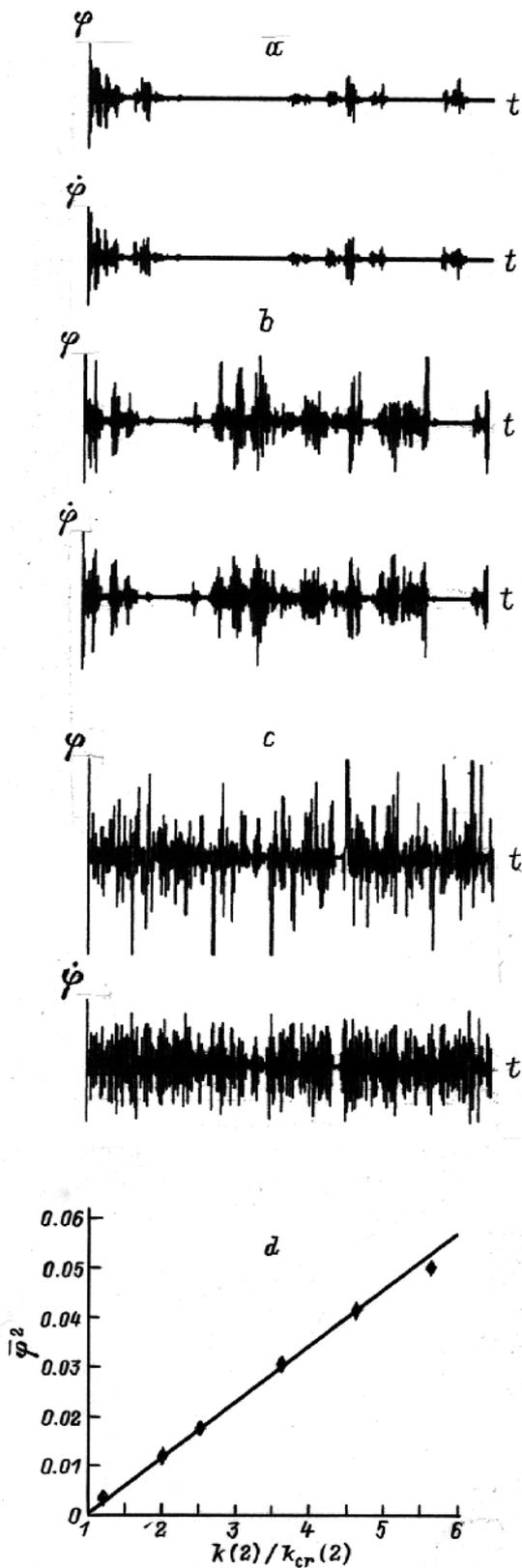


Рис. 3. Зависимости $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$. $\omega_0 = 1$, $\beta = 0.1$, $\alpha = 100$, $k = 0$; $k(2)/k_{cr}(2) = 1.02$ (a), 1.2 (b), 5.6 (c); d — зависимость $\overline{\varphi^2}$ от $k(2)/k_{cr}(2)$. Сплошная линия — $\overline{\varphi^2} = 0.01151(k(2)/k_{cr}(2) - 1)$.

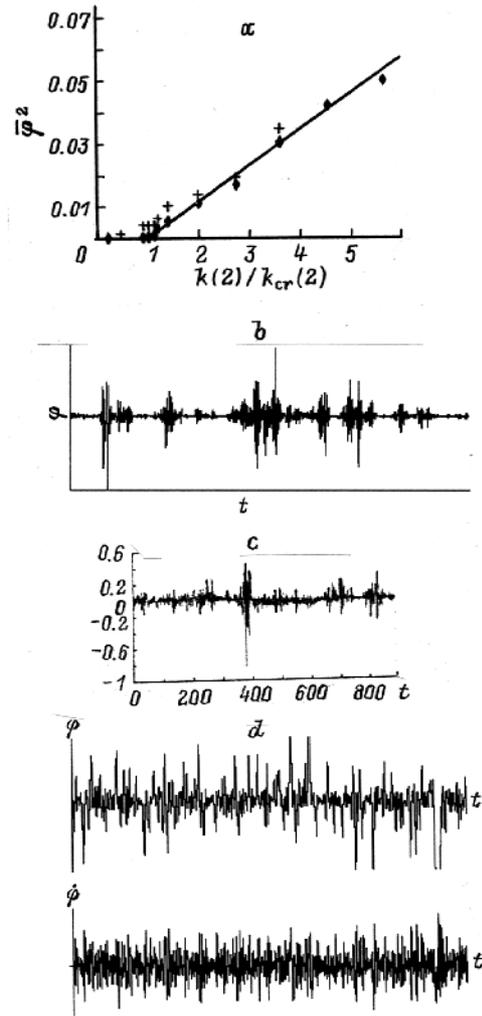


Рис. 4. Зависимости $\overline{\varphi^2}$ от $k(2)/k_{cr}(2)$ без аддитивного шума (квадратики) и с аддитивным шумом при $k^2\xi_2^2 = 0.05\xi_1^2$ (крестики) (сплошная линия — $\overline{\varphi^2} = 0.01151(k(2)/k_{cr}(2) - 1)$) (a), зависимость $\varphi(t)$ для $k^2\xi_2^2 = 0.000125\xi_1^2$, $k(2)/k_{cr}(2) = 0.92$ (b), пульсации продольной составляющей скорости потока на оси круглой дозвуковой струи на расстоянии от сопла, составляющем 0.1 диаметра сопла (c), и зависимости $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$ при $k(2)/k_{cr}(2) = 5.6$, $k^2\xi_2^2 = 0.05\xi_1^2$ (d).

колеблется вблизи своего положения равновесия (так называемые "ламинарные фазы"); эти участки сменяются короткими всплесками ("турбулентные" фазы). При удалении от порога длительность ламинарных фаз сокращается, а турбулентных увеличивается, в результате ламинарные фазы вообще исчезают. При этом дисперсия угла поворота растет. Заметим, что турбулентность в области переходных чисел Рейнольдса также обладает свойством перемежаемости (см., например, [9,26–29]. Не случайно теорией явления перемежаемости первыми стали детально заниматься именно специалисты по турбулентности [30], из теории турбулентности позаимствована и терминология (ламинарные и турбулентные фазы).

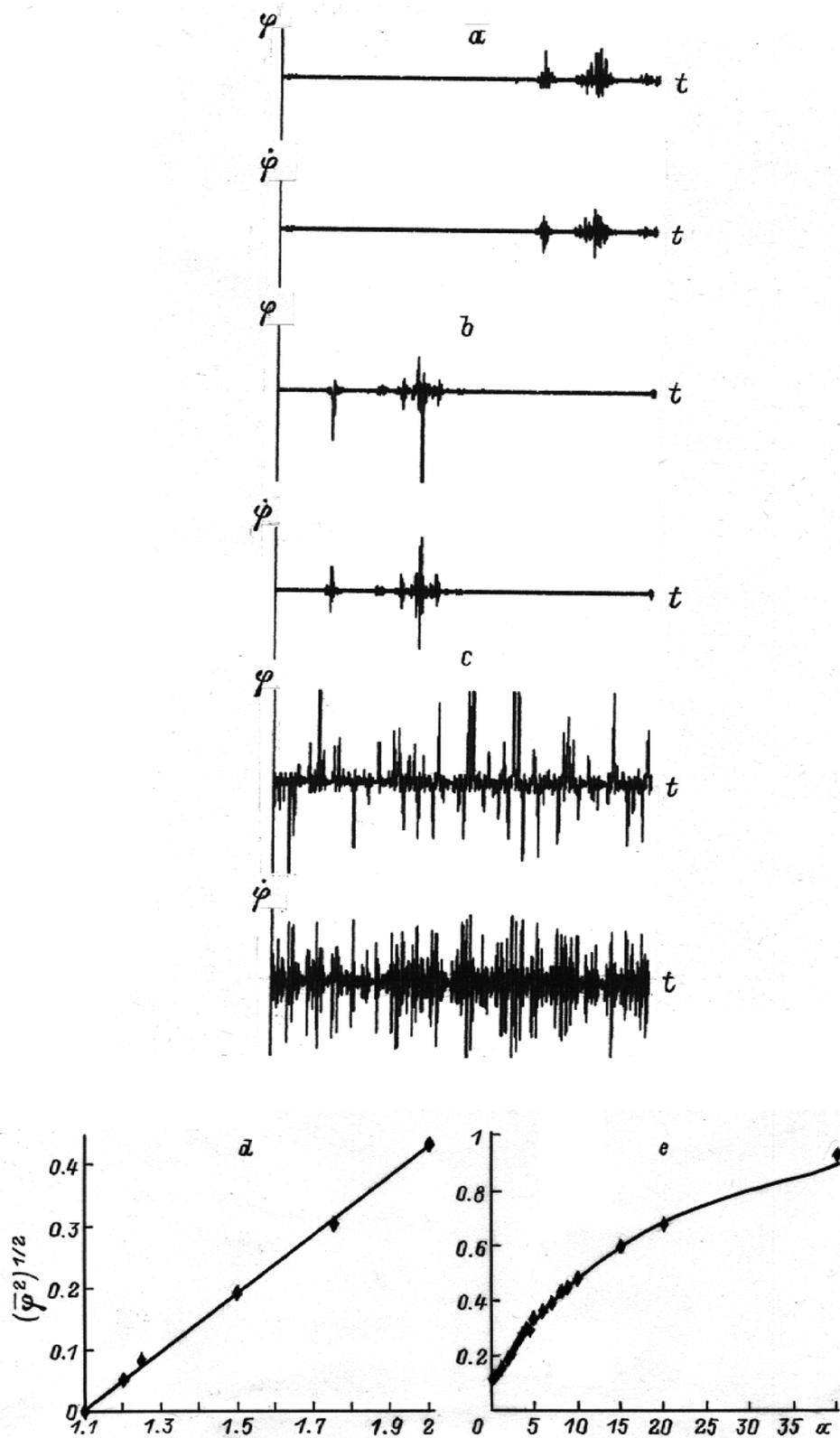


Рис. 5. Зависимости $\overline{\varphi(t)}$ и $\dot{\varphi}(t)$ при $\omega_0 = 1$, $\beta = 0.1$, $\alpha = 100$, $k = 0$, $k(2)/k_{cr}(2) = 0.51$, $\omega_a = 0.318$, $a = 1.1$ (a), 1.2 (b) и 1.5 (c); зависимость $\overline{\varphi^2}^{1/2}$ от a (сплошная линия — $\overline{\varphi^2}^{1/2} = 0.48(a - 1.1)$) (d) и зависимость $\overline{\varphi^2}^{1/2}$ от a при $k(2)/k_{cr}(2) = 2.23$, $\omega_a = 1.5$ (e).

При наличии аддитивного шума порог возбуждения размывается и зависимость $\bar{\varphi}^2$ от $\varkappa(2\omega_0)/\varkappa_{cr}(2\omega_0)$ становится плавной. Это продемонстрировано на рис. 4, *a* для случая, когда дисперсия аддитивного шума пропорциональна дисперсии мультипликативного шума с коэффициентом пропорциональности, равным 0.05. Слабый аддитивный шум приводит к тому, что явление перемежаемости начинает наблюдаться при интенсивностях мультипликативного шума, меньших критического значения в отсутствии аддитивного шума (рис. 4, *b*). Совершенно удивительно, что в этом случае колебания маятника по форме очень похожи на турбулентные пульсации при наличии перемежаемости. Пример таких пульсаций в дозвуковой струе вблизи сопла показан на рис. 4, *c*.² Заметим, что при достаточно большой интенсивности мультипликативного шума даже весьма заметный аддитивный шум практически не влияет на форму возбуждаемых колебаний (ср. рис. 3, *c* и 4, *d*).

Если аддитивный шум отсутствует, а интенсивность мультипликативного шума меньше порогового значения, то возбуждение колебаний маятника может быть вызвано слабыми дополнительными низкочастотными колебаниями оси подвеса. Учет этих колебаний можно произвести, если в уравнении (1) заменить ξ_1 и $\xi_1 + a \cos \omega_a t$, где a и ω_a — величины, пропорциональные амплитуде и частоте дополнительных колебаний ускорения оси подвеса. В случае когда интенсивность мультипликативного шума превышает критическое значение, дополнительное низкочастотное воздействие увеличивает интенсивность шумоиндуцированных колебаний. Результаты численного решения уравнения (1) для двух значений $\varkappa(2)/\varkappa_{cr}(2)$ и различных значений a представлены на рис. 5. Мы видим, что в случае $\varkappa(2) < \varkappa_{cr}(2)$ эффект возбуждения колебаний при увеличении амплитуды a имеет пороговый характер. При $\omega_a = 0.318$, $\varkappa(2)/\varkappa_{cr}(2) = 0.51$ пороговое значение a оказалось равным 1.1. Зависимость среднеквадратичного отклонения угла поворота от разности между амплитудой низкочастотного воздействия и ее критическим значением оказалась близкой к линейной (рис. 5, *d*). Когда $a > a_{cr}$, возбуждающиеся колебания практически неотличимы от тех, которые возникают только за счет шума, причем тем большей интенсивности, чем больше значение a . Это означает, что низкочастотное воздействие стимулирует возникновение фазового перехода и рождение индуцированного аттрактора.

Шумоиндуцированные колебания маятника и турбулентность в струйных течениях. Управление этими процессами

Аналогия между турбулентными процессами и шумоиндуцированными колебаниями маятника может быть прослежена и на примере развития турбулентности и

² Эти данные получены и предоставлены автору А.С. Гиневским с сотрудниками.

управления этим развитием в струйных течениях. Известно [17,31,32], что крупномасштабная турбулентность (когерентные структуры) в струях возникает на определенном расстоянии от сопла главным образом в пограничном слое, ширина которого увеличивается почти линейно с ростом этого расстояния. Возникновение когерентных структур сопровождается изменением средней скорости потока.

Известно также, что слабое акустическое воздействие на струю в области ее истечения из сопла может сильно влиять на гидродинамические процессы в струе. Если частота воздействия f_a лежит в некоторой области, которую можно назвать областью резонанса, то оно превращается в усиливающуюся гидродинамическую волну. Это подтверждается экспериментальными результатами, изложенными в работе [33]. Из указанных результатов следует, что, начиная с некоторого значения амплитуды акустического воздействия, зависимость среднеквадратичного значения пульсаций гидродинамической скорости от частоты воздействия оказывается резонансной. В качестве примера на рис. 6, *a* для $\varepsilon_{u_a} = \sqrt{u_a^2}/U_0 = 0.02$, где u_a — колебательная скорость в акустической волне, U_0 — средняя скорость течения на оси струи вблизи сопла, приведена зависимость среднеквадратичного значения относительных пульсаций продольной компоненты гидродинамической скорости $\varepsilon_u = \sqrt{u^2}/U_0$ от частоты акустического воздействия, выраженной в терминах числа Струхала $St = f_a D/U_0$, где D — диаметр сопла. Мы видим, что ε_u максимально при $St \approx 0.3$. Аналогичная зависимость получается для среднеквадратичного отклонения угла поворота рассматриваемого маятника при дополнительной гармонической вибрации оси подвеса. Такая зависимость при $a = 0.5$, $\varkappa(2)/\varkappa_{cr}(2) = 1.01$ приведена на рис. 6, *b*. Отметим, что при отсутствии дополнительного воздействия $\varepsilon_u \approx 0.04$, а $\sqrt{\bar{\varphi}^2} \approx 0.0317$.

В ряде работ (см., например, [17,34]) показано, что акустическое воздействие в зависимости от частоты может либо стимулировать развитие крупномасштабной турбулентности, либо его подавлять: стимулирование происходит при низкой частоте воздействия, а подавление — при высокой. Этот факт сам по себе уже говорит о том, что турбулентность в струях не является автоколебательным процессом. Как известно [22,23], стимулирование или подавление колебаний в автоколебательных системах не зависят от того, ниже или выше частота воздействия частоты автоколебаний. Эти эффекты определяются только тем, к какому типу принадлежит автоколебательная система, к системам с жестким или с мягким возбуждением.

Экспериментальная зависимость относительного среднеквадратичного значения пульсаций продольной составляющей гидродинамической скорости ε_u от акустического давления при $St = 2.35$ приведена на рис. 7, *a*. Мы видим, что турбулентные пульсации сначала уменьшаются при увеличении амплитуды акустического воздействия, а затем увеличиваются.

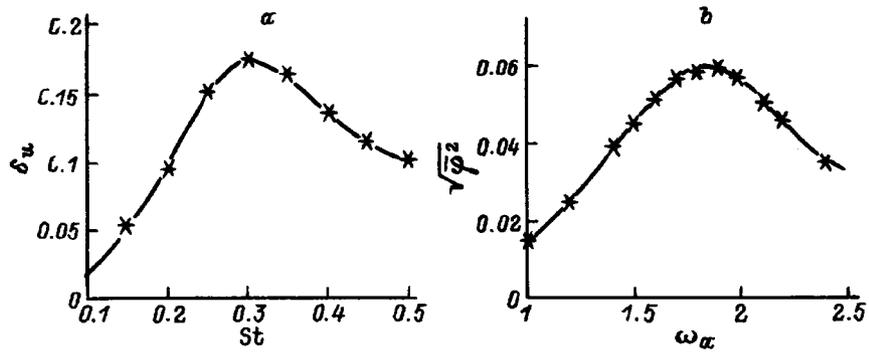


Рис. 6. Зависимость ε_u от St для $\varepsilon_{ua} = 0.02$, $x/D = 4$, где x — расстояние от кромки сопла (а), и зависимость $\overline{\varphi}^{2/2}$ от ω_a для $a = 0.5$, $k(2)/k_{cr}(2) = 1.01$ (b).

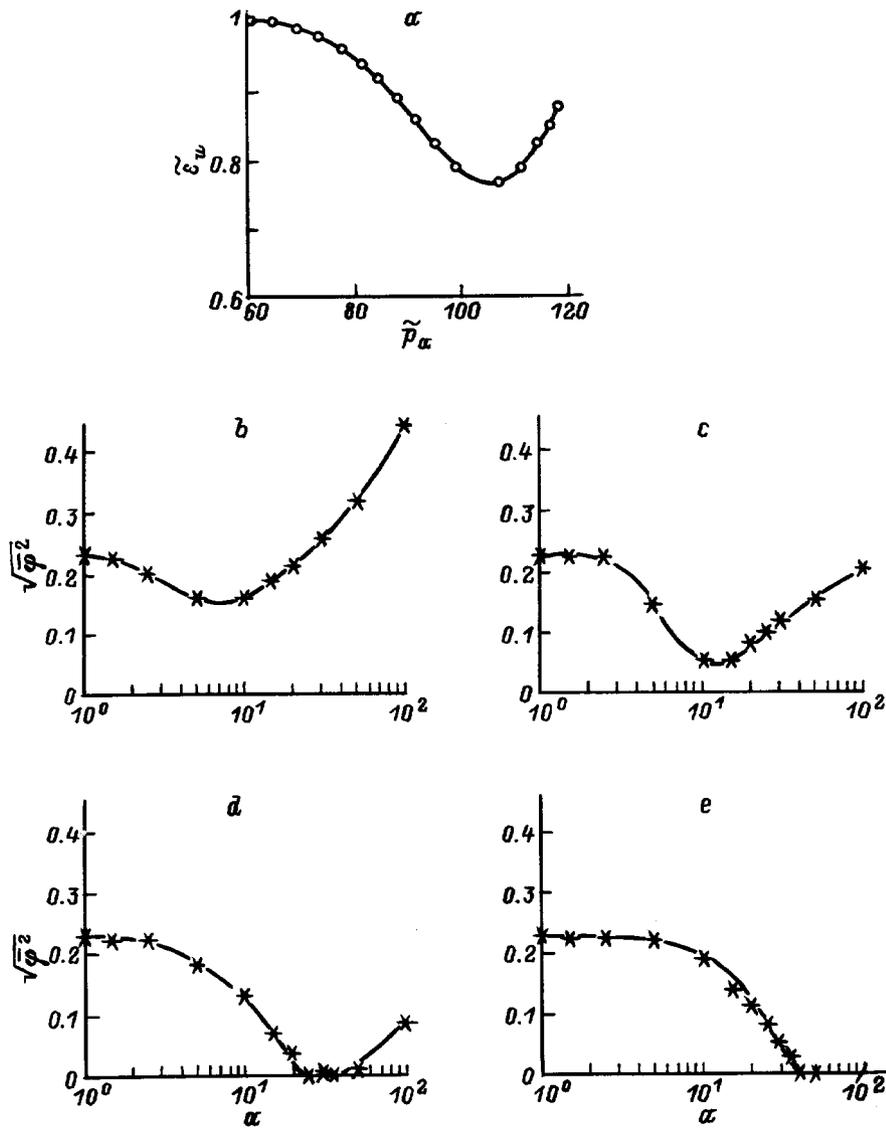


Рис. 7. Экспериментальная зависимость ε_u от относительной амплитуды акустического давления \tilde{p}_a , измеряемой в децибелах, для $St = 2.35$, $x/D = 8$ (а) и зависимости $\overline{\varphi}^{2/2}$ от α для маятника при $\omega_0 = 1$, $\beta = 0.1$, $\alpha = 100$, $k(2)/k_{cr}(2) = 5.6$, $\omega_a = 3.5$ (b), 6 (c), 11 (d), 19.75 (e).

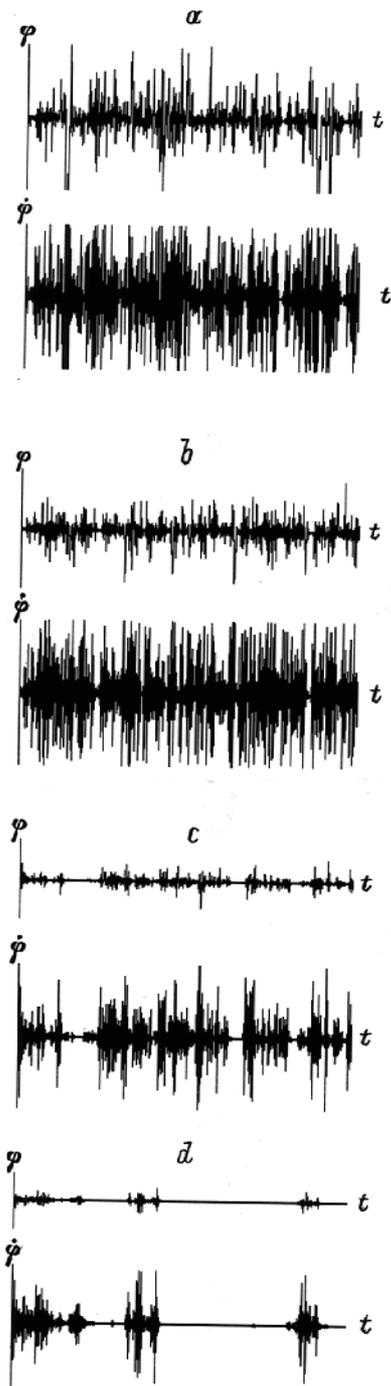


Рис. 8. Зависимости $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$. $\omega_0 = 1$, $\beta = 0.1$, $\alpha = 100$, $k(2)/k_{cr}(2) = 5.6$, $k = 0$, $\omega_a = 19.757$, $a = 5$ (a), 15 (b), 30 (c), 40 (d).

О стимулировании шумоиндуцированного фазового перехода в маятнике мы уже говорили в предыдущем разделе. Сейчас рассмотрим возможность подавления шумоиндуцированных колебаний высокочастотным гармоническим воздействием. Численное моделирование уравнения (1) с заменой ξ_1 на $\xi_1 + a \cos \omega_a t$, где $\omega_a > 2$, показало, что такое подавление действительно

имеет место. Результаты моделирования представлены на рис. 7, b–e и 8. Мы видим, что при малых амплитудах высокочастотного воздействия оно практически не влияет на существующие колебания. Кроме того, из рис. 7 видно, что в случае не очень больших частот воздействия при увеличении амплитуды интенсивность шумоиндуцированных колебаний, как и в описанном выше эксперименте, сначала уменьшается до определенного минимального значения, которое тем меньше, чем больше частота воздействия, а затем начинает увеличиваться. Правда, чем выше частота, тем при больших амплитудах воздействия достигается это минимальное значение. При достаточно больших частотах воздействия колебания подавляются полностью. Таким образом, исходя из аналогии с колебаниями маятника можно дать совет экспериментаторам увеличивать частоту акустического воздействия, чтобы избежать нежелательного увеличения турбулентных пульсаций при увеличении амплитуды воздействия. Насколько нам известно, этот совет себя оправдал.

Подавление шумоиндуцированных колебаний маятника достаточно высокочастотным дополнительным воздействием более детально продемонстрировано на рис. 8, где показаны зависимости от времени φ и $\dot{\varphi}$ для различных значений амплитуды воздействия, частота которого равна 19.757. Видно, что при увеличении амплитуды интенсивность шумоиндуцированных колебаний уменьшается и при этом увеличивается длительность участков "ламинарных фаз". Когда амплитуда превышает некоторое критическое значение (для рассмотренного случая оно оказалось равным 42), колебания подавляются полностью. При дальнейшем значительном увеличении амплитуды воздействия колебания вновь возникают, но уже за счет того что начинают выполняться условия соответствующего параметрического резонанса.

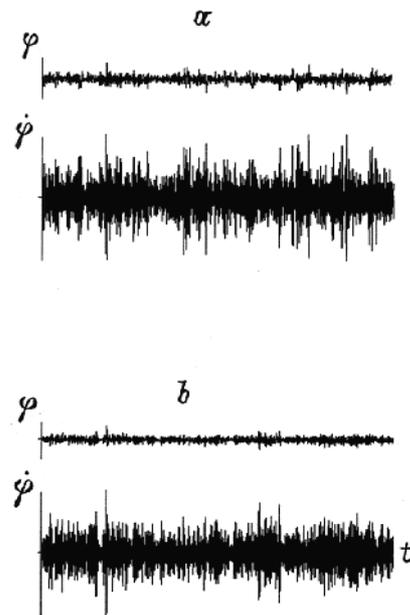


Рис. 9. Зависимости $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$. $\overline{k^2 \xi_2^2} = 0.05 \overline{\xi_1^2}$; $a = 40$ (a), 50 (b); остальные параметры те же, что на рис. 8.

Следует заметить, что стимулирование и подавление шумоиндуцированных колебаний маятника происходят не только при параметрическом гармоническом воздействии, но и при силовом, причем эффективность воздействия оказывается даже больше.

При наличии аддитивного шума полного подавления уже не происходит, однако оно является весьма значительным, особенно в отношении переменной φ . Об этом свидетельствует рис. 9, где приведены зависимости от времени φ и $\dot{\varphi}$ для двух значений амплитуды воздействия, частота которого, как и на рис. 8, равна 19.757.

Заключение

Итак, мы показали, что существует глубокая аналогия между такими, казалось бы, разнородными явлениями, как турбулентность и шумоиндуцированные колебания маятника. Весьма интересно, что эта аналогия основана не на подобии уравнений движения, а на общности законов теории колебаний. Безусловно, требуются серьезные исследования, чтобы убедиться, что указанная аналогия не является поверхностной, а отражает суть происходящих явлений. Тем не менее наличие такой аналогии лишней раз подтверждает известный факт, что природа подчиняется единым законам.

Автор благодарен Н.Н. Никитину и А.С. Гиневскому с сотрудниками за предоставление полученных ими данных численного и реального экспериментов.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
- [2] Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика (Теория турбулентности), т. 1. СПб.: Гидрометеоздат, 1992.
- [3] Drazin P.D., Reid W.H. Hydrodynamic Stability. Cambridge: Univ. Press. 1981.
- [4] Ландау Л.Д. // ДАН СССР. 1944. Т. 44. № 8. С. 339–342.
- [5] Stuart J.T. // J. Fluid. Mech. 1958. Vol. 4. N 1. P. 1–21.
- [6] Stuart J.T. // J. Fluid. Mech. 1960. Vol. 9. N 3. P. 353–370.
- [7] Stuart J.T. // Appl. Mech. Rev. 1965. Vol. 18. N 7. P. 523–531.
- [8] Stuart J.T. // Ann. Rev. Fluid Mech. 1971. N 3. P. 347–370.
- [9] Никитин Н.В. // МЖГ. 1994. № 6. С. 14–26.
- [10] Рытов С.М. // УФН. 1957. Т. 62. Вып. 4. С. 485–496.
- [11] Ruelle D., Takens F. // Comm. Math. Phys. 1971. Vol. 20. N 2. P. 167–192.
- [12] Ruelle D. // Lect. Notes in Phys. Statistical Models and Turbulence. 1975. Vol. 12. P. 292.
- [13] Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И., Старобинец И.М. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 12. С. 561–564.
- [14] Осипов Г.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 5. С. 624–632.
- [15] Kozlov V.V., Rabinovich M.I., Ramasanov M.P. et al. // Phys. Lett. 1988. Vol. 128. P. 479.
- [16] Ланда П.С. // Изв. вузов ПНД. 1995. Т. 3. № 2. С. 37–41.
- [17] Гиневский А.С., Ланда П.С. // Изв. вузов. ПНД. 1995. Т. 3. № 2. С. 42–59.

- [18] Landa P.S. // Nonlinear Oscillations and Waves in Dynamical Systems. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [19] Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса. М.: Наука, 1990.
- [20] Никитин Н.В. // ДАН. 1995. Т. 343. № 6. С. 767–770.
- [21] Гольдштик М.А., Штерн В.Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1997.
- [22] Теодорчик К.Ф. Автоколебательные системы. М.: Гостехиздат, 1952.
- [23] Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980.
- [24] Ланда П.С., Заикин А.А. // ЖЭТФ. 1996. В печати.
- [25] Landa P.S., Zaikin A.A. // Phys. Rev. 1996. Vol. E54.
- [26] Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
- [27] Прандтль Л., Титъетс О. Гидро- и аэромеханика. Т. 2. М.; Л.: Гостехиздат, 1935.
- [28] Corrsin S. // NASA Advis. Conf. Rep. 1943. Vol. 3123.
- [29] Rotta J. // Ing.-Arch. 1956. Vol. 24. N 4. P. 258–281.
- [30] Pomeau Y., Manneville P. // Comm. Math. Phys. 1980. Vol. 74. N 2. P. 189–197.
- [31] Гиневский А.С. Теория турбулентных струй и следов. М.: Машиностроение, 1969.
- [32] Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов методом дискретных вихрей. М.: Наука, 1995.
- [33] Crow S.C., Champagne F.H. // J. Fluid Mech. 1971. Vol. 48. P. 547–591.
- [34] Гиневский А.С., Власов Е.В., Колесников А.В. Аэроакустические взаимодействия. М.: Машиностроение, 1978.