

## Экситонные поляритоны в длиннопериодных структурах с квантовыми ямами

© М.Р. Владимирова, Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 29 мая 1997 г. Принята к печати 3 июня 1997 г.)

Методами теории матриц проанализировано распределение на комплексной плоскости собственных частот экситонных поляритонов в конечной периодической структуре с квантовыми ямами. Получены соотношения, накладываемые на суммы собственных частот для поляритонных мод, четных и нечетных относительно центра структуры. Показано, что в антибрэгговской структуре, период которой равен четверти длины волны света на частоте экситонного резонанса  $\omega_0$ , наборы собственных частот, соответствующих четным и нечетным решениям, переходят друг в друга при отражении относительно вертикальной оси  $\omega = \omega_0$ . Найдены приближенные аналитические выражения для собственных частот "долгоживущих" и "короткоживущих" поляритонных мод. Выяснена связь между формой спектров оптического отражения и множеством собственных частот системы.

Как известно, в объемных кристаллах экситон-фотонное взаимодействие приводит к образованию возбужденных смешанного типа экситонных поляритонов, которые в пренебрежении взаимодействием экситона с фононами и статическими дефектами распространяются неограниченно далеко без затухания. В бесконечной периодической структуре с квантовыми ямами или сверхрешетке картина формирования экситонных поляритонов в деталях отличается, но, как и в однородных материалах, термин радиационного затухания не вводится. В структуре с одиночной квантовой ямой понятие экситонного поляритона претерпело существенные изменения. Экситон, возбужденный в идеальной квантовой яме в состоянии с двумерным волновым вектором  $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$  таким, что  $k_{\parallel} < (\omega_0/c)n_b$ , может аннигилировать с испусканием света в барьер ( $\omega_0$  — резонансная частота экситона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $n_b$  — показатель преломления в материале барьера). Частота квазидвумерного экситона с учетом взаимодействия с фотонами незначительно перенормируется и, таким образом, основной результат сводится к появлению у экситона радиационного затухания. Важно отметить, что в отличие от радиационного затухания возбужденных уровней изолированных атомов, вклад в которое вносит испускание света в широком телесном угле, излучение экситона в квантовой яме на частоте  $\omega$  состоит из двух световых волн с волновыми векторами  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, \pm k_z)$ , где  $k_z = [(\omega/c)^2 n_b^2 - k_x^2 - k_y^2]^{1/2}$ , так как составляющие волнового вектора в плоскости интерфейса сохраняются. Экситон с  $k_{\parallel} > (\omega_0/c)n_b$  индуцирует в барьерах электромагнитное поле, амплитуда которого убывает по мере удаления в глубь правого или левого барьера. Обратное влияние этого поля на экситон приводит к перенормировке резонансной частоты, но не порождает нового канала рекомбинации. Данная работа посвящена рассмотрению радиационных свойств экситона в конечной периодической структуре с квантовыми ямами, где экситоны в соседних ямах достаточно хорошо изолированы друг от друга, чтобы можно было пренебречь туннельными эффектами. Такие

структуры широко изучаются экспериментально и могут быть характеризованы как промежуточный случай между одиночной квантовой ямой и бесконечной сверхрешеткой. Так же, как и в одиночной яме, в данном случае экситон может рекомбинировать с испусканием фотона  $(k_x, k_y, \pm k_z)$ . Однако темп радиационной рекомбинации и частота излучаемого света зависят от эффектов переотражения и интерференции света в многослойной структуре. В терминах квантовой электродинамики экситоны в различных квантовых ямах оказываются связанными за счет электромагнитного поля. Как и в системе из  $N$  связанных маятников, в системе из  $N$  квантовых ям возникает в общем случае  $N$  собственных частот. Поскольку сохраняется возможность радиационной рекомбинации экситона, эти частоты являются комплексными.

В работе [1] и появившемся вслед за ней ряде работ [2–7] рассмотрены оптические свойства конечных длиннопериодных структур с одинаковыми квантовыми ямами. В [1] подробно проанализирован случай резонансной брэгговской структуры с периодом  $d = \pi(\omega_0 n_b / c)^{-1}$ . Показано, что в этом случае спектр собственных частот  $\omega_i$  является сильно вырожденным: для  $N - 1$  моды собственные частоты совпадают и равны  $\omega_0 - i\Gamma$ , где  $\Gamma$  — нерадиационное затухание, т.е. эти моды являются радиационно неактивными, а для одной моды частота равна  $\omega_0 - i(N\Gamma_0 + \Gamma)$ , где  $\Gamma_0$  — радиационное затухание экситона в одиночной яме, т.е. такой экситон имеет излучательное время жизни, в  $N$  раз меньшее чем в одиночной квантовой яме. В [7] проведен расчет вещественной и мнимой частей собственных частот в зависимости от периода структуры CdTe/CdZnTe, содержащей 10 квантовых ям. В данной работе проанализированы с точки зрения четности собственные решения экситон-поляритонной задачи в структуре с конечным числом эквидистантных квантовых ям, исследованы закономерности взаимного расположения собственных частот экситонных поляритонов на комплексной плоскости, а также выведены приближенные аналитические выражения для частот долгоживущих и быстрозатухающих мод.

## Уравнение для собственных частот в методе матриц переноса

В методе матриц переноса в волновом уравнении с помощью материального соотношения исключается диэлектрическая поляризация и устанавливается связь между амплитудами электрического поля для падающей и прошедшей волн. Рассмотрим структуру из  $N$  эквидистантных квантовых ям, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга. Матрица переноса через слой толщины  $d$  с квантовой ямой посередине может быть записана в следующем виде [1,8]:

$$\hat{T} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} (t^2 - r^2)e^{ikd} & r \\ -r & e^{-ikd} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $r$  и  $t$  — соответственно коэффициенты отражения и пропускания, отнесенные к центру ямы,

$$r = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_0)}, \quad t = 1 + r. \quad (2)$$

Здесь и в дальнейшем пренебрегается различием между  $n_b^2$  и фоновой диэлектрической проницаемостью материала ямы и рассматривается нормальное падение света на структуру. Собственные числа этой матрицы можно представить в виде [8]  $\lambda_{\pm} = e^{\pm iQd}$ , а ее собственные векторы как

$$\hat{C}_{\pm} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_{\pm} \end{bmatrix}, \quad a_{\pm} = \frac{r}{e^{-ikd} - te^{\pm iQd}}. \quad (3)$$

Величина  $Q$  имеет смысл волнового вектора света на частоте  $\omega$  в неограниченной периодической структуре и удовлетворяет дисперсионному соотношению [9]

$$\cos Qd = G(\omega), \quad G(\omega) = \cos kd - \sin kd \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma}. \quad (4)$$

Для структуры, содержащей конечное число  $N$  квантовых ям, спектр собственных частот находится из однородных граничных условий, означающих отсутствие внешней волны, падающей на структуру слева или справа, и эквивалентных соотношению  $a_+ e^{iNQd} = a_- e^{-iNQd}$ . После подстановки в это соотношение выражения (3) для коэффициентов  $a_{\pm}$  и некоторых дополнительных преобразований приходим к трансцендентному уравнению для нахождения  $N$  собственных комплексных частот системы

$$te^{ikd} = \frac{U_{N-1}(G)}{U_{N-2}(G)}, \quad (5)$$

где  $U_n(x) = (1 - x^2)^{-1/2} \sin[(n+1) \arccos x]$  — многочлены Чебышева второго рода степени  $n$  (см., например, [10]), а аргумент  $G$  определен согласно (4).

Амплитудные коэффициенты отражения и прохождения света для системы из  $N$  квантовых ям, заключенной между однородными неограниченными барьерами, выражаются через  $a_{\pm}$  и  $Q$  следующим образом:

$$r_N = \frac{a_+ a_- (1 - e^{2iNQd})}{a_- - a_+ e^{2iNQd}}, \quad t_N = \frac{(a_- - a_+) e^{iNQd}}{a_- - a_+ e^{2iNQd}}. \quad (6)$$

Коэффициенты отражения и пропускания определены на плоскостях, смещенных на  $d/2$  влево от центра крайней левой ямы и на  $d/2$  вправо от центра крайней правой ямы соответственно.

Из симметрии системы следует [1], что ее собственные возбуждения являются либо четными, либо нечетными относительно центра структуры  $z = 0$ , в частности, диэлектрическая поляризация  $P$  (или электрическое поле  $E$ ) нормального возбуждения удовлетворяет одному из условий:  $P(-z) = \pm P(z)$  или  $E(-z) = \pm E(z)$ . Собственные частоты для четных решений являются полюсами суммы  $r_N(\omega) + t_N(\omega)$ , а для нечетных решений — полюсами разности  $r_N(\omega) - t_N(\omega)$ . Отсюда следует, что числитель дроби  $r_N \mp t_N$  должен обращаться в нуль соответственно для четных и нечетных решений, и на эти решения накладываются условия

$$U_{N-1}(G) = \pm(t/r). \quad (7)$$

Заметим, что среди  $2N$  корней двух уравнений (7) только половина являются собственными частотами гетероструктуры и удовлетворяют уравнению (5).

Уравнения (5), (7) позволяют установить соотношения между собственными частотами для двух структур с одним и тем же числом  $N$  и с периодами  $d_1$  и  $d_2$ , удовлетворяющими условию

$$k(d_1 + d_2) = \pi. \quad (8)$$

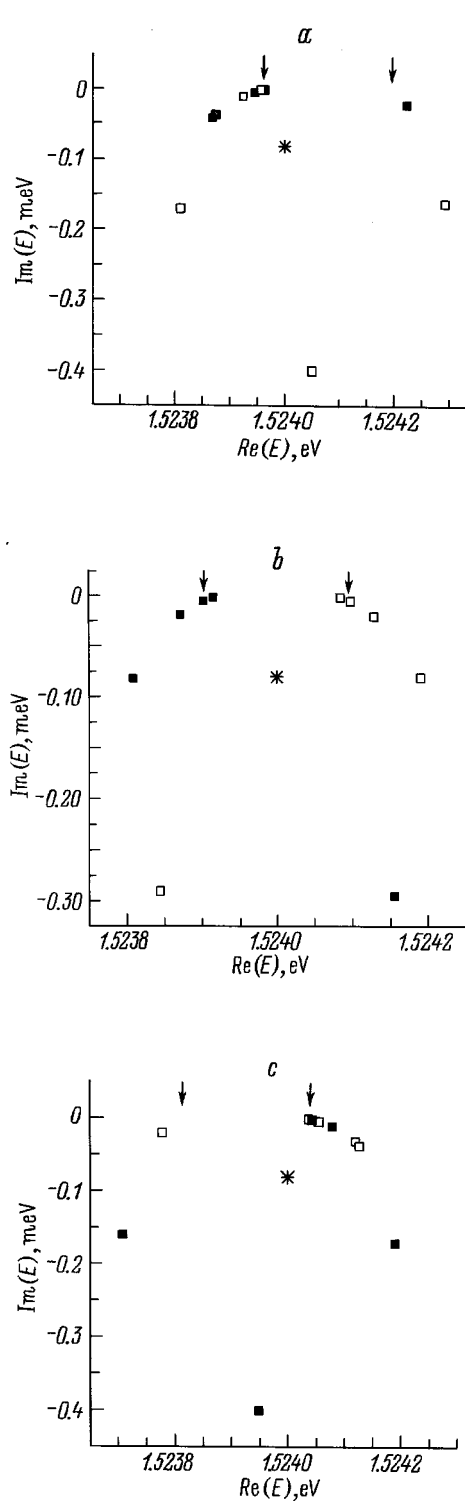
Из очевидных равенств  $\cos kd_2 = -\cos kd_1$  и  $\sin kd_2 = \sin kd_1$  следует тождество  $G^*(\omega, d_1) = -G(2\omega_0 - \omega^*, d_2)$ . Сравнивая уравнения (5) для двух структур и учитывая соотношения  $t^*(\omega) = t(2\omega_0 - \omega^*)$ ,  $\exp(-ikd_1) = -\exp(ikd_2)$ ,  $U_n(-x) = (-1)^n U_n(x)$  и  $U_n^*(x) = U_n(x^*)$ , приходим к выводу о том, что множества собственных частот  $\{\omega_i(d_1)\}$  и  $\{\omega_j(d_2)\}$  можно привести к соответствию

$$\omega_j(d_2) = 2\omega_0 - \omega_i^*(d_1). \quad (9)$$

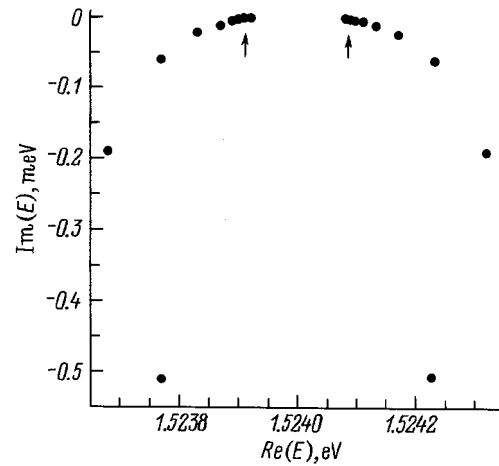
Обозначим собственные частоты для четных и нечетных решений в виде  $\omega_i^{(+)}(d)$ ,  $\omega_{i'}^{(-)}(d)$ , где  $i, i' = 1, \dots, N/2$  при четном  $N$  и  $i = 1, \dots, (N+1)/2$ ,  $i' = 1, \dots, (N-1)/2$  при нечетном  $N$ . Используя уравнения (7), можно переписать соотношения (9) в терминах четных и нечетных решений

$$\omega_j^{(\pm)}(d_2) = \begin{cases} 2\omega_0 - \omega_i^{(\pm)*}(d_1), & \text{если } N \text{ нечетно,} \\ 2\omega_0 - \omega_{i'}^{(\mp)*}(d_1), & \text{если } N \text{ четно.} \end{cases} \quad (10)$$

Особый случай представляет антибрэгговская структура с  $kd = \pi/2$ . Подставляя в (10) значения  $d_1 = d_2 = \pi/2k$ , находим, что для такой структуры при нечетных  $N$  совокупности частот  $\omega_i^{(+)}$  и  $\omega_{i'}^{(-)}$  по отдельности распределены на комплексной плоскости симметрично относительно вертикальной прямой  $\omega = \omega_0$ , а при четных  $N$  множество  $\omega_{i'}^{(-)}$  получается из множества  $\omega_i^{(+)}$  в результате отражения относительно прямой  $\omega = \omega_0$ . Заметим, что



**Рис. 1.** Комплексные собственные энергии для экситонных поляритонов в структуре с 10 квантовыми ямами и периодом  $d = d_A/2$  (a),  $d = d_A$  (b),  $d = 3d_A/2$  (c);  $d_A$  — период антибрэгговской структуры. Нерадиационное затухание экситона  $\Gamma$  положено равным нулю. Белые и черные квадраты — соответственно четные и нечетные решения, звездочка — собственная энергия экситона в одиночной квантовой яме. Стрелками показаны края запрещенной зоны в бесконечной периодической гетероструктуре, определенные согласно (15).



**Рис. 2.** Комплексные собственные энергии для экситонных поляритонов в антибрэгговской структуре ( $d = d_A$ ) с 20 квантовыми ямами при  $\Gamma = 0$ . Стрелками показаны края запрещенной зоны в бесконечной периодической гетероструктуре.

при выводе формул (9), (10) не учитывалась дисперсия волнового вектора  $k = (\omega/c)n_b$ , т. е. предполагалось, что  $Nn_b|\omega - \omega_0|d/c \ll 1$ .

На рис. 1 показаны комплексные энергии экситонных поляритонов для трех структур с  $N = 10$  и с периодами, удовлетворяющими условию  $kd = \pi/4$  (a),  $kd = \pi/2$  (b, антибрэгговская структура) или  $kd = 3\pi/4$  (c). Четные и нечетные решения обозначены разными символами. При расчете были выбраны параметры гетероструктуры, характерные для системы GaAs/GaAlAs: энергия возбуждения квазидвумерного экситона в одиночной квантовой яме  $\hbar\omega_0 = 1.524$  эВ, радиационное затухание  $\hbar\Gamma_0 = 0.08$  мэВ, показатель преломления в барьере  $n_b = 3.64$ , различием между  $n_b$  и фоновым показателем преломления в материале ямы пренебрегалось. Для простоты безызлучательное затухание полагалось равным нулю, для его учета достаточно сдвинуть все точки на рис. 1 на величину  $-i\Gamma$ . В соответствии с (10) точки на рис. 1, c получаются из рис. 1, a отражением относительно прямой  $\hbar\omega_0$  и переменей символа четности, а комплексные энергии поляритонов в антибрэгговской структуре (рис. 1, b) расположены симметрично относительно этой прямой. Расположение собственных энергий для антибрэгговской структуры с 20 ямами показано на рис. 2.

### Уравнение для собственных частот в методе связанных осцилляторов

В этом методе собственные частоты находятся из уравнения

$$\det \| A_{lm} - \omega\delta_{lm} \| = 0, \\ A_{lm} = (\omega_0 - i\Gamma)\delta_{lm} - i\Gamma_0 e^{ik|l-m|}, \quad (11)$$

которое полностью эквивалентно уравнению (5). Так как след любой квадратной матрицы равен сумме ее

собственных чисел, на эту сумму накладывается ограничение

$$\sum_{j=1}^N \Omega_j = 0, \quad \Omega_j = \omega_j - \omega_0 + i(\Gamma + \Gamma_0). \quad (12)$$

Согласно теореме Гершгорина [11], характеристические числа комплексной квадратной матрицы  $a_{lm}$  порядка  $n$  лежат в замкнутой области комплексной плоскости  $z = z' + iz''$ , образованной кругами

$$|z - a_{ll}| \leq \sum_{m \neq l} |a_{lm}|.$$

Отсюда следует, что собственные частоты системы из  $N$  квантовых ям локализованы в круге с центром в точке  $\omega_0 - i(\Gamma + \Gamma_0)$  и радиусом  $(N-1)\Gamma_0$ . Учитывая симметрию системы, получим соотношения сумм корней для четных и нечетных решений в отдельности. С этой целью пронумеруем последовательность  $N$  квантовых ям от  $m = -n$  до  $m = n$ , исключая нуль при четном  $N = 2n$  и включая значение  $m = 0$  при нечетном  $N = 2n + 1$ , и перейдем от базиса одноямыных экситонных состояний  $|m\rangle$  к базису  $|m\rangle_{\pm} = (|m\rangle \pm |-m\rangle)/\sqrt{2}$  ( $m = 1, \dots, n$ ), если  $N$  четно, и базису  $|m\rangle_{\pm}$  ( $m = 1, \dots, n$ ),  $|0\rangle_{+} \equiv |0\rangle$ , если  $N$  нечетно. В новом базисе матрица  $\hat{A}$  трансформируется в квазидиагональную матрицу

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \hat{A}^{(+)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{A}^{(-)} \end{bmatrix}.$$

Собственные числа матриц  $\hat{A}^{(\pm)}$  определяют совокупность частот  $\omega_j^{(\pm)}$  для четных и нечетных решений соответственно. Диагональные элементы этих матриц легко вычисляются:  $A_{mm}^{(\pm)} = \tilde{\omega}_0 \mp i\Gamma_0\eta^{2m-1}$ , если  $N$  четно,  $A_{00}^{(+)} = \tilde{\omega}_0$  и  $A_{mm}^{(\pm)} = \tilde{\omega}_0 \mp i\Gamma_0\eta^{2m}$ , если  $N$  нечетно, где  $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 - i(\Gamma + \Gamma_0)$  и  $\eta = e^{ikd}$ . Суммируя их отдельно, получаем

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \Omega_j^{(+)} &= - \sum_{j=1}^n \Omega_j^{(-)} \\ &= -i\Gamma_0\eta \frac{1 - \eta^{2n}}{1 - \eta^2} \quad \text{при } N = 2n, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n+1} \Omega_j^{(+)} &= - \sum_{j=1}^n \Omega_j^{(-)} \\ &= -i\Gamma_0\eta^2 \frac{1 - \eta^{2n}}{1 - \eta^2} \quad \text{при } N = 2n + 1. \end{aligned}$$

Соотношения (20) из [1] позволяют найти частоты  $\Omega_j^{(\pm)}$  для  $N = 1 \div 4$ :

$$\Omega_1^{(+)} = 0 \quad (N = 1); \quad \Omega_1^{(\pm)} = \mp i\Gamma_0\eta \quad (N = 2);$$

$$\Omega_{1,2}^{(+)} = -\frac{i}{2}\Gamma_0\eta(\eta \pm \sqrt{\eta^2 + 8}), \quad \Omega_1^{(-)} = i\Gamma_0\eta^2 \quad (N = 3);$$

$$\begin{aligned} \Omega_{1,2}^{(+)}(\eta) &= \Omega_{1,2}^{(-)}(-\eta) = -\frac{i}{2}\Gamma_0\eta \left[ 1 + \eta^2 \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{(1 + \eta^2)^2 + 4(1 + 2\eta)} \right] \quad (N = 4). \end{aligned}$$

Легко убедиться, что эти частоты удовлетворяют тождествам (12), (13).

## Приближенные выражения для собственных частот

Анализ рис. 1, 2 показывает, что ряд поляритонных мод обладает малым радиационным затуханием, и в то же время имеются отдельные поляритонные состояния, характеризующиеся повышенной радиационной активностью. Для этих двух типов экситонных поляритонов в структурах с квантовыми ямами можно вывести приближенные аналитические выражения для собственных частот.

Прежде всего заметим, что, согласно (4), в неограниченной периодической гетероструктуре с квантовыми ямами дисперсия нормальных световых волн имеет вид

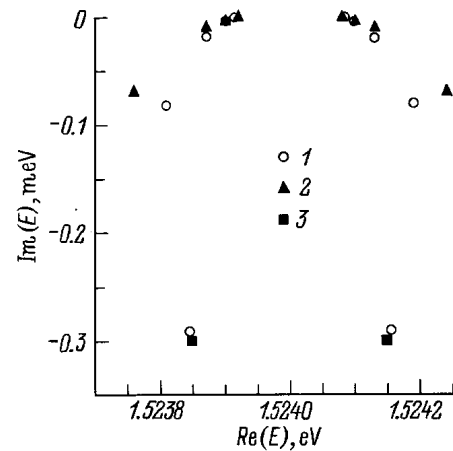
$$\omega = \omega_0 - i\Gamma + \frac{\sin kd}{\cos Qd - \cos kd} \Gamma_0. \quad (14)$$

При  $\Gamma = 0$  в спектре имеется запрещенная зона, лежащая между значениями

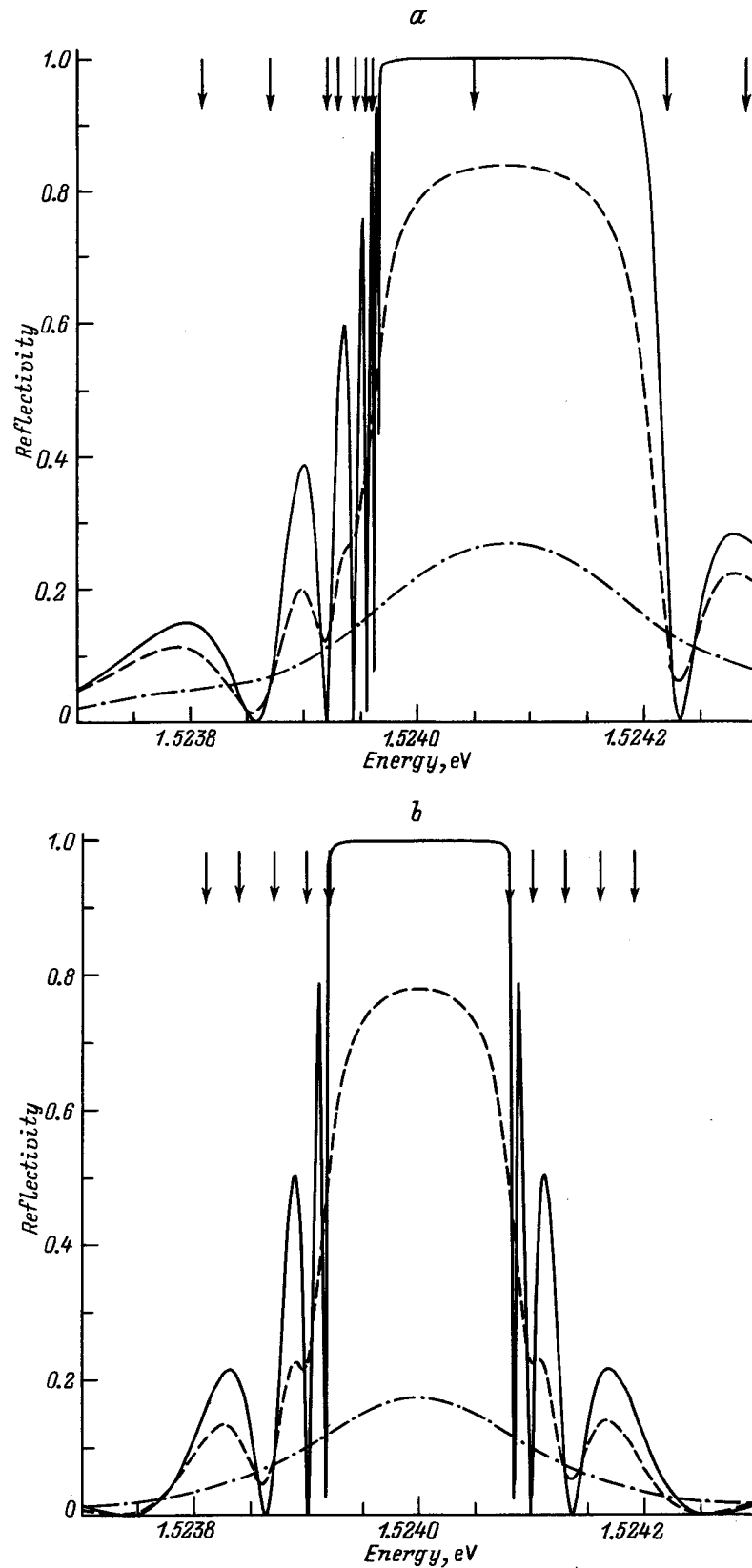
$$\omega = \omega_0 - \Gamma_0 \operatorname{tg}(kd/2) \quad \text{при } Q = \pi/2 \text{ и}$$

$$\omega = \omega_0 + \Gamma_0 \operatorname{ctg}(kd/2) \quad \text{при } Q = 0. \quad (15)$$

Стрелками на рис. 1 и 2 показаны края запрещенной зоны для экситонных поляритонов, задаваемые значениями  $\omega_0 + (1 \pm \sqrt{2})\Gamma_0$  в структуре с периодом, равным  $1/4$  длины волны света,  $\omega_0 \pm \Gamma_0$  в антибрэгговской структуре и  $\omega_0 + (\pm\sqrt{2} - 1)\Gamma_0$ , если период равен  $3/4$  длины волны.



**Рис. 3.** Комплексные собственные частоты для экситонных поляритонов в антибрэгговской структуре ( $d = d_A$ ) с 10 квантовыми ямами. 1 — точный расчет, представленный также на рис. 1, б, 2 — расчет по формулам (14), (17), 3 — расчет по приближенной формуле (18).



**Рис. 4.** Спектры отражения света от системы из 10 квантовых ям с периодом  $d = d_A/2$  (a) и  $d = d_A$  (b),  $d_A$  — период антибрэгговской структуры. Сплошные кривые — расчет в пренебрежении нерadiационным затуханием, штриховые — при  $\hbar\Gamma = 0.01$  мэВ, штрихпунктирные — при  $\hbar\Gamma = \hbar\Gamma_0 = 0.08$  мэВ. Стрелками показаны вещественные энергии поляритонных мод, удовлетворяющих уравнению (5).

В структуре с конечным числом квантовых ям допустимые значения произведения  $Qd$ , определенного согласно (4), задаются уравнением (5), которое можно с учетом (14) представить в эквивалентном виде

$$\frac{\sin NQd}{\sin(N-1)Qd} = \frac{i \sin kd}{1 - \exp(-ikd) \cos Qd}$$

или

$$\operatorname{tg} NQd = -i \frac{\sin kd \sin Qd}{1 - \cos kd \cos Qd}. \quad (16)$$

При большом числе квантовых ям,  $N \gg 1$ , имеются решения этого уравнения с  $|Qd| \ll 1$  или  $\pi - |Qd| \ll 1$ , допускающие разложение по степеням  $N^{-1}$ :

$$Qd \approx \pi \frac{j}{N} \left( 1 - \frac{i}{N} \operatorname{ctg} \frac{kd}{2} \right) \quad \text{при} \quad \frac{j}{N} \ll \left| \sin \frac{kd}{2} \right|, \quad (17)$$

$$Qd \approx \pi \left( \frac{j}{N} - i \frac{N-j}{N^2} \operatorname{tg} \frac{kd}{2} \right) \quad \text{при} \quad \frac{N-j}{N} \ll \left| \cos \frac{kd}{2} \right|,$$

где  $j = 1, \dots, N$ . На рис. 3 кружками и треугольниками показаны собственные значения энергии для экситонных поляритонов в антибрэгговской структуре с 10 ямами, рассчитанные по точной формуле (5) и по формулам (14), (17). Видно, что по крайней мере для четырех решений различие между точными и приближенными значениями незначительно.

Введем обозначение  $\delta$  для отношения  $\Gamma_0/(\omega_0 - \omega - i\Gamma)$ . Согласно (4), для решений, удовлетворяющих условию  $|\delta| \ll 1$ , имеем  $Qd \approx kd + \delta$  и при  $|\sin kd| \gg |\delta|$  уравнение для собственных частот приводится к виду

$$\operatorname{ctg} N(kd + \delta) = i \left( 1 + \frac{\delta^2}{2 \sin^2 kd} \right). \quad (18)$$

В пределе  $N \rightarrow \infty$  мнимая часть собственной частоты экситонного поляритона, обладающего повышенной радиационной активностью, стремится к значению  $-\Gamma - \Gamma_0(N/p)$ , где  $p$  удовлетворяет уравнению  $p e^p = 2|\sin kd|N$ . Квадратными точками на рис. 3 показаны радиационно-активные решения, рассчитанные по приближенной формуле (18).

## Спектры отражения

На рис. 4 представлены спектры отражения  $R(\omega) = |r_N(\omega)|^2$ , рассчитанные для структуры с  $N = 10$  и  $(\omega_0/c)\sqrt{\epsilon_b}d = \pi/4$  (a) и  $\pi/2$  (b). Для удобства анализа расчет проводился как с учетом реального радиационного затухания экситона, так и при  $\Gamma = 0$ . Видно, что в пределах запрещенной зоны для неограниченной гетероструктуры коэффициент отражения от структуры с 10 ямами при  $\Gamma = 0$  близок к 100%. Тонкая структура вне этой спектральной области находится в соответствии с вещественными значениями собственных частот для слабозатухающих поляритонных мод. Учет нерадиационного затухания

размывает тонкую структуру спектра отражения, и информация о распределении собственных частот частично теряется.

В заключение отметим, что периодические структуры с квантовыми ямами предлагают уникальную возможность управлять радиационными характеристиками экситонов, не меняя сами квантовые ямы, а лишь варьируя расстояния между ними. Можно добиться существования единственной оптически активной моды с малым временем жизни (брэгговская структура) или получить  $N$  невырожденных поляритонных мод с различными частотами и временами жизни. Мы показали, что независимо от  $N$  лишь ограниченное число этих мод обладает радиационным затуханием, превышающим радиационное затухание экситона в одиночной яме, а остальные моды являются долгоживущими.

Работа поддержана программой "Наноструктуры" Министерства науки России, грантом INTAS 93-3657-Ext, а также фондом Volkswagen.

## Список литературы

- [1] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ, **36**, 2118 (1994); Superlatt. Microstruct., **16**, 17 (1994).
- [2] L.C. Andreani. Phys. Lett. A, **192**, 99 (1994); Phys. St. Sol. (b), **188**, 29 (1995).
- [3] D.S. Citrin. Sol. St. Commun., **89**, 139 (1994); Phys. Rev. B, **49**, 1943 (1994).
- [4] V.P. Kochereshko, G.R. Pozina, E.L. Ivchenko, D.R. Yakovlev, A. Waag, W. Ossau, G. Landwehr, R. Hellmann, E.O. Göbel. Superlatt. Microstruct., **15**, 471 (1994).
- [5] T. Stroucken, A. Knorr, C. Anthony, A. Schulze, P. Thomas, S.W. Koch, M. Koch, S.T. Cundiff, J. Feldmann, E.O. Göbel. Phys. Rev. Lett., **74**, 2391 (1995).
- [6] M. Hübner, J. Kuhl, T. Stroucken, A. Knorr, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Phys. Rev. Lett., **76**, 4199 (1996).
- [7] Y. Merle d'Aubigne, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl. Phys. Rev. B, **54**, 14003 (1996).
- [8] В.А. Кособукин. ФТТ, **34**, 3107 (1992).
- [9] Е.Л. Ивченко. ФТТ, **33**, 2388 (1991).
- [10] С. Пашковский. *Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева* (М., Наука, 1983).
- [11] М. Маркус, Х. Минк. *Обзор по теории матриц и матричных неравенств* (М., Наука, 1972).

Редактор Л.В. Шаронова

## Exciton polaritons in long-period quantum-well structures

M.R. Vladimirova, E.L. Ivchenko, A.V. Kavokin

A.F. Ioffe Physicotechnical Institute,  
Russian Academy of Sciences,  
194021 St. Petersburg, Russia

**Abstract** By using the transfer matrix approach we have analyzed the distribution of eigen frequencies in the complex plane for exciton polaritons in a finite periodical quantum well structure. Expressions have been derived for the sums of eigen frequencies corresponding to polariton modes which are even and odd with respect to the structure centre. It has been shown that, in an anti-Bragg structure, where the period is equal to a quarter of the light wavelength at the exciton resonance frequency  $\omega_0$ , sets of eigen frequencies for even and odd solutions are transformed into each other under reflection in relation of the vertical axis  $\omega = \omega_0$ . We have also derived approximate analytical expressions for eigen frequencies of "long-lived" and "short-lived" polariton modes. A relation has been established between the shape of optical reflection spectrum and the set of the system eigen frequencies.