Магнитоупругое взаимодействие в пространственно неупорядоченном ферромагнетике с большим числом дефектов

© В.В. Меньшенин

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,
620219 Екатеринбург, Россия

(Поступила в Редакцию 23 февраля 1998 г.
В окончательной редакции 21 мая 1998 г.)

Описание сплошной среды с непрерывно распределенными дислокациями и дисклинациями распространено на случай пространственно неупорядоченного ферромагнетика. Показано, что в результате взаимодействия дисклинаций со спинами частота спиновой волны может оказаться равной нулю при значении волнового вектора, отличном от нуля. В случае слабой связи между упругими волнами и дефектами найдено изменение ее частоты.

Как известно, в пространственно неупорядоченных средах отсутствует дальний порядок в расположении атомов [1], что существенно изменяет их пространственное распределение по сравнению с кристаллами. Хотя объем, занятый атомами аморфного вещества, можно разбить без зазоров на многогранники Вороного, построенные аналогично ячейкам Вигнера–Зейтца в кристалле, сами эти многогранники не совпадают друг с другом [2], а их симметрия может содержать оси нечетного порядка выше чем третьего, существование которых в кристалле невозможно [3]. Поэтому структура неупорядоченных сред инвариантна относительно локальных преобразований. Это означает, что аморфные вещества обладают свойством локальной инвариантности [4].

Наличие в системе нечетных осей симметрии пятого и более высокого порядков связано с существованием в них топологически устойчивых дефектов, называемых дисклинациями [4], которые являются элементами структуры, обеспечивающими собственно аморфное состояние. Важным является то обстоятельство, что дисклинации здесь нельзя рассматривать как независимые; скорее, более правильным является предположение об ансамбле взаимодействующих между собой дисклинаций. При рассмотрении среды как сплошной можно считать, что они имеют непрерывное распределение. При описании упругих свойств сплошных сред предполагается, что компоненты смещений точек среды из положения равновесия являются однозначными функциями координат. Это означает, что в дифференцируемом многообразии, описывающем среду, существует одна система координат для всего многообразия. При наличии в среде линейных дефектов (дисклинаций, дислокаций) невозможно задать смещение точек среды однозначно относительно этой единственной системы координат. Такая ситуация имеет место в многообразиях, обладающих кручением и кривизной [5]. Можно считать поэтому, что внутренняя геометрия среды, содержащая линейные дефекты, не является эвклидовой. В такой трактовке образование дисклинаций может быть связано с искривлением пространства, а дислокаций — с его кручением [6]. В отсутствие магнитного порядка описание макроскопической динамики сред с непрерывным распределением линейных дефектов дано в [7]. Основой подхода указанной работы к построению динамики является установление взаимо однозначного соответствия между кинематическими уравнениями дефектов и системой уравнений Картана для внешних дифференциальных форм, определяющих геометрию среды. При этом поля дисклинаций и дислокаций трактуются как калибровочные, возникающие при нарушении однородности действия группы симметрии системы. Распространение этого подхода на системы, содержащие не только линейные, но и точечные дефекты проведено в [8].

Исследование динамических магнитных свойств неупорядоченных магнетиков с привлечением методов калибровочных теорий проводилось в ряде работ [9–11]. Однако в этих работах принимаются во внимание лишь особенности в магнитном упорядочении. При этом атомная структура считается бездефектной, что не вполне соответствует представлениям об аморфном состоянии. Поскольку в неупорядоченной структуре дисклинации являются образованиями изначально ей присущими, представляется необходимым исследовать их влияние на различные, в том числе и динамические, свойства атомной и магнитно подсистем структуры. В данной работе рассматривается влияние дисклинаций на динамические эффекты магнитоупругих взаимодействий в пространственно неупорядоченных магнетиках. Рассмотрение этого вопроса базируется на распространении теории работы [7] на случай наличия у среды магнитных степеней свободы. Суть этого обобщения состоит в том, что потенциальная энергия магнетика должна быть при наличии линейных дефектов инвариантной относительно совместных локальных поворотов спинов и решетки, что позволяет записать ее как функцию инвариантных относительно указанных преобразований величин. Кроме того, предполагается, что магнитные свойства определяются в основном обменными взаимодействиями, значительно превосходящими релятивистские. Это позволяет аналогично [12] для описания магнитных свойств ввести параметры $\varphi = \mathbf{n}\,\mathrm{tg}(\theta/2)$, задающие повороты спинов на угол θ относительно оси $\mathbf{n}$.

1. Уравнения движения

Отметим прежде всего, что мы используем для получения динамических уравнений движения лагранжев формализм. Лагранжиан неупорядоченного ферромагнетика запишем в виде

$$L = \frac{1}{2}\alpha_{ik}\omega_i(\boldsymbol{\varphi}, \nabla_4\boldsymbol{\varphi})\omega_k(\boldsymbol{\varphi}, \nabla_4\boldsymbol{\varphi}) + \frac{2}{\gamma}M_i\omega_i(\boldsymbol{\varphi}, \nabla_4\boldsymbol{\varphi})$$

$$+ \left(\frac{\gamma}{2}\alpha_{ik}\omega_k(\boldsymbol{\varphi}, \nabla_4\boldsymbol{\varphi}) + M_i\right) H_i + \frac{1}{2}\rho_0(\nabla_4 x^i)^2$$

$$- \left\{\frac{1}{2}d_{ij}\omega^*_{i,k}\omega^*_{j,k} + \frac{1}{2}\lambda_{ijkl}\eta_{ij}\eta_{kl} + \frac{1}{2}b_{ijkl}\eta_{ij}M^*_k M^*_l\right.$$

$$\left. + K_{ij}Q^*_{ij} + K_{ijkl}Q^*_{ij}Q^*_{kl}\right\} - \frac{1}{2}s_2 c_{\alpha\beta}F^\alpha_{ab}g^{ac}g^{bd}F^\beta_{cd}$$

$$- \frac{1}{2}s_1\delta_{ij}D^i_{ab}k^{ac}k^{bd}D^j_{cd},$$

$$\omega_i(\boldsymbol{\varphi}, \nabla_b\boldsymbol{\varphi}) = \frac{(\nabla_i\boldsymbol{\varphi} + [\boldsymbol{\varphi}, \nabla_b\boldsymbol{\varphi}])_i}{1+\varphi^2}, \tag{1}$$

$$b = 1, 2, 3, 4, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\omega^*_{n,j} = \omega_i(\boldsymbol{\varphi}, \nabla_n\boldsymbol{\varphi})\nabla_j x^i, \quad \eta_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i x^s\nabla_j x^s - \delta_{ij}),$$

$$M^*_k = M_s\nabla_k x^s, \quad Q^*_{ij} = (Q_{rs} - \delta_{rs})\nabla_i x^r\nabla_j x^s,$$

$$F^\alpha_{bc} = \partial_b W^\alpha_c - \partial_c W^\alpha_b + c^\alpha_{\beta\gamma}W^\beta_b W^\gamma_c, \quad \partial_b = \frac{\partial}{\partial a^b},$$

$$D^i_{bc} = \partial_b\mu^i_c - \partial_c\mu^i_b + \gamma^i_{\alpha j}(W^\alpha_b\mu^j_c - W^\alpha_c\mu^j_b + F^\alpha_{ab}x^j),$$

$$b, c = 1, 2, 3, 4, \quad i, j = 1, 2, 3, \tag{2}$$

а ковариантные производные $\nabla_b x^k$ и $\nabla_b\varphi^k$ имеют вид

$$\nabla_b x^k = \frac{\partial x^k}{\partial a^b} + \gamma^k_{nj}W^n_b x^j + \mu^k_b,$$

$$\nabla_b\varphi^k = \frac{\partial\varphi^k}{\partial a^b} + \gamma^k_{nj}W^n_b\varphi^j, \quad \frac{\partial}{\partial a^4} = \frac{\partial}{\partial t}. \tag{3}$$

В равенстве (1) ρ_0 — плотность среды до деформации, a_i — лагранжевы координаты исходной конфигурации, $M_i = Q_{ik}(\boldsymbol{\varphi})M^k_0$ — ориентация спонтанной намагниченности $\mathbf{M}_0$ в неравновесном состоянии,

$$Q_{ik}(\boldsymbol{\varphi}) = \delta_{ik} + 2\frac{(\varphi_i\varphi_k - \varphi^2\delta_{ik} + \varepsilon_{ink}\varphi_n)}{1+\varphi^2}$$

— матрица вращений, $c_{\alpha\beta} = c^\delta_{\alpha\gamma}c^\gamma_{\beta\delta}$ — структурные константы алгебры Ли группы $SO(3)$, $\boldsymbol{\gamma}_\alpha$ — генераторы группы вращений, γ — гиромагнитное отношение, s_1 и s_2 — положительные константы,

$$\alpha_{ik} = \alpha_1\delta_{ik} + \alpha_2 n_i n_k, \quad n_i = \frac{M_i}{M_0}, \quad d_{ij} = d_1\delta_{ij} + d_2 n_i n_j,$$

$$g^{ac} = -\delta^{ac}, \quad a, c = 1, 2, 3; \quad g^{44} = \frac{1}{\zeta}, \quad g^{ac} = 0,$$

$$a \neq c, \quad \zeta > 0, \quad k^{ac} = -\delta^{ac}, \quad a, c = 1, 2, 3;$$

$$k^{44} = \frac{1}{y}, \quad k^{ac} = 0, \quad a \neq c, \quad y > 0, \quad K_{ij} = K_0\delta_{ij},$$

$$K_{ijkl} = K^0_1\delta_{ij}\delta_{kl} + K^0_2\delta_{ik}\delta_{jl} + K^0_3\delta_{il}\delta_{jk},$$

$$b_{ijkl} = b^0_1(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + b^0_2\delta_{ij}\delta_{kl},$$

$$\lambda_{ijkl} = \lambda_1(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \lambda_2\delta_{ij}\delta_{kl}, \tag{4}$$

λ_{ijkl}, b_{ijkl} — упругие и магнитоупругие постоянные соответственно, K_{ij}, K_{ijkl} — константы анизотропии, $\mathbf{H}$ — внешнее магнитное поле. Физический смысл величин s_1, s_2, y, ζ пояснен в [7], W^α_n, μ^α_n — компенсирующие поля, возникающие при неоднородных преобразованиях группы вращений $SO(3)$ и трансляций $T(3)$ соответственно. Правые формы Картана $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\varphi}, \delta\boldsymbol{\varphi})$ в (1) задают параметры относительного вращения спинов в точках $\mathbf{x}$ и $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$. При этом в отличие от [12] $\delta\boldsymbol{\varphi}$ включает в себя изменения параметра $\boldsymbol{\varphi}$ как при его параллельном переносе из $\mathbf{x}$ в $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$, так и за счет различия систем координат в указанных точках.

В равенствах (2) величины $\omega^*_{n,j}$, η_{ij}, M^*_k, Q^*_{ij} не изменяются при совместных локальных вращениях и трансляциях спинов и континуума сплошной среды. Их наличие есть прямой результат требования инвариантности потенциальной энергии магнетика относительно указанных выше преобразований. Разложение потенциальной энергии по этим комбинациям динамических переменных и приводит к выражению, стоящему в фигурных скобках в (1).

Из лагранжиана (1), используя вариационный принцип наименьшего действия, получим следующие уравнения для динамических переменных нашей задачи:

$$\partial_b Z^b_i - Z^b_j W^\alpha_b\gamma^j_{\alpha i} = R^{ab}_j F^\alpha_{ab}\gamma^j_{\alpha i}, \quad \partial_b R^{bc}_i - \gamma^j_{\alpha i}R^{bc}_j W^\alpha_b = \frac{1}{2}Z^c_i,$$

$$\partial_b N^b_i - \gamma^j_{\alpha i}W^\alpha_k N^k_j - \Xi_i = 0,$$

$$\partial_b G^{ba}_\alpha - c^\beta_{\xi\alpha}W^\xi_b G^{ba}_\beta = R^{ab}_j\gamma^j_{\alpha n}\nabla_b x^n + N^a_i\gamma^i_{\alpha n}\varphi^n,$$

$$a, b = 1, 2, 3, 4, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \tag{5}$$

В равенствах (5) введены следующие обозначения:

$$\frac{\partial L}{\partial(\nabla_b x^i)} = Z^b_i, \quad \frac{\partial L}{\partial(\nabla_b\varphi^i)} = N^b_i,$$

$$\Xi_i = \frac{\partial L}{\partial\varphi^i}\bigg|\nabla_k\varphi^i = \text{const}, \quad R^{bc}_i = \frac{\partial L}{\partial D^i_{bc}},$$

$$G^{bc}_\alpha = \frac{\partial L_W}{\partial F^\alpha_{bc}}, \quad L_W = -\frac{1}{2}s_1 c_{\alpha\beta}F^\alpha_{ab}g^{ac}g^{bd}F^\beta_{cd}, \tag{6}$$

а также учтено, что при изменениях величин $\mu^i = \mu^i_b da^b$, $W^\alpha = W^\alpha_b da^b$, равных $\delta\mu^i = \varepsilon\nu^i$, $\delta W^\alpha = \varepsilon\xi^\alpha$, индуцируются вариации

$$\delta F^i = \varepsilon(d\xi^i + c^i_{\beta\gamma}W^\beta\wedge\xi^\gamma), \quad \delta D^i = \varepsilon(d\nu^i + \Gamma^i_j\wedge\nu^j). \tag{7}$$

В соотношениях (7) знак $\wedge$ означает внешнее произведение, $\Gamma^i_j = \gamma^i_{\alpha j}W^\alpha_b da^b$.

2. Условия интегрируемости

Уравнения (5) не могут решаться для произвольных величин Z_b^i, R_i^{bc}, G_a^{bc}, N_i^b, Ξ_i. Они должны удовлетворять определенным равенствам, называемым условиям интегрируемости. В работе [7] эти условия получены для сплошной немагнитной среды путем повторного внешнего дифференцирования уравнений для динамических переменных после представления их в виде равенств для дифференциальных форм. Оказалось, что полученные соотношения равносильны уравнениям баланса импульса и момента импульса среды. При этом уравнение баланса импульса выполняется тождественно.

Хорошо известно [13], что условие баланса момента импульса системы означает инвариантность ее лагранжиана относительно вращения тела как целого. Используем это обстоятельство при выводе указанного условия в неупорядоченном ферромагнетике. Для этого учтем, что величины Γ, $\boldsymbol{\varphi}$, $\mathbf{M}$, преобразуются при таких поворотах по закону $\Gamma' = Q\Gamma Q^{-1}$, $\boldsymbol{\varphi}' = Q\boldsymbol{\varphi}$, $\mathbf{M}' = Q\mathbf{M}$, где Q — матрица вращений, а вариация δ коммутирует с операциями дифференцирования по времени и координатам. В этом случае из требования $\delta L = 0$ при повороте тела как целого имеем соотношение

$$\gamma^i_{\alpha j}\left(Z^s_i \nabla_s x^j + \Xi_i \varphi^j + N^a_i \nabla_a \varphi^j + \frac{\partial L}{\partial M^i_0} M^j_0\right) = 0, \quad (8)$$

которое при выборе инвариантов в виде (2) выполняется тождественно, если $\mathbf{M} \neq 0$. При $\mathbf{M} = 0$, как, например, в спиновом стекле, из (8) следует, что в линейном приближении взаимодействие между спиновой и упругой подсистемой отсутствует.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Если в неупорядоченном ферромагнетике находить условия интегрируемости так же, как и в работе [7], то мы получим уравнение, аналогичное (8), но без слагаемого $\gamma^i_{\alpha j}(\partial L/\partial M^i_0)M^j_0$, что при $\mathbf{M} \neq 0$ не совпадает с равенством баланса момента импульса. В этом случае оно не является условием интегрируемости.

3. Взаимодействие спиновых и упругих волн с дисклинациями и дислокациями

Рассмотрим взаимодействие магнитных моментов и смещений атомов с полями дисклинаций и дислокаций в пространственно неупорядоченном ферромагнетике.

Будем предполагать, что волны в среде распространяются в направлении оси *3* (ось *3* относится к лагранжевым координатам). Статические смещения определим в отсутствие дефектов. В этом случае они обусловлены магнитоупругой связью и могут быть найдены из минимума потенциальной энергии системы. Будем считать, что $\mathbf{M}_0 = \{0, 0, M\}$, $\mathbf{H} = \{0, 0, H\}$. В этом случае отлично от нуля только статическое смещение u^0_3, равное $u^0_3 = -\xi a_3$, где ξ — постоянная, являющаяся комбинацией упругих и магнитоупругих констант. Остальные компоненты смещения равны нулю. Для упрощения задачи будем считать, что при распространении волн вдоль оси *3* калибровочные поля W^α_1, W^α_2, μ^α_1, μ^α_2 равны нулю. Подставляя выражение для плотности лагранжиана (1) в уравнения (5), получим в линейном приближении систему связанных уравнений, описывающих вышеуказанные взаимодействия. Для правополяризованных волн она имеет вид

$$\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi^+ + \alpha_1\left(-2i\omega_0 \frac{\partial \varphi^+}{\partial t} + \Omega_0^2 \varphi^+\right)$$
$$- 2ib^0_1 M_0^2 \left(\frac{\partial u^+}{\partial a_3} + \mu^+_3\right) - i\frac{2}{\gamma} M_0 W^+_4 - d_1 \frac{\partial^2 \varphi^+}{\partial a_3^2} = 0,$$
$$-\rho_0\left(\frac{\partial^2 u^+}{\partial t^2} + \frac{\partial \mu^+_4}{\partial t}\right) + \lambda_{\text{ef}} \frac{\partial^2 u^+}{\partial a_3^2}$$
$$+ \lambda_{\text{ef}} \frac{\partial \mu^+_3}{\partial a_3} + 2ib^0_1 M_0^2 \frac{\partial \varphi^+}{\partial a^3} = 0,$$
$$\frac{2s_1}{y}\left(\frac{\partial^2 \mu^+_3}{\partial t^2} - y\frac{\partial^2 \mu^+_3}{\partial a_3^2} + \frac{\lambda_{\text{ef}} y}{2s_1}\mu^+_3\right) = -\lambda_{\text{ef}} \frac{\partial u^+_3}{\partial a_3} + 4ib^0_1 M_0^2 \varphi^+,$$
$$\frac{s_1}{y}\left(\frac{\partial^2 \mu^+_4}{\partial a_3^2} - \frac{1}{y}\frac{\partial^2 \mu^+_4}{\partial t^2}\right) = \rho_0\left(\frac{\partial u^+}{\partial t} + \mu^+_4\right)$$
$$+ i\frac{s_1}{y}\frac{\partial W^+_4}{\partial a_3} - i\frac{s_1}{y}\frac{\partial W^+_3}{\partial t},$$
$$\frac{s_2}{\zeta}\left(\frac{\partial^2 W^+_4}{\partial a_3^2} - \frac{1}{\zeta}\frac{\partial^2 W^+_4}{\partial t^2}\right) + \frac{s_1}{y} i\left(\frac{\partial \mu^+_3}{\partial t} - \frac{\partial \mu^+_4}{\partial a_3}\right)$$
$$- i\frac{2}{\gamma}M_0\varphi^+ = 0, \quad \frac{\partial^2 W^+_3}{\partial t^2} - \zeta\frac{\partial^2 W^+_3}{\partial a_3^2} = 0. \quad (9)$$

В равенствах (9) введены следующие обозначения:

$$\varphi^+ = \varphi_1 + i\varphi_2, \quad u^+ = u_1 + iu_2, \quad \mu^+_3 = \mu^1_3 + i\mu^2_3,$$
$$W^+_3 = W^1_3 + iW^2_3, \quad W^+_4 = W^1_4 + iW^2_4, \quad \lambda_{\text{ef}} = \lambda_1 + 2b^0_1 M_0^2,$$
$$\omega_0 = \frac{1}{2\alpha_1}\left[\frac{4M_0}{\gamma} + \gamma H(\alpha_2 - \alpha_1)\right],$$
$$\Omega_0^2 = \frac{1}{\alpha_1}\Big(K_1 + 4M_0\left[H + 4b^0_1 M_0^3 \lambda_2^{-1}\right]\Big),$$
$$K_1 = 8(K^0_2 - K^0_3) - 4K_0,$$

а также использована удобная для нас калибровка

$$\frac{\partial \mu^i_3}{\partial a_3} = \frac{1}{y}\frac{\partial \mu^i_4}{\partial t}, \quad y > 0,$$
$$\frac{\partial W^i_3}{\partial a_3} = \frac{1}{\zeta}\frac{\partial W^i_4}{\partial t}, \quad \zeta > 0 \ \ (i = 1, 2).$$

Отметим, что при данном направлении распространения волн калибровочные поля W^3_3, W^3_4 равны нулю. Кроме того, в уравнениях (9) опущены слагаемые, пропорциональные произведению $u^0_3 + a_3$ на одно из полей

W_3^+, W_4^+ или же на их пространственные $\left(\frac{\partial W_3^+}{\partial a_3}, \frac{\partial W_4^+}{\partial a_3}\right)$ или временны́е $\left(\frac{\partial W_3^+}{\partial t}, \frac{\partial W_4^+}{\partial t}\right)$ производные. Причина, по которой необходимо опустить эти слагаемые, состоит в следующем. Наличие их в уравнениях приводит к тому, что амплитуды волн начинают зависеть от пространственных координат. Это означает, что между волнами имеет место обмен энергией, т.е. присутствует нелинейное их взаимодействие. Таким образом, опущенные слагаемые являются существенно нелинейными и превышают точность, с которой написаны уравнения (9).

Несимметричность равенств (9) относительно слагаемых, содержащих поля дисклинаций W_3^+, uW_4^+, отражает тот факт, что они являются источниками полей дислокаций μ_3^+, μ_4^+. На это обстоятельство ранее уже обращалось внимание в работе [7].

Займемся теперь анализом системы (9). Рассмотрим сначала предельный случай, в которой магнитоупругая связь отсутствует, а поля дислокаций μ_3^+, μ_4^+ положим равными нулю. В этом случае имеет место взаимодействие спинов с полями дисклинаций W_4^+. Будем искать решение для полей φ^+, W_4^+ в виде

$$\varphi^+ = \varphi^+(0)\exp(i[ka_3 - \omega t]),$$
$$W_4^+ = W_4^+(0)\exp(i[ka_3 - \omega t]).$$

Тогда дисперсионное уравнение, описывающее связанные колебания спинов и дисклинаций, можно представить следующим образом:

$$\left(\omega^2 + 2\omega_0\omega - \Omega_0^2 - \frac{d}{\alpha_1}k^2\right)(\omega^2 - \zeta k^2) - \frac{4M_0^2\zeta^2}{\gamma^2 s_2\alpha_1} = 0. \quad (10)$$

Полагая, что в равенстве (10) волновой вектор $k = 0$, найдем уравнение, определяющее энергетические щели в спектре колебаний. Если выполняется условие

$$\frac{4M_0^2\zeta^2}{\gamma^2 s_2\alpha_1} \ll (\omega_s^+(0))^3(\omega_s^-(0) + \omega_s^+(0)),$$
$$\omega_s^\pm(0) = \mp\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 + \Omega_0^2},$$

где $\omega_s^\pm$ — энергии активации невзаимодействующих спиновых волн правой $(+)$ и левой $(-)$ круговых поляризаций, то для правополяризованных волн частота однородной прецессии спинов в результате взаимодействия с дисклинациями возрастет на величину, равную

$$\Delta = \frac{4M_0^2\zeta^2}{\gamma^2 s_2\alpha_1(\omega_s^+(0))^2(\omega_s^+(0) + \omega_s^-(0))}. \quad (11)$$

Отметим следующий факт. Поскольку решение $\omega = 0$ при $k = 0$ для уравнения (10) отсутствует, отсюда можно заключить, что в спектре дисклинационно-подобной моды также появляется щель в результате взаимодействия со спиновой подсистемой. Считая теперь, что справедливы неравенства

$$\left[\frac{M_0^2\zeta^2}{4\gamma^2 s_2\alpha_1\omega_0^4}\right]^{1/3} \ll 1, \quad \left[\frac{\Omega_0^{3/2}\gamma^2 s_2\alpha_1}{\omega_0^2 4M_0^2\zeta^2}\right]^{1/3} \ll 1,$$

получим следующее значение энергетической щели дисклинационно-подобной моды:

$$\Delta_d = \left[\frac{2M_0^2\zeta^2}{\gamma^2 s_2\alpha_1\omega_0}\right]^{1/2}. \quad (12)$$

Уравнение (10) является биквадратным относительно волнового вектора k. Поэтому его решения могут быть найдены точно

$$k_{1,2}^2 = \frac{\alpha_1}{2\zeta d}\left[\zeta(\omega^2 + 2\omega_0\omega - \Omega_0^2) + \frac{d\omega^2}{\alpha_1}\right] \pm \left\{\left(\frac{\alpha_1}{2\zeta d}\right)^2 \times\left[\zeta(\omega^2 + 2\omega_0\omega - \Omega_0^2) - \frac{d\omega}{\alpha_1}\right]^2 + \frac{\omega_0^2\alpha_1^2\zeta}{s_2 d}\right\}^{1/2}. \quad (13)$$

Полагая в последнем соотношении частоту $\omega = 0$, получим, что квадрат волнового вектора k_1

$$k_1^2 = \left\{\left(\frac{\Omega_0^2\alpha_1}{2\zeta d}\right)^2 + \frac{\omega_0^2\alpha_1\zeta^2}{s_2 d}\right\}^{1/2} - \frac{\Omega_0^2\alpha_1}{2\zeta d} \quad (14)$$

в этом случае отличен от нуля. Таким образом, имеется значение волнового вектора k_1, при котором частота колебаний равна нулю. Выясним теперь вопрос о том, к какой моде колебаний может относиться это решение. Устремляя $\zeta \to 0$ в равенстве (13), имеем

$$k_1^2\Big|_{\zeta\to 0} = \frac{\alpha_1}{d}(\omega^2 + 2\omega_0\omega - \Omega_0^2), \quad k_2^2\Big|_{\zeta\to 0} = \frac{\omega^2}{\zeta}.$$

Отсюда видно, что значение k_1, при котором $\omega = 0$, имеет отношение к спино-подобной моде колебаний. Отсюда следует, что для волновых чисел k, значения которых меньше k_1, но близки к нему, частота этой моды уменьшается с ростом величины k, а не увеличивается, как это обычно бывает.

Отметим следующее обстоятельство. В работе [11] при описании калибровочной теории неупорядоченных магнетиков как теории поля на главном расслоении рассмотрен предельный переход к слабонеидеальному ферромагнетику. Необходимым условием такого перехода является обращение в нуль формы кривизны линейной связности на расслоении линейных реперов.

В данной работе использован традиционный подход к калибровочным теориям, т.е. работа ведется не на главном, а на присоединенном расслоении. Поэтому калибровочные преобразования в отличие от [11] не затрагивают координат пространства. Здесь такими пространственными координатами являются лагранжевы координаты исходного бездефектного и недеформированного парамагнитного состояния системы. В этой ситуации предельный переход, аналогичный рассмотренному в [11], означает, что компенсирующие поля $W^\alpha = 0$, поскольку только в этом случае тензор кривизны конечного состояния системы ("зарядового" пространства) обращается в нуль. Тогда сразу возвращаемся к описанию длинноволновых спиновых возбуждений в неупорядоченном ферромагнетике, предложенному в [12] (или в методе феноменологических лагранжианов).

Рассмотрим теперь вторую предельную ситуацию, когда мы пренебрегаем спиновыми степенями свободы. Дисперсионное уравнение, описывающее совместные гармонические колебания полей смещений, дислокаций и дисклинаций с волновым вектором k и частотой ω, имеет вид

$$\left[\rho_0(\omega^2 - c^2k^2)\frac{2s_1}{y}\left(yk^2 + \lambda_{\mathrm{ef}}\frac{y}{2s_1} - \omega^2\right) + \lambda_{\mathrm{ef}}^2k^2\right]$$

$$\times\left[\frac{s_1s_2}{y^2\zeta^2}\left(\omega^2 - yk^2 - \frac{\rho_0y^2}{s_1}\right)(\omega^2 - \zeta k^2) - \frac{s_1^2k^2}{y^2}\right]$$

$$+\,\omega^2\rho_0\left[\frac{2s_1s_2\rho_0}{y\zeta^2}\left(yk^2 + \lambda_{\mathrm{ef}}\frac{y}{2s_1} - \omega^2\right)\right.$$

$$\left.\times\,(\omega^2 - \zeta k^2) + \frac{s_1^2\lambda_{\mathrm{ef}}k^2}{y^2}\right] = 0, \quad c^2 = \lambda_{\mathrm{ef}}\rho_0^{-1}. \quad (15)$$

Положим волновой вектор в уравнении (15) равным нулю. В этом случае видно, что моды, описывающие колебания полей W_4^+, W_3^+, остаются безактивационными. Энергетическую щель $\omega_0^2 = \left(\frac{\lambda_{\mathrm{ef}}y}{2s_1}\right)^2$ приобретает мода, связанная с колебаниями дислокаций. Таким образом, взаимодействие полей дисклинаций с упругими колебаниями не приводит к возникновению в спектре дисклинационно-подобной моды энергетической щели.

Найдем приближенное решение равенства (15), справедливое лишь в случае слабой связи между упругими смещениями и дефектами. В этом приближении можно искать решение уравнения (15) в виде

$$\omega = ck + \Delta.$$

Тогда для Δ имеем соотношение

$$\Delta = \left\{\frac{4s_1\rho_0ck}{y}\left(\frac{\lambda_{\mathrm{ef}}y}{2s_1} + (y - c^2)k^2\right)\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{s_1s_2}{(y\zeta)^2}\left(k^2[c^2 - y] - \frac{\rho_0y^2}{s_1}\right)(c^2 - y)k^2 - \frac{s_1^2k^2}{y}\right]\right\}^{-1}$$

$$\times\left\{ck\rho_0\left[-\frac{s_1\lambda_{\mathrm{ef}}ck^3}{y^2} + \frac{2s_1s_2\rho_0ck}{y\zeta}\left([y - c^2]k^2 + \frac{\lambda_{\mathrm{ef}}y}{2s_1}\right)\right.\right.$$

$$\left.\times\,(c^2 - \zeta)k^2\right] - \lambda_{\mathrm{ef}}^2k^2\left[\frac{s_1s_2}{(y\zeta)^2}\left([c^2 - y]k^2 - \frac{\rho_0y^2}{s_1}\right)\right.$$

$$\left.\left.\times(c^2 - y)k^2 - \frac{s_1^2k^2}{y^2}\right]\right\}. \quad (16)$$

Общее дисперсионное уравнение для связанных колебаний намагниченности, упругих смещений, полей дислокаций и дисклинаций здесь не приводится ввиду его громоздкости и невозможности проанализировать его аналитическими методами.

Итак, в работе предложено обобщение макроскопического описания магнитоупругой связи для пространственно неупорядоченных ферромагнетиков, позволяющее описывать эффекты взаимодействия полей намагниченности не только с упругими смещениями точек среды, но и с линейными дефектами, такими как дисклинации.

Для описания динамических эффектов такого взаимодействия использован лагранжев формализм, на основе которого в работе получены связанные уравнения движения для динамических переменных, характеризующих среду. При этом потенциальная энергия системы оказывается инвариантной относительно локальных совместных вращений и трансляций магнитных моментов и точек среды.

Условия интегрируемости связанных уравнений движения эквивалентны равенствам баланса импульса и баланса полного механического момента импульса среды. Второе из этих равенств (8) выведено в работе из требования инвариантности лагранжиана при вращении тела как целого. Из этого условия, в частности, следует, что в спиновом стекле ($\mathbf{M}_0 = 0$) взаимодействие между спиновой и "решеточной" подсистемами в линейном приближении в рамках рассматриваемой модели отсутствует.

Уже в предельном случае отсутствия магнитоупругой связи взаимодействие спинов и дисклинаций существенно влияет на их динамику. В результате этого взаимодействия в спектре однородных колебаний дисклинаций появляется энергетическая щель, а также изменяется частота однородной прецессии спинов. В интервале волновых векторов $0 < k \leqslant k_1$, где k_1 задано формулой (14), частота спино-подобной моды связанных колебаний уменьшается от частоты однородной прецессии до значения $\omega = 0$. Физические причины появления мягкой моды (14) требуют дальнейшего исследования. Однако имеется косвенное подтверждение возможности ее существования. На это указывают эксперименты по рассеянию нейтронов в аморфном сплаве $Fe_{0.75}Co_{0.15}C_{0.1}$ [14], из которых видно наличие минимума в законе дисперсии спиновых возбуждений для очень высоких частот.

Во втором предельном случае, когда мы пренебрегаем магнитными степенями свободы, взаимодействие упругих волн с дислокациями и дисклинациями приводит к появлению энергетической щели лишь в спектре дислокационной моды, что согласуется с результатами работы [7], тогда как дисклинационные моды остаются безактивационными. Изменение частоты упругой волны удается аналитически найти только в приближении слабой связи. Отметим в заключение, что наличие топологически устойчивых дефектов типа дисклинаций в атомной структуре пространственно неупорядоченных сред прямо следует из топологической теории дефектов [15,16] и обусловлено нетривиальностью группы вращений $SO(3)$, которая не является односвязной. Появление здесь дислокаций вызвано дисклинационными их источниками [7].

Список литературы

[1] J.D. Bernal. Proc. Roy. Soc. **A280**, *2*, 299 (1964).
[2] М.Н. Штогрин. Тр. мат. ин-та им. В.М. Стеклова **123**, 128 (1973).
[3] Г.Я. Любарский. Теория групп и ее применение в физике. ГИТТЛ, М. (1964). 354 с.
[4] N. Rivier. Phil. Mag. **40**, *6*, 859 (1979).
[5] П.К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. Наука, М. (1964). 664 с.
[6] А.Я. Схоутен. Тензорный анализ для физиков. Наука, М. (1965). 456 с.
[7] А. Кадич, Д. Эделен. Калибровочкая теория дислокаций и дисклинаций. Мир, М. (1987). 168 с.
[8] А.В. Грачев, А.И. Нестеров, С.Г. Овчинников. Препринт № 509Ф (1988).
[9] I.E. Dzyaloshinskii, G.E. Volovic. J. de Phys. **39**, *6*, 693 (1978).
[10] S.S. Rozhkov. Phys. Lett. **A106**, *7*, 309 (1984).
[11] А.И. Нестеров, С.Г. Овчинников. Препринт № 359Ф (1986).
[12] А.Ф. Андреев. ЖЭТФ **74**, *2*, 786 (1978).
[13] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Механика. Наука, М. (1967). 203 с.
[14] H.A. Mook, N. Wakabayashi, D. Pan. Phys. Rev. Lett. **34**, 1029 (1975).
[15] H.-R. Trebin. Adv. Phys. **31**, *3*, 195 (1982).
[16] N.D. Mermin. Rev. Mod. Phys. **51**, *3*, 591 (1979).