

Оптическая бистабильность, переключения и самопульсации в прямозонных полупроводниках при связывании двух экситонов в биэкситон

© А.Х. Ротару, В.З. Трончу

Институт прикладной физики Академии наук Молдавии,
МД-2028 Кишинев, Молдавия

(Поступила в Редакцию 24 марта 1998 г.)

В геометрии кольцевого резонатора выведена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамическую эволюцию когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. Нелинейность обусловлена процессом прямого связывания двух экситонов в биэкситон за счет их кулоновского взаимодействия, впервые предложенного Ивановым, Келдышем и Панащенко. В стационарном случае получено уравнение состояния теории оптической бистабильности. Изучена стабильность стационарных состояний и определены времена переключений между ветвями оптической бистабильности. Показано, что на нестабильных участках уравнения состояний возможно возникновение нелинейных периодических и хаотических самопульсаций с рождением в фазовом пространстве системы предельных циклов и странных аттракторов. Найден сценарий перехода в режим динамического хаоса. Изучена динамическая оптическая бистабильность и обсуждается возможность экспериментального обнаружения изучаемых явлений.

Изучение нелинейных оптических явлений представляет большой интерес как с точки зрения теории, так и современного эксперимента в связи с применением нелинейных оптических устройств для формирования, обработки, передачи и анализа информации, создания нового поколения ЭВМ с оптической логикой нейрокомпьютера.

В [1] изучены теоретические и экспериментальные проблемы оптических нелинейных явлений. В частности, рассмотрены вопросы изучения полупроводниковых нелинейных материалов и их использования при создании оптических бистабильных элементов, проведен анализ построения первых цифровых оптических вычислительных схем, а также изучены другие вопросы. Отмечается важность поиска новых сред с большими значениями нелинейностей для создания оптических бистабильных элементов.

Особый интерес представляет изучение оптической бистабильности (ОБ), обусловленной экситонами и биэкситонами в конденсированных средах благодаря гигантским оптическим нелинейностям на длинноволновом краю собственного поглощения кристалла, малыми временами релаксации, малыми энергиями и временами переключений между ветвями оптической бистабильности. Кроме того, на нестабильных участках кривой ОБ возможно возникновение регулярных и хаотических самопульсаций в системе экситонов, фотонов и биэкситонов. Все это открывает большие перспективы для изучения принципиально новых оптических явлений с участием экситонов и биэкситонов, в том числе и для их практического применения.

В работах [2–12] нами построена теория ОБ, оптических переключений, регулярных и стохастических колебаний с образованием классических и странных аттракторов в фазовом пространстве экситонов, фотонов и биэкситонов. В [13,14] была предсказана возможность

индуцированной шумом оптической мультистабильности в системе когерентных экситонов и биэкситонов.

Необходимо отметить, что явление ОБ в [2,3,9,10] исследовалось лишь при условии гигантской силы осциллятора экситон-биэкситонного перехода [15–17], т. е. учитывался только процесс рождения биэкситона \mathbf{p} путем поглощения экситоном \mathbf{q} фотона $\mathbf{p}-\mathbf{q}$. Между тем в работах Иванова, Келдыша и Панащенко [18,19] впервые показано, что есть и другой процесс, определяемый членом $\frac{1}{\sqrt{V}}M(\mathbf{p}, \mathbf{q})b_{\mathbf{p}}^+a_{\mathbf{q}}a_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}$, описывающий прямое связывание двух экситонов $\mathbf{p}-\mathbf{q}$ и \mathbf{q} в биэкситон \mathbf{p} за счет их кулоновского притяжения. Фактически в этих работах предложен принципиально новый механизм экситон-биэкситонной перестройки спектров полупроводника, определяемый связыванием двух экситонов в биэкситон за счет их кулоновского взаимодействия. В частности, показано, что именно этот механизм приводит к эффективному сдвигу в длинноволновую сторону как экситонного, так и биэкситонного уровней.

Данная работа посвящена изучению нового кооперативного явления: стационарной и нестационарной ОБ, оптических автоколебаний и переключений при учете экситон-фотонного взаимодействия и кулоновского связывания двух экситонов в биэкситон, предложенный в [18,19]. С помощью гайзенберговских уравнений движения для экситонов и биэкситонов и волнового уравнения для поля выведена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамическую эволюцию системы. В стационарном случае получено уравнение состояния теории ОБ. Исследована стабильность стационарных решений. Предсказана возможность образования регулярных и хаотических самопульсаций. Найден сценарий перехода к оптическому динамическому хаосу и возможности возникновения оптической турбулентности. Изучены времена переключений между ветвями ОБ и динамическая ОБ в случае, когда внешняя

накачка является функцией времени, имеющей параболический вид. Обсуждается возможность экспериментального обнаружения изучаемых явлений.

1. Вывод основных уравнений

Настоящий этап изучения ОБ характеризуется тем, что она рассматривается для конкретной геометрии опыта. Пусть на кольцевой резонатор, в который помещен полупроводник длиной L , падает монохроматическая когерентная электромагнитная волна. Граничные условия для кольцевого резонатора имеют вид

$$E(0, t) = \sqrt{T}E_I + RE(L, t - \Delta t)e^{iF}, \quad E_T = \sqrt{T}E(L, t),$$

где E_I — амплитуда поля на входе резонатора (накачка), E_T — амплитуда поля на выходе резонатора, $R = 1 - T$ — коэффициент отражения зеркал резонатора, Δt — время запаздывания, вносимого обратной связью $\Delta t = \frac{L+2l}{c_0}$; c_0 — скорость света в вакууме, $F = kL + k_0(2l + L)$ — набег фазы поля в резонаторе, k_0 — волновой вектор поля в вакууме (рис. 1).

В полупроводнике возбуждаются когерентные по Боголюбову экситоны. Согласно [18,19], эти экситоны благодаря кулоновскому взаимодействию могут связаться в биэкситон. Этот процесс, обеспечивающий нелинейность задачи, определяется членом $\frac{1}{\sqrt{V}}Db^+aa$.

Гамильтониан задачи состоит из суммы гамильтонианов свободных экситонов, биэкситонов и поля, а также гамильтониана взаимодействия когерентных экситонов с электромагнитным полем и с когерентными биэкситонами, который в принятой модели имеет вид

$$H_{\text{int}} = i\hbar g(aE^+ - a^+E) + i\hbar D(ba^+a^+ - b^+aa), \quad (1)$$

где $a^+(b^+)$ — оператор рождения экситона (биэкситона), g — константа экситон-фотонного взаимодействия, D — константа прямого связывания двух экситонов в биэкситон, E^+ — положительно-частотная часть электрического поля электромагнитной волны. Здесь и далее предполагаем, что объем системы равен единице, и опускаем индексы волновых векторов.

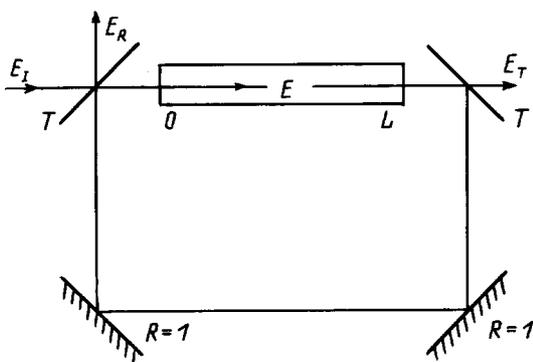


Рис. 1. Схема кольцевого резонатора. E_I, E_R, E_T — амплитуды падающего, отраженного и прошедшего полей соответственно, T — коэффициент пропускания зеркал резонатора.

Уравнения движения для амплитуд экситонов a и биэкситонов b имеют вид

$$\frac{da}{dt} = -i\omega_{\text{ex}}a - gE + 2Db^+a - \gamma_{\text{ex}}a, \quad (2)$$

$$\frac{db}{dt} = -i\omega_{\text{biex}}b - Daa - \gamma_{\text{biex}}b, \quad (3)$$

где $\hbar\omega_{\text{ex}}(\hbar\omega_{\text{biex}})$ — энергия образования экситона (биэкситона), γ_{ex} и γ_{biex} — константы затухания экситонов и биэкситонов соответственно, определяющие скорость ухода квазичастиц из когерентных мод в некогерентные. Последние были введены в уравнения движения феноменологически. Отметим, что эти уравнения могут быть получены строго в рамках квантовой теории флуктуаций и затуханий из потоковой части соответствующего уравнения Фоккера–Планка [20].

Уравнение движения для компоненты электромагнитного поля E эквивалентно волновому уравнению

$$c_1^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -i4\pi\hbar g \frac{\partial^2 a}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где c_1 — скорость распространения поля в полупроводнике.

Представим амплитуды экситонов, биэкситонов и поля в виде модулированных плоских волн

$$a(z, t) = A'(z, t)e^{i(kz - \omega t)}, \quad b(z, t) = B'(z, t)e^{2i(kz - \omega t)}, \\ E(z, t) = E'(z, t)e^{i(kz - \omega t)}, \quad (5)$$

где ω и k — несущая частота и волновой вектор, а $A'(z, t), B'(z, t), E'(z, t)$ суть медленно меняющиеся амплитуды.

В дальнейшем удобно перейти к безразмерным величинам. Введем в рассмотрение

$$X = \frac{E'}{E_s}, \quad B = \frac{B'}{B_s}, \quad A = \frac{A'}{A_s}, \\ E_s = \frac{\gamma_{\text{biex}}^2}{gD}, \quad A_s = B_s = \frac{\gamma_{\text{biex}}}{D}, \\ C = \frac{\alpha L}{4T}, \quad \alpha = \frac{4\pi\hbar g^2 \omega^2}{c_1 k \gamma_{\text{ex}}}, \quad d = \frac{\gamma_{\text{ex}}}{\gamma_{\text{biex}}}, \\ \delta_0 = \frac{2\omega_{\text{ex}} - \omega_{\text{biex}}}{\gamma_{\text{biex}}}, \quad \delta_1 = \frac{\omega - \omega_{\text{ex}}}{\gamma_{\text{biex}}}, \\ \sigma = \frac{C_1^2 k T}{L \gamma_{\text{biex}} \omega}, \quad \tau = \gamma_{\text{biex}} t, \\ \Delta_1 = \frac{\omega^2 - c_1^2 k^2}{2\omega \gamma_{\text{biex}}}.$$

Вводя безразмерные входную и выходную амплитуды полей $E_I = YE_s\sqrt{T}$, $E_T = XE_s\sqrt{T}$, для нормированных амплитуд получаем следующие граничные условия:

$$TY + R[X_1(L, \tau - \Delta\tau) \cos F - X_2(L, \tau - \Delta\tau) \sin F] = X_1(0, \tau), \\ R[X_1(L, \tau - \Delta\tau) \sin F + X_2(L, \tau - \Delta\tau) \cos F] = X_2(0, \tau), \quad (6)$$

где X_1 и X_2 — действительная и мнимая части поля.

Подставляя (5) в (2)–(4) в приближении медленно меняющихся огибающих [7,22] и пренебрегая эффектами пространственной дисперсии экситонов и биэкситонов, которые в актуальной области спектра несущественны, а также используя приближение среднего поля [8,21,22] и граничные условия (6), получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающую временную эволюцию когерентных фотонов, экситонов и биэкситонов,

$$\frac{dX_1}{d\tau} = -\Delta_1 X_2 - \frac{\sigma(1-R\cos F)}{T} X_1 - \frac{\sigma R \sin F}{T} X_2 + 2C\sigma A_1 + \sigma Y, \quad (7)$$

$$\frac{dX_2}{d\tau} = \Delta_1 X_1 - \frac{\sigma(1-R\cos F)}{T} X_2 + \frac{\sigma R \sin F}{T} X_1 + 2C\sigma A_2, \quad (8)$$

$$\frac{dA_1}{d\tau} = -dA_1 - \delta_1 A_2 - X_1 + 2(B_1 A_1 + B_2 A_2), \quad (9)$$

$$\frac{dA_2}{d\tau} = -dA_2 + \delta_1 A_1 + X_2 + 2(B_2 A_1 - B_1 A_2), \quad (10)$$

$$\frac{dB_1}{d\tau} = -(2\delta_1 + \delta_0) B_2 - B_1 - A_1^2 + A_2^2, \quad (11)$$

$$\frac{dB_2}{d\tau} = (2\delta_1 + \delta_0) B_1 - B_2 - 2A_1 A_2, \quad (12)$$

где учитывалась комплексность величин X , A , B : $X_1 = \text{Re } X$, $X_2 = \text{Im } X$, $A_1 = \text{Re } A$, $A_2 = \text{Im } A$, $B_1 = \text{Re } B$, $B_2 = \text{Im } B$.

Эволюция решений уравнений (7)–(12) существенно зависит от эволюции малой области фазового пространства этой системы. Рассматривая движение точек в фазовом пространстве как движение жидкости с дивергенцией

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{X}_1}{\partial X_1} + \frac{\partial \dot{X}_2}{\partial X_2} + \frac{\partial \dot{A}_1}{\partial A_1} + \frac{\partial \dot{A}_2}{\partial A_2} + \frac{\partial \dot{B}_1}{\partial B_1} + \frac{\partial \dot{B}_2}{\partial B_2} \\ = -2 \left[1 + d + \frac{\sigma(1-R\cos F)}{T} \right], \end{aligned}$$

приходим к выводу о том, что любой малый объем фазового пространства системы уравнений (7)–(12) стремится к нулю при $\tau \rightarrow \infty$ со скоростью $\left[2 + 2d + \frac{2\sigma(1-R\cos F)}{T} \right]^{-1}$. В случае если стационарные состояния системы неустойчивы, аттракторами в фазовом пространстве могут быть либо предельный цикл, либо тор, либо странный аттрактор. Они соответствуют нелинейным периодическим, квазипериодическим и стохастическим автоколебаниям в системе.

В стационарном случае из (7)–(12) получаем уравнения, связывающие плотности когерентных экситонов и биэкситонов с амплитудой поля,

$$Z_e \left[\left(d + \frac{2Z_e}{1 + \delta_2^2} \right)^2 + \left(\frac{2\delta_2 Z_e}{1 + \delta_2^2} - \delta_1 \right)^2 \right] = X_{st}^2, \quad (13)$$

$$Z_b = \frac{Z_e^2}{1 + \delta_2^2}, \quad (14)$$

и уравнение состояния теории ОБ, связывающее амплитуды поля на входе и выходе резонатора,

$$\begin{aligned} Y_{st}^2 = X_{st}^2 \left\{ \left[\frac{1 - R \cos F}{T} + \frac{2CQ_1}{Q} \right]^2 + \left[\frac{\Delta_1}{\sigma} + \frac{R}{T} \sin F - \frac{2CQ_2}{Q} \right]^2 \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где $Z_e = A_1^2 + A_2^2$ — плотность экситонов, $Z_b = B_1^2 + B_2^2$ — плотность биэкситонов, $X_{st} = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$, $\delta_2 = 2\delta_1 + \delta_0$, $Q_1 = d + \frac{2Z_e}{1 + \delta_2^2}$, $Q_2 = \delta_1 - \frac{2\delta_2 Z_e}{1 + \delta_2^2}$, $Q = Q_1^2 + Q_2^2$.

Выражение (15) представляет собой уравнение состояния теории ОБ в системе когерентных экситонов и биэкситонов в случае связывания двух экситонов в биэкситон за счет кулоновского взаимодействия. Оно является аналогом уравнений состояний в теории двухуровневых сред и экситонной области спектра [3,8,21] и существенно отличается от последних. В отличие от уравнений (13), (14), которые определяют нелинейную зависимость между плотностями когерентных экситонов и биэкситонов и электромагнитным полем и приводят к бистабильностям типа плотность–свет, уравнение (15) описывает зависимость выходящего из кристалла излучения от падающего. При определенных условиях оно приводит к возникновению бистабильности типа свет–свет.

2. Оптическая бистабильность и самопульсации

Большой интерес представляет собой исследование стабильности стационарных состояний в связи с возможностью возникновения оптических нелинейных самопульсаций в системе когерентных квазичастиц. При

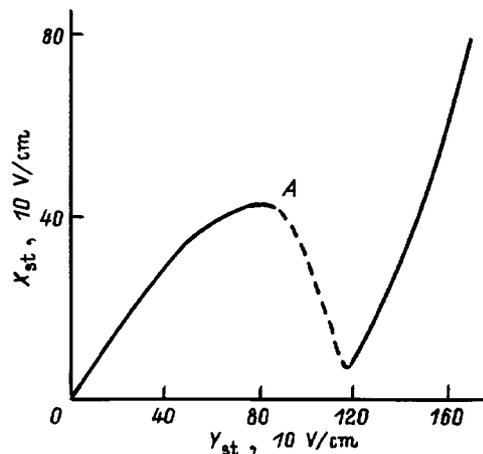


Рис. 2. Стационарная зависимость амплитуды прошедшего поля X_{st} от амплитуды падающего Y_{st} при значениях параметров $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 10$.

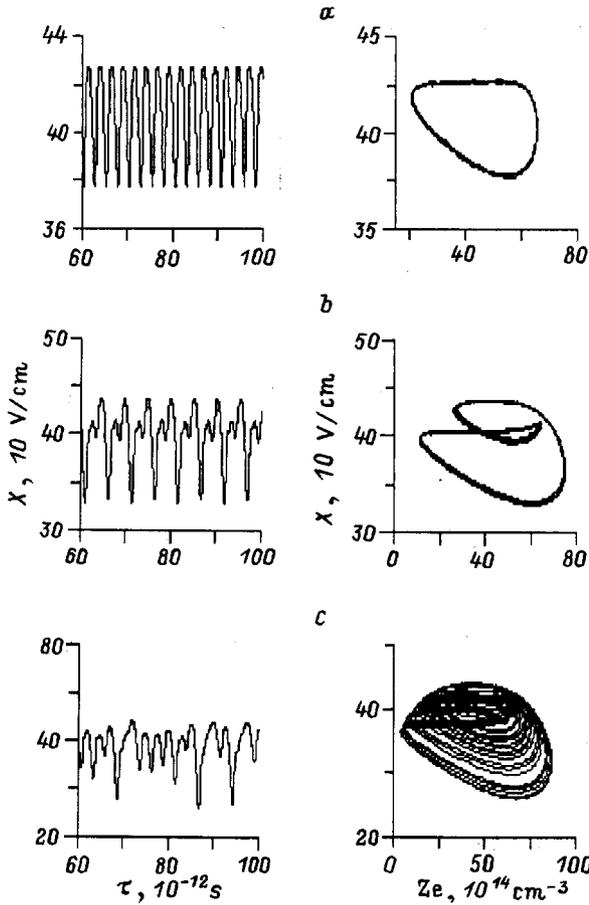


Рис. 3. Колебания в кольцевом резонаторе (слева) и их фазовые портреты на плоскости $X-Z_e$ (справа) при $\delta = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 10$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$ и различных значениях внешней накачки Y : $a - 85$, $b - 90$, $c - 100$.

использовании критерия Раусса–Гурвица было показано, что часть кривой стационарной зависимости амплитуды выходящего из резонатора излучения X_{st} от падающего Y_{st} при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 10$ является неустойчивой (рис. 2). Возникающее окно неустойчивости обозначено штриховой линией. В точке A , соответствующей началу области неустойчивости, в системе когерентных квазичастиц возникают нелинейные периодические самопульсации, а фазовая траектория выходит на предельный цикл (рис. 3, a). По мере передвижения изображающей точки к центру окна неустойчивости колебания становятся более сложными. Наблюдается каскад бифуркаций удвоения периода колебаний (рис. 3, b), в результате чего в средней части окна неустойчивости устанавливается стохастический режим автоколебаний. В системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов возникает оптическая турбулентность. На рис. 3, c представлены стохастический автомодуляционный процесс и соответствующие проекции фазовых траекторий на плоскость $X-Z_e$ при внешней накачке $Y = 100$ ($E_I = 1000$ V/cm). Поверхность в

фазовом пространстве, к которой стягиваются фазовые траектории, меняется с изменением внешней накачки. При дальнейшем увеличении внешней накачки странный аттрактор становится неустойчивым и переходит в устойчивый предельный цикл, а в системе устанавливаются нелинейные регулярные периодические самопульсации.

С увеличением расстройки резонанса между частотой внешнего электромагнитного поля и частотой экситона δ_1 стационарная зависимость между амплитудой выходящего из резонатора излучения X_{st} и амплитудой падающего излучения Y_{st} существенно изменяется. При малых значениях Y_{st} имеет место линейная однозначная связь между X_{st} и Y_{st} . При увеличении Y_{st} эта связь становится нелинейной и при определенном соотношении между параметрами неоднозначной. На рис. 4, a представлена стационарная зависимость амплитуды проходящего через резонатор излучения от амплитуды падающего поля при $\cos F = 1$, $C = 5$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 30$, $\delta_0 = 5$, $\sigma = 10$. Как видно, при этих значениях параметров возникает ОБ с ходом по часовой стрелке. Штриховой линией обозначена неустойчивая часть зависимости $X_{st}(Y_{st})$. Таким образом, в отличие от модели двухуровневых атомов, где ОБ реализуется с ходом против часовой стрелки, в данном случае ОБ происходит по часовой стрелке. Исследование показывает, что при этих значениях параметров как верхняя, так и нижняя ветви ОБ являются устойчивыми. Поэтому представляет интерес изучение времен переключения между ними. Основой исследования времен переключений является система уравнений (7)–(12). Нами проведен компьютерный эксперимент, в

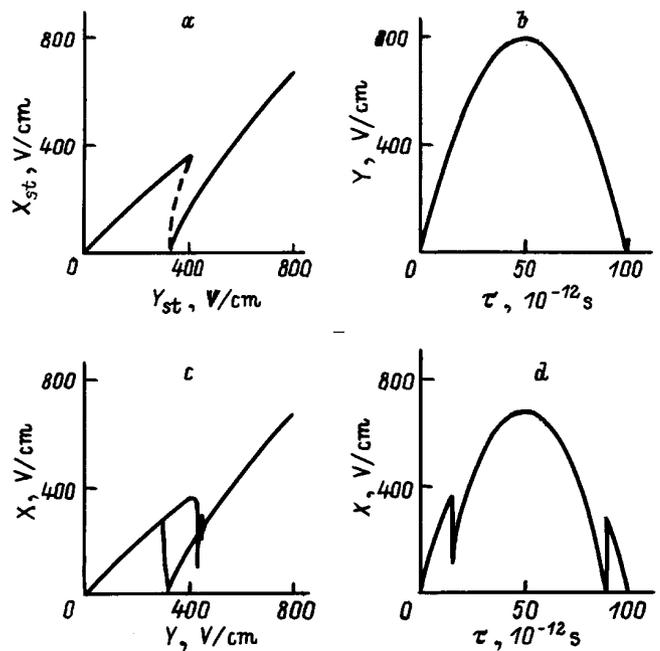


Рис. 4. a) Стационарная зависимость амплитуды прошедшего поля X_{st} от амплитуды падающего Y_{st} при $\delta_0 = 5$, $C = 5$, $F = 2\pi n$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 30$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$; b) форма падающего импульса; c) динамическая оптическая бистабильность; d) форма импульса на выходе из резонатора.

котором начальные условия выбираются таким образом, чтобы они соответствовали значению накачки Y_{st} вблизи от порога переключения вниз. В момент времени $\tau = 0$ задается скачкообразное изменение накачки Y_{st} , такое что $Y_{st} + \Delta Y$ падает по другую сторону от соответствующего порога переключения. Оптические переключения в системе когерентных экситонов и биэкситонов лежат в пикосекундном диапазоне ($\tau_{\uparrow} \sim 2 \cdot 10^{-12}$ s, $\tau_{\downarrow} \sim 4 \cdot 10^{-12}$ s), что дает возможность использовать изучаемый нами механизм оптической бистабильности при конструировании быстродействующих оптических ячеек памяти.

При уменьшении добротности резонатора переключения сопровождаются осцилляциями, что приводит к ухудшению работы бистабильного элемента.

При экспериментальном исследовании ОБ часто наблюдают не стационарную, а динамическую ОБ, которая получается в результате сравнения зависящей от времени внешней накачки с соответствующим ей откликом системы. Впервые ОБ такого рода была рассмотрена в [23]. Теоретически и экспериментально было изучено поведение нелинейного интерферометра Фабри–Перо, заполненного керровской средой, под действием импульсов различной формы. Авторы получили отличное согласие теории и эксперимента.

Мы решали систему нелинейных дифференциальных уравнений (7)–(12) численно с учетом граничных условий для кольцевого резонатора, где внешняя накачка $Y(\tau)$ — функция времени, имеющая параболическую форму. Результаты проведенного компьютерного эксперимента представлены на рис. 4, *b–d* при $F = 2\pi n$, $C = 5$, $\Delta_1 = 0$, $\delta_1 = 30$, $\delta_0 = 5$, $\sigma = 1$, $d = 0.1$, $T = 0.01$. На рис. 4, *b* и *d* представлены соответственно формы падающего на резонатор и выходящего из резонатора электромагнитного поля в зависимости от времени в случае, когда длительность импульса $\tau = 100$ ($t = 100 \cdot 10^{-12}$ s). Из рис. 4, *d* видно, что прошедший через резонатор импульс деформируется. На рис. 4, *c* показана зависимость амплитуды выходящего из резонатора излучения от амплитуды падающего. Как видно, в этом случае в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов возникает динамическая оптическая бистабильность с ходом по часовой стрелке. Если уменьшить длительность импульса, то система не успевает реагировать на его прохождение, и он происходит без каких-либо изменений.

В заключение обсудим возможность экспериментального наблюдения предсказанных эффектов. Приведем численные оценки для кристаллов типа CdS, где $\hbar D = 10^{-9}$ eV · cm^{3/2}, $\hbar g = 0.1$ eV/(cm^{1/2} · V), $\hbar \omega = 2$ eV, $\hbar c_0 k_0 \approx 2$ eV, $\hbar \gamma_{ex} = 1.38 \cdot 10^{-10}$ s, $\hbar \gamma_{biox} = 1.38 \cdot 10^{-11}$ s [24], $T = 0.01$, $L = 10^{-6}$ m, $\hbar(2\omega - \omega_{biox}) = -0.04$ eV. Критическая интенсивность, при которой возможно наблюдение изучаемых нами нелинейных явлений, имеет величину порядка $I \sim 1.5 \cdot 10^6$ W/cm². При этом концентрации экситонов и биэкситонов имеют величину порядка 10^{16} и

10^{14} cm⁻³ соответственно; времена переключений вверх $\tau_{\uparrow} \sim 2 \cdot 10^{-12}$ s и вниз $\tau_{\downarrow} \sim 4 \cdot 10^{-12}$ s, а энергии переключения — порядка $50 \cdot 10^{-12}$ J. Нашим результатам качественно можно сопоставить результаты экспериментальных работ [1,25,26], где в кристалле CdS наблюдается ОБ с ходом по часовой стрелке и определены времена переключения и энергии переключения. Таким образом, приведенные нами численные оценки позволяют сделать вывод о реальной возможности наблюдения оптических гистерезисов, переключений и самопульсаций в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках при связывании двух экситонов в биэкситон. Отметим, что изученные нами хаотические автоколебания, возникающие благодаря неустойчивости стационарных состояний, являются еще одним примером возникновения временных структур в нелинейных динамических системах. Между тем исходные уравнения являются нелинейными уравнениями в частных производных, описывающими пространственно-временную эволюцию когерентных квазичастиц в конденсированных средах. Как известно, для уравнений такого типа возможно развитие пространственной турбулентности [27]. В [27] обнаружен новый класс переходов типа порядок–хаос в виде движущихся фронтов перехода. Аналогичные явления могут иметь место и в системе когерентных экситонов, фотонов и биэкситонов. Наряду с динамической оптической турбулентностью возможно развитие турбулентности в пространстве и возникновение структур типа порядок–хаос и хаос–порядок.

Список литературы

- [1] Н.М. Gibbs, G. Khitrova, N. Peghambarian. *Nonlinear Photonics*. Springer Series in Electronics and Photonics. V. 30. Springer-Verlag, Berlin (1990). 210 p.
- [2] А.Х. Ротару, В.А. Залож. Оптическая самоорганизация экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1990).
- [3] П.И. Хаджи, Г.Д. Шибаршина, А.Х. Ротару. Оптическая бистабильность в системе когерентных экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1988).
- [4] А.Н. Rotaru, G.D. Shibarshina. *Phys. Lett.* **109**, 292 (1985).
- [5] А.Х. Ротару. *ФТТ* **29**, *11*, 3282 (1987).
- [6] А.И. Бобрышева, В.А. Залож, А.Х. Ротару. *ФТТ* **33**, *3*, 915 (1991).
- [7] В.А. Залож, С.А. Москаленко, А.Х. Ротару. *ЖЭТФ* **95**, 601 (1989).
- [8] Б.Ш. Парканский, А.Х. Ротару. *ЖЭТФ* **99**, 899 (1991).
- [9] В.А. Залож, А.Н. Ротару, В.З. Трончу. *ЖЭТФ* **103**, 289 (1993).
- [10] В.А. Залож, А.Н. Ротару, В.З. Трончу. *ЖЭТФ* **105**, 164 (1994).
- [11] А.Н. Ротару, С.В. Шура. *ЖЭТФ* **105**, 450 (1995).
- [12] В.Р. Мисько, С.А. Москаленко, А.Х. Ротару, Ю.М. Швера. *ЖЭТФ* **99**, 1215 (1991).
- [13] А.Е. Барбэрошиэ, И.И. Гонця, Ю.Н. Ника, А.Х. Ротару. *ЖЭТФ* **104**, 2655 (1993).
- [14] А.Х. Ротару, К.В. Шура. *ФТТ* **33**, *7*, 1973 (1991).
- [15] А.А. Гоголин, Э.И. Рашба. Письма в *ЖЭТФ* **17**, 690 (1973).

- [16] Э.И. Рашба. ФТТ **8**, 4, 1241 (1974).
- [17] E. Hanamura. Solid State Commun. **12**, 951 (1973).
- [18] А.Л. Иванов, П.В. Панасченко. Письма в ЖЭТФ **49**, 34 (1991).
- [19] А.Л. Иванов, Л.В. Келдыш, В.В. Панасченко. ЖЭТФ **99**, 641 (1991).
- [20] С.А. Москаленко, А.Х. Ротару, Ю.М. Швера. ТМФ **75**, 295 (1988).
- [21] R. Bonifacio, L. Lugiato. Lett. Nuovo Cimento **21**, 510 (1978).
- [22] Х. Гиббс. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. Мир, М. (1988).
- [23] T. Bischoferger, Y. Shen. Phys. Rev. **A19**, 1169 (1979).
- [24] C.C. Sung, C.M. Bowden, J.M. Haus, W.K. Chi. Phys. Rev. **30**, 1873 (1984).
- [25] M. Dagenais, H. Winful. In: Optical bistability 2 / Ed. C.M. Bowden, H.M. Gibbs, S.L. McCall. Plenum Press, N. Y. (1984). P. 267.
- [26] M. Dagenais, H. Winful. Appl. Phys. Lett. **44**, 574 (1984).
- [27] И.С. Арансон, А.В. Гапанов-Греков, М.И. Рабинович, Н.М. Старобинец. ЖЭТФ **90**, 1707 (1986).