

Нелинейные самолокализованные поверхностные магнитные поляритоны в ферромагнитной среде

© И.Е. Дикштейн, Д.С. Никитов*, С.А. Никитов

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,
103907 Москва, Россия

*Московский физико-технический институт,
141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

E-mail: nikitov@open.cplire.ru

(Поступила в Редакцию 2 апреля 1998 г.)

Исследованы свойства электромагнитных волн, распространяющихся в нелинейной полуограниченной ферромагнитной среде. Показано, что при определенных условиях взаимодействие между спиновыми и электромагнитными волнами приводит к локализации объемных поляритонов вблизи поверхности. Тем самым происходит самолокализация поверхностных поляритонов, обусловленная нелинейными свойствами среды. Выведено нелинейное уравнение Шредингера для нелинейных поверхностных и объемных поляритонов, и определены условия существования солитонов этих волн. Оценивается мощность волны, необходимая для наблюдения предсказанных эффектов.

Поверхностные магнитоэлектрические волны (МСВ) обладают рядом отличительных способностей, которые могут быть очень важны для конструирования СВЧ-устройств [1,2]. Использование ферромагнитных кристаллов с большой одноосной магнитной анизотропией позволяет сдвинуть рабочий интервал частот этих устройств в область миллиметровых волн. В работах [3–5] сообщалось об исследовании бегущих МСВ в области частот 35–55 GHz и их амплитудно-частотной характеристики в пластинах гексаферрита бария, обладающего большой одноосной анизотропией. Для определения спектра возбуждений в таких пластинах необходим учет эффектов взаимодействия МСВ и электромагнитных волн [5]. Новые типы линейных поверхностных волн могут возникнуть из такого взаимодействия. В частности, поверхностный магнитный поляритон, обусловленный взаимодействием электромагнитной волны с волной Деймона–Эшбаха, был изучен в работах [5–7]. Линейный поверхностный поляритон может затухать даже в отсутствие диссипативных слагаемых в уравнениях движения Ландау и Лифшица и Максвелла вследствие излучения спиновых волн в глубь кристалла [6].

Генерация поверхностных магнитных поляритонов переменным магнитным полем вблизи поверхности магнитного кристалла может производить большую плотность энергии магнитной волны и в результате стимулировать большие амплитуды магнитных и электрических полей на поверхности. В таком случае нелинейность магнетика может привести к различным интересным эффектам. В частности, она может наводить нелинейные спиновые и электромагнитные волны, которые не имеют аналогов в случае линейных волн и становятся делокализованными при нулевой амплитуде. В настоящее время хорошо известны поляритоны, локализованные на границе нелинейной самофокусирующей изотропной магнитной (или диэлектрической) среды с вакуумом [8–10].

Так, недавно нелинейные самолокализованные обменные [11,12] и дипольно-обменные [13] спиновые волны и поверхностные трехмерные прецессионные солитоны [14,15] в ферромагнетиках были исследованы; нелинейные самолокализованные поверхностные поляритоны вблизи границы раздела линейной ферромагнитной (ферримагнитной) среды и нелинейного изотропного материала изучались также в работе [7].

В цитированных выше работах изучались поверхностные поляритоны в оптически изотропных материалах как следствие их нелинейности. Однако дисперсия электромагнитных волн в гиротропных (оптически активных) ферромагнетиках может быть весьма значительной и может контролироваться путем изменения величины приложенного магнитного поля. Гибридизация магнитоэлектрических и электромагнитных волн может приводить к возникновению новых типов нелинейных самолокализованных поверхностных поляритонов.

В настоящей работе рассмотрены нелинейные самолокализованные поверхностные поляритоны, распространяющиеся вблизи поверхности ферромагнетика, а также затухание этих волн, вызванное излучением второй гармоники в объем кристалла. Рассматривалась система, состоящая из металлизированного, полуограниченного ферромагнитного кристалла (как показано на рис. 1) с осью легкого намагничивания перпендикулярной к поверхности $\mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_z$ во внешнем магнитном поле $\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{e}_z$. Линейные поверхностные поляритоны не существуют в рассматриваемой модели.

1. Основные уравнения

Исследуемая система состоит из ферромагнитного диэлектрика, занимающего полупространство $z < 0$ с поверхностью, металлизированной идеальным металлом (без потерь), как показано на рис. 1. Динамика ферромагнетика описывается уравнениями Ландау и Лифшица

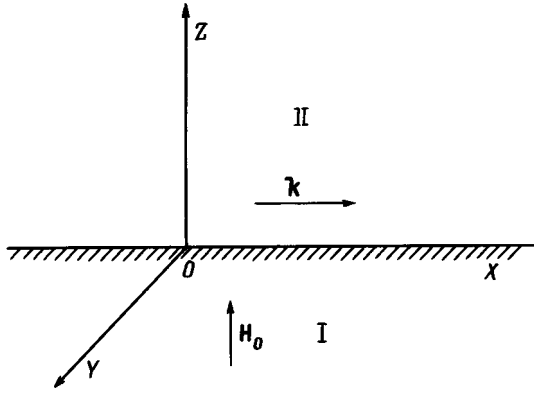


Рис. 1. Геометрия задачи. I — ферромагнетик, II — вакуум; поляритон распространяется вдоль оси Ox .

для вектора намагниченности \mathbf{M}

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{эф}}], \quad (1)$$

где эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{\text{эф}}$ определяется функциональной производной $\mathbf{H}_{\text{эф}} = -\delta W/\delta \mathbf{M}$ от полной энергии ферромагнетика [16]

$$W = \int dv \left[w_a(\mathbf{M}) + \frac{1}{8\pi}(\mathbf{H}_m^2 + \mathbf{E}\mathbf{D}) - \mathbf{H}_0\mathbf{M} \right], \quad (2)$$

$\gamma > 0$ — гиромагнитное отношение, $w_a(M) = -\beta M_z^2/2$ — плотность энергии одноосной магнитной анизотропии, $\beta > 0$ — константа анизотропии, \mathbf{H}_m — магнитное поле за вычетом стороннего магнитного поля, \mathbf{E} — электрическое поле, $\mathbf{D} = \varepsilon \cdot \mathbf{E}$ — электрическая индукция, $\varepsilon = \text{const}$ — диэлектрическая проницаемость магнетика. Пренебрежение пространственной дисперсией в (2), обусловленной неоднородным обменом, требует выполнения неравенства $k \ll k_{\text{ex}} \equiv (\beta M/a^2 J)^{1/2}$, где $1/k_{\text{ex}}$ — характерная длина пространственной дисперсии, J — обменный интеграл, по порядку величины совпадающий с температурой Кюри, a — постоянная решетки.

Уравнения (1) совместно с уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B}/\partial t, \quad \text{div } \mathbf{B} = 0, \\ \text{rot } \mathbf{H}_m &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{D} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

($\mathbf{B} = \mathbf{H}_m + 4\pi \mathbf{M}$ — магнитная индукция, c — скорость света в вакууме) и электродинамическими граничными условиями на поверхности ферромагнетик–металл

$$B_z = 0, \quad E_x = E_y = 0 \quad (4)$$

определяют спектр нелинейных поляритонов в ферромагнетике. Намагниченность и магнитное поле основного состояния ферромагнетика, для которого $H = H_0 + \beta M - 4\pi M > 0$, равны соответственно

$$\mathbf{M}_0 = M\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{H}_{m0} = -4\pi M\mathbf{e}_z. \quad (5)$$

Поскольку здесь мы интересуемся нелинейными процессами малой амплитуды, полная временная и пространственная зависимость намагниченности и магнитного поля будет представлена как сумма равновесной части (M_0, H_{m0}) и малых добавок, зависящих от координат и времени \bar{M} и \bar{H}_m , т. е.

$$M_{\perp} = \bar{M}_{\perp}, \quad M_z = M - \bar{M}_{\perp}^2/2M,$$

$$H_m = H_{m0} + \bar{H}_m, \quad M_{\perp} = \{\bar{M}_x, \bar{M}_y\}, \quad (6)$$

где $|\bar{M}_{\perp}| \ll M$, $|\bar{H}_m| \ll |H_{m0}|$.

Принимая во внимание (5), (6) и опуская для удобства черту над буквами, эффективное поле $\mathbf{H}_{\text{эф}}$ представим в виде

$$\mathbf{H}_{\text{эф}} = (H - \beta M_{\perp}^2/2M)\mathbf{e}_z + \mathbf{H}_m, \quad (7)$$

с $H = (\beta - 4\pi)M + H_0$. Подставляя (7) в (1) и оставляя члены до третьего порядка по M_{\perp} и H_m включительно, получаем

$$-\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial m_x}{\partial t} - hm_y + h_{my} = m_y h_{mx} - \frac{m_{\perp}^2}{2}(\beta m_y - h_{my}), \quad (8)$$

$$-\frac{1}{\omega_0} \frac{\partial m_y}{\partial t} + hm_x - h_{mx} = -m_x h_{my} + \frac{m_{\perp}^2}{2}(\beta m_x - h_{mx}), \quad (9)$$

где $\omega_0 = \gamma M$. Здесь мы ввели безразмерные переменные $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$, $h_m = H_m/M$, $\mathbf{h} = \mathbf{H}/M$, $h_0 = H_0/M$. Исключая электрическое поле из уравнений Максвелла, получаем уравнение

$$\nabla^2 h_m - \nabla(\nabla h_m) = \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial t^2}, \quad (10)$$

где $\mathbf{b} = \mathbf{V}/M$. Для поверхностных волн мы вводим условие затухания для m_{\perp} , h_m и E при $z \rightarrow -\infty$ согласно граничным условиям

$$|m_{\perp}|, |h_m|, |E| \rightarrow 0. \quad (11)$$

Аксиальная симметрия системы позволяет без ограничения общности ограничиться рассмотрением поляритонов, распространяющихся вдоль оси x .

2. Линейные поляритоны

Используя линейное приближение $\exp[i(kx - \omega t) + qz]$ для m_{\perp} и h_m , из (8)–(10) получаем характеристическое уравнение

$$q^4 - 2Q_1 q^2 + Q_2 = 0. \quad (12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{\varepsilon}{c^2} \left(\frac{\mu + 1}{2} \omega_{ck}^2 - \mu \omega^2 \right) \\ &= \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{(\omega^2 - \omega_{3k}^2)(\omega^2 - \omega_{4k}^2)}{\omega - \omega_s^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$Q_2 = \frac{\varepsilon^2}{c^2} [(\mu^2 - \nu^2)\omega^2 - \mu\omega_{ck}^2](\omega^2 - \omega_{ck}^2) = \frac{\varepsilon^2}{c^4} \frac{(\omega^2 - \omega_{1k}^2)(\omega^2 - \omega_{2k}^2)(\omega^2 - \omega_{ck}^2)}{\omega^2 - \omega_s^2}, \quad (14)$$

$$\omega_{1,2k}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_{1s}^2 + \omega_{ck}^2 \mp \sqrt{(\omega_{1s}^2 + \omega_{ck}^2)^2 - 4\omega_{2s}^2\omega_{ck}^2} \right), \quad (15)$$

$$\omega_{3,4k}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_{2s}^2 + \omega_{ck}^2 \mp \sqrt{(\omega_{2s}^2 + \omega_{ck}^2)^2 - 4\omega_{3s}^2\omega_{ck}^2} \right), \quad (16)$$

где $\mu = 1 + \omega_s\omega_M/(\omega_s^2 - \omega^2)$, $\nu = \omega\omega_M/(\omega_s^2 - \omega^2)$ — компоненты тензора магнитной проницаемости,

$$\omega_{ck} = ck/\sqrt{\varepsilon}, \quad \omega_s = h\omega_0, \quad \omega_{1s} = \omega_s + \omega_M,$$

$$\omega_{2s} = \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}, \quad \omega_{3s} = \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M/2)},$$

$$\omega_M = 4\pi\omega_0.$$

Характеристическое уравнение (12) имеет корни

$$q_{1,2} = \pm \left(Q_1 + \sqrt{Q_1^2 - Q_2} \right)^{1/2}, \quad (17)$$

$$q_{3,4} = \pm \left(Q_1 - \sqrt{Q_1^2 - Q_2} \right)^{1/2} \quad (18)$$

на плоскости (ω, k) , за исключением кривых $\omega = \omega_{1k}, \omega_{2k}, \omega_{ck}$ и ω_s .

На рис. 2 изображено поведение решений (12) на плоскости (ω, k) . Эта плоскость разделяется на восемь областей. В областях I ($\omega_{2k} < \omega$), II ($\omega_{ck} < \omega < \omega_s$) и III ($\omega_{3k} < \omega, \omega < \omega_{1k}, \omega < \omega_s$) уравнение (12) имеет четыре мнимых корня (q_1, q_2, q_3, q_4). В областях IV ($\omega_s < \omega, \omega_{ck} < \omega, \omega < \omega_{2k}$), V ($\omega_s < \omega < \omega_{1k}$), VI ($\omega_{1k} < \omega,$

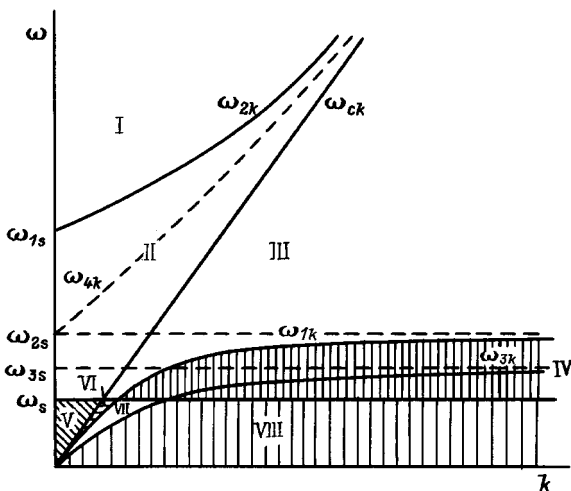


Рис. 2. Дисперсионные зависимости электромагнитных волн в ферромагнетике. В областях I–III уравнение (12) имеет четыре мнимых корня, в областях IV–VI — два действительных и два мнимых; в областях VII и VIII — четыре действительных корня. $\omega_{1s} = \omega_s + \omega_M$, $\omega_{2s} = \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M)}$, $\omega_{3s} = \sqrt{\omega_s(\omega_s + \omega_M/2)}$.

$\omega < \omega_{ck}, \omega < \omega_s$) оно имеет два действительных (q_1, q_2) и два мнимых (q_3, q_4) корня. В областях VII ($\omega_{1k} < \omega, \omega_s < \omega, \omega < \omega_{ck}$) и VIII ($\omega < \omega_{3k}, \omega < \omega_s$) оно имеет четыре действительных корня. Следовательно, первые три области соответствуют объемным волнам. В линейном приближении поверхностные волны в исследуемой модели металлизированного ферромагнетика отсутствуют. В нелинейном режиме поверхностные решения (если они существуют) следует искать в областях IV–VIII, причем в областях VII–VIII они будут чисто поверхностными, а в областях IV–VI — квазиповерхностными (оттекающими) волнами.

3. Нелинейные поверхностные и объемные поляритоны

Решение нелинейных уравнений (8)–(10) с граничными условиями (4), (11) для фундаментальной гармоники верхней ветви поляритонов ($\omega \leq \omega_{2k}$) ищем в следующем виде:

$$m_{x,y} = \frac{1}{2} A_{x,y}(x, z, t) \exp i(kx - \omega t) + \text{с.с.}, \quad (19)$$

$$h_m = \frac{1}{2} B(x, z, t) \exp i(kx - \omega t) + \text{с.с.}, \quad (20)$$

$$e = \frac{E}{M} = \frac{1}{2} C(x, z, t) \exp i(kx - \omega t) + \text{с.с.} \quad (21)$$

Здесь амплитуды $A_{x,y}(x, z, t)$, $B(x, z, t)$, $C(x, z, t)$ — медленно меняющиеся по сравнению с быстрыми осцилляциями несущей волны

$$\left| \frac{\partial G}{\partial t} \right| \ll \omega_2 |G|, \quad \left| \frac{\partial G}{\partial z} \right| \ll K |G|, \quad G = \{A_{x,y}, B, C\}. \quad (22)$$

Для слабо локализованных нелинейных поверхностных волн малой амплитуды подстановка решений (19)–(21) в (8)–(10) с учетом (22) дает

$$i \frac{\partial B_y}{\partial t} + \frac{1}{2} D_2 \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} + N_2 |B_y|^2 B_y = 0, \quad (23)$$

$$A_x = \left[(\mu - 1)(B_x + \Gamma_x) - i\nu(B_y + \Gamma_y) \right] / (4\pi), \quad (24)$$

$$A_y = \left[i\nu(B_x + \Gamma_x) + (\mu - 1)(B_y + \Gamma_y) \right] / (4\pi), \quad (25)$$

$$B_x = - \left[(\mu - 1)\Gamma_x - i\nu(B_y + \Gamma_y) \right] / (4\pi), \quad (26)$$

$$B_z = \frac{i\omega_{ck}^2}{\omega^2 - \omega_{ck}^2} \frac{\partial}{\partial z} B_x, \quad (27)$$

$$D_n = (-1)^n \frac{4\omega_{ck}^2(\omega_{nk}^2 - \omega_{3k}^2)(\omega_{nk}^2 - \omega_{4k}^2)}{k^2\omega_{nk}(\omega_{2k}^2 - \omega_{1k}^2)(\omega_{nk}^2 - \omega_{ck}^2)} \quad (n = 1, 2), \quad (28)$$

$$N_n = \frac{(-1)^n}{2048\pi^3\mu_n^3} \frac{\omega_{nk}}{(\omega_{2k}^2 - \omega_{1k}^2)(\omega_{nk}^2 - \omega_s^2)^3} \times \left\{ \beta\omega_M^4(3\omega_{1s}^4 + 2\omega_{1s}^2\omega_{nk}^2 + \omega_{nk}^4) + 4\pi\omega_M^3[(4\omega_s + \omega_M)\omega_{nk}^4 + 2\omega_{1s}^2(\omega_s + 2\omega_M)\omega_{nk}^2 - 3\omega_s\omega_{1s}^4] \right\}, \quad (29)$$

$$\Gamma_x = -\frac{i|A_y|^2 A_y}{1024\pi^3\mu^3} (\beta + 4\pi) [(\mu_n^2 - \nu_n^2 - \mu_n)^2 + 3\nu_n^2], \quad (30)$$

$$\Gamma_y = \frac{|A_y|^2 A_y}{1024\pi^3\mu_n^3} \left[3(\mu_n^2 - \nu_n^2 - \mu_n)^2 - \nu_n^2 \right] \times \left[\beta(\mu_n^2 - \nu_n^2 - \mu_n) - 4\pi\mu_n \right], \quad (31)$$

$$\mu_n = \mu(\omega = \omega_{nk}), \quad \nu_n = \nu(\omega = \omega_{nk}).$$

Из уравнений (3) получаем $\partial E_x / \partial t = M \nabla_z h_{my}$. С учетом этого соотношения граничные условия (4) для амплитуд фундаментальной гармоники принимают вид

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{\partial B_x}{\partial z} = 0. \quad (32)$$

Рассматриваемый ферромагнетик обладает нелинейностью самофокусирующего типа ($D_2 > 0$, $N_2 > 0$). Вводя безразмерные переменные $b = B_y / B_{y0}$, $\tau = t / T$, $\xi = z / z_0$

$$T^{-1} = N_2 b_{y0}^2, \quad z_0^{-1} = b_{y0} N_2^{1/2} / D_2^{1/2}, \quad (33)$$

где h_{y0} — максимальная амплитуда колебаний, из (23) получаем следующее нелинейное уравнение Шредингера:

$$i \frac{\partial b}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 b}{\partial \xi^2} + |b|^2 b = 0. \quad (34)$$

Это уравнение должно быть решено для полупространства $0 > z > -\infty$ при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial b}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad b|_{\xi=-\infty} = 0, \quad (35)$$

которые характеризуют поверхностную волну. Односолитонное решение НУШ, удовлетворяющее граничным условиям (35), имеет вид

$$b(\xi, \tau) = \text{sh}(\xi) \exp[i(\tau/2 + \Phi_0)], \quad (36)$$

где Φ_0 — произвольная фаза. Из (19)–(21), (24)–(27) и (36) мы получаем решение для нелинейного поверхностного поляритона

$$h_{my} = \frac{1}{2} b_{y0} \text{sech}(z/z_0) \times \exp i \left\{ kx - [\omega_2 - (2T)^{-1}]t + \Phi_0 \right\} + \text{c.c.}, \quad (37)$$

$$h_{mx} = -\frac{i\nu}{8\pi} h_{y0} \text{sech}(z/z_0) \times \exp i \left\{ kx - [\omega_2 - (2T)^{-1}]t + \Phi_0 \right\} + \text{c.c.}, \quad (38)$$

$$m_x = [(\mu - 1)h_{mx} - i\nu h_{my}] / (4\pi),$$

$$m_y = [i\nu h_{mx} + (\mu - 1)h_{my}] / (4\pi). \quad (39)$$

Тогда из (37) получаем дисперсионное соотношение для нелинейного поверхностного поляритона

$$\omega = \omega_{2k} - N_2 b_{y0}^2 / 2. \quad (40)$$

Глубина проникновения поверхностного поляритона $z_0 \approx b_{y0}^{-1}$ стремится к бесконечности, когда амплитуда уменьшается.

Согласно критерию Лайтхилла [17], нелинейное стационарное решение (37)–(39) модуляционно устойчиво при условии

$$(\partial^2 \omega / \partial k^2) / (\partial \omega / \partial b^2) > 0. \quad (41)$$

Поскольку имеют место неравенства $\partial^2 \omega / \partial k^2 > 0$ и $\partial^2 \omega / \partial b_{y0}^2 = -N_2 / 2 < 0$, выполняющиеся для поверхностного поляритона, стандартный анализ показывает, что рассмотренные выше стационарные волновые решения (37)–(39) нестабильны относительно малых флуктуаций с волновым вектором k_1 , как только амплитуда волны превышает следующую пороговую величину

$$|b_{y0}|^2 = \frac{k_1^2}{2N_2} \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial k^2}. \quad (42)$$

Эта модуляционная неустойчивость нелинейного поверхностного поляритона может привести к образованию трехмерного (3D) поверхностного солитона. Такие 3D-поверхностные солитоны для обменных спиновых волн были ранее рассмотрены в [14] и [15].

Кроме решения для нелинейного поверхностного поляритона (36) уравнение (34) также имеет нелинейное стационарное решение в форме

$$B_y = b_{y0} \exp(iN_2 |b_{y0}|^2 t). \quad (43)$$

Это решение просто описывает нелинейный обменный поляритон, который однороден по толщине кристалла и удовлетворяет граничным условиям (32). Тогда из (43) получаем дисперсионное соотношение

$$\omega = \omega_{2k} - N_2 |b_{y0}|^2, \quad (44)$$

где b_{y0} — максимальная амплитуда. Поскольку неравенства $\partial^2 \omega / \partial k^2 > 0$ и $\partial \omega / \partial b_{y0}^2 = -N_2 < 0$ справедливы для нелинейного объемного поляритона, то решение (44) модуляционно неустойчиво относительно образования цуга солитонов в направлении распространения.

Теперь будем искать решение нелинейных уравнений (8)–(10) вблизи нижней поляритонной ветви. Снова применим метод огибающей. Для фундаментальной гармоники решение в форме (19)–(21) находим, заменяя

индекс 2 на 1 для ω ; таким образом имеем $\omega = \omega_1$. При выполнении неравенств (22), уравнения для амплитуд огибающих \mathbf{A} и \mathbf{B} будут иметь такую же форму, как (23)–(27). Для нижней ветви поляритонов в (23)–(27) для ω , D и N используется индекс 1.

Из (28), (29) следует, что неравенства $D_1 < 0$ и $N_1 > 0$ справедливы в используемом здесь безобменном приближении. Поэтому стационарный объемный поляритон стабилен по отношению к локализации в поперечном направлении. Как было показано ранее, нелинейные самолокализованные поверхностные спиновые волны могут существовать в объемно-дипольной области [13].

Итак, нами представлена теория нелинейных поверхностных поляритонов в полуограниченном ферромагнетике при учете взаимодействия электромагнитных и спиновых волн. В рассматриваемой здесь задаче выбран ферромагнетик с металлизированной поверхностью. Конечно, достигнуть полного экранирования электромагнитного излучения с поверхности ферромагнетика очень трудно. Этого можно достигнуть, если используется экран, сделанный из пленки ВТСП. Экранирование возможно, если глубина проникновения электромагнитного поля в сверхпроводник превышает лондоновскую глубину λ_L (для ВТСП $\lambda_L \approx 10^{-4} \div 10^{-7}$ см).

Конечно, вследствие слабой нелинейности ферромагнитной среды в области высоких частот для локализации нелинейных поверхностных поляритонов требуется высокий уровень мощности порядка 1 MW/m (см. (33)). Такая мощность может быть достигнута только при импульсном возбуждении поверхностного поляритона.

Авторы благодарны Российскому фонду фундаментальных исследований (гранты 96-02-16168а, 96-02-16872а) и Министерству науки и технологий (программа "Поверхностные атомные структуры") за частичное финансирование работы.

Список литературы

- [1] D.D. Stansil. Theory of Magnetostatic Waves. Springer-Verlag, N.Y. (1993). 214 p.
- [2] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитостатические колебания и волны. Наука, М. (1994). 462 с.
- [3] В.С. Стальмахов, А.А. Игнатьев, М.И. Куликов. РЭ **26**, 11, 2389 (1981).
- [4] А.А. Игнатьев, А.Н. Лепесткин. ЖТФ **56**, 8, 1829 (1986).
- [5] Ю.Ф. Огрин, С.В. Мериакри, И.И. Петрова. ЖТФ **60**, 1, 130 (1990).
- [6] М.И. Каганов, Т.И. Шалаева. ЖЭТФ **96**, 10, 2185 (1989).
- [7] R.F. Wallis, A.D. Boardman, M. Shabat. In: Nonlinear Waves In Solid State Physics. V. 47 of NATO Advanced Study Institute / Ed. A.D. Boardman et al. Plenum, N.Y. (1990). P. 51; Phys. Rev. **B41**, 2, 717 (1990).
- [8] A.A. Maradudin. Z. Phys. **B41**, 2, 341 (1981).
- [9] А.А. Ахмедиев. ЖЭТФ **56**, 2, 299 (1982).
- [10] A.D. Boardman, P. Egan. IEEE J. Quant. Elec. **QE-21**, 9, 1701 (1985).
- [11] Ю.И. Беспятых, И.Е. Дикштейн. ФТТ **35**, 8, 1175 (1993).
- [12] А.С. Ковалев. ФТТ **35**, 10, 1935 (1993).
- [13] Yu.I. Bespyatykh, I.E. Dikstein, S.A. Nikitov, A.D. Boardman. Phys. Rev. **B50**, 23, 13 435 (1994).
- [14] Yu.I. Bespyatykh, I.E. Dikstein, S.A. Nikitov. Phys. Lett. **A184**, 4, 198 (1994).
- [15] Ю.И. Беспятых, А.Д. Бордман, И.Е. Дикштейн, С.А. Никитов. ФТТ **38**, 1, 295 (1996).
- [16] А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский. Спиновые волны. Наука, М. (1967). 368 с.
- [17] M.J. Lighthill. J. Inst. Appl. Math. **1**, 3, 269 (1965).