"Сверхрешеточная" модель плавной гетерограницы GaAs/AIAs (001)

© Г.Ф. Караваев, С.Н. Гриняев

Сибирский физико-технический институт им. акад. В.Д. Кузнецова при Томском государственном университете, 634050 Томск, Россия

E-mail: karavaev@elefot.tsu.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 25 июля 2005 г.)

На основе метода псевдопотенциала исследовано влияние плавного интерфейсного потенциала на электронные состояния в структурах GaAs/AlAs (001). В предложенном подходе переходная область между GaAs и AlAs представлена слоем из половины периода сверхрешетки (AlAs)₂(GaAs)₂, потенциал которого близок к истинному потенциалу вблизи гетерограницы. В этом случае междолинное смешивание происходит не на одной границе, как в модели с резко оборванным потенциалом, а на двух границах и в области переходного слоя. Показано, что учет плавного потенциала приводит к заметным изменениям при туннелировании электронов в структурах с тонкими слоями, причем особенно существенным в том случае, когда они происходят при участии коротковолновых X-состояний. Для одной границы GaAs/AlAs (001) переходный слой выступает в роли квантовой ямы, локализующей зарядовую плотность смешанного Γ -X-состояния вблизи границы. В структурах с толщиной слоев менее 2 nm отличия в энергиях резонансов, полученных в моделях с плавной и резкой гетерограницей, достигают величины $\sim 0.1\,{
m eV}.$ Проведен анализ огибающих волновых функций, связанных с $\Gamma_1^{(1)}$, $\Gamma_1^{(2)}$, $\Gamma_3^{(1)}$ долинами сверхрешетки и Γ_1 , X_1 , X_3 долинами GaAs и AlAs. Показано, что матрицы сшивания огибающих функций на границах GaAs/(AlAs)2(GaAs)2 и (AlAs)₂(GaAs)₂/AlAs слабо зависят от энергии в окрестности дна зоны проводимости, а вычисленные с ними плотности вероятности согласуются с результатами многозонного расчета, что позволяет использовать их для развития модели плавного интерфейсного потенциала в рамках метода эффективной массы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-17508-а).

PACS: 73.21.Cd, 73.21.Fg, 73.20.At

1. Введение

Структурными элементами современной электроники все чаще выступают активные области, состоящие из небольшого числа монослоев полупроводниковых материалов. Объемные и интерфейсные свойства таких элементов неразрывно связаны между собой и поэтому должны описываться в рамках единого микроскопического подхода, учитывающего непрерывный кристаллический потенциал во всей структуре. Вместе с тем в большинстве исследований электронных свойств наноструктур используется модель с разрывным на границах потенциалом, в которой кристаллический потенциал меняется скачком от потенциала одного объемного материала к потенциалу другого, соседнего материала. Такая модель удовлетворительно описывает электронные состояния структур с достаточно толстыми слоями (> 10 nm), в которых влияние относительно узкой интерфейсной области (несколько монослоев) обычно оказывается несущественным. С уменьшением толщины слоев разделение на объемную и поверхностную области становится все более условным, а выбор гетерограниц — менее однозначным. Поэтому модель резкой границы для тонкослойных структур должна быть какимто образом модифицирована.

Для учета плавного интерфейсного потенциала предпочтение отдается фундаментальным методам расчета электронной структуры кристаллов (методы псевдопотенциала, присоединенных плоских волн и т.д.). позволяющим находить все необходимые для решения задачи характеристики. Однако их применение к непериодическим структурам сопряжено с вычислительными трудностями. Поэтому развитие получили более простые, полуэмпирические методы [1-4]. В [1] интерфейсный потенциал учтен путем параметризации элементов матрицы гамильтониана kp-метода на основе псевдопотенциального расчета сверхрешеток. В [2] дано аналитическое описание междолинного смешивания на гетерограницах в первом порядке теории возмущений по экранированному интерфейсному потенциалу. В [3,4] из зависимости электронных состояний от внешних полей в области антипересечения долин установлено, что интенсивность Г-Х-смешивания в сверхрешетках $(GaAs)_m(AlAs)_m(001)$ уменьшается с ростом толщины слоев и шероховатости границ. В [5] предложен формализм для описания гетероструктур с плавными гетерограницами, опирающийся на моделирование интерфейсного потенциала с помощью функции одной переменной.

Найденные в [1–4] константы междолинного смешивания выражаются через матричные элементы интерфейсного потенциала в огибающих волновых функциях. В то же время при описании процессов рассеяния электронов междолинное смешивание характеризуется элементами матриц сшивания волновых функций компонент на гетерограницах. В таких матрицах плавный интерфейсный потенциал до сих пор учитывался лишь приближенно с помощью некоторых, достаточно произвольно выбранных функций [6,7], не имеющих непосредственной связи с реальным самосогласованным потенциалом.

В работе [8] нами был предложен метод, позволяющий с необходимой точностью учитывать плавный интерфейсный потенциал. В этом методе переходная область между компонентами структуры рассматривается как фрагмент сверхрешетки, потенциал и волновые функции которой почти непрерывно переходят в потенциалы и функции компонент. В таком случае вместо одной гетерограницы имеются две, но на каждой из них скачок кристаллического потенциала существенно меньше, чем в модели с одной гетерограницей, а поэтому за счет использования разрывного потенциала тоже оказывается меньше. Расчет вероятностей туннелирования электронов через тонкий барьер толщиной в одну постоянную решетки GaAs/AlAs(a)/GaAs (001) показал [8], что учет плавного потенциала вблизи гетерограниц особенно важен при описании коротковолновых электронных состояний в области междолинного смешивания.

В настоящей работе "сверхрешеточный" подход и метод псевдопотенциала применены для изучения влияния плавного интерфейсного потенциала на прохождение электронов через одну гетерограницу и барьерные структуры GaAs/AlAs (001) с различной толщиной слоев. Проведен анализ возможности описания процессов рассеяния с использованием огибающих волновых функций.

2. Кристаллический потенциал вблизи гетерограницы GaAs/AIAs (001)

Для выяснения отличий реального потенциала в структуре с одной гетерограницей GaAs/AlAs (001) от модели разрывного потенциала был проведен анализ усредненного в плоскости гетерограницы кристаллического потенциала в направлении тетрагональной оси структуры. Кристаллический потенциал строился с использованием псевдопотенциалов [9], определенных на основе экспериментальных данных и результатов аb initio расчетов зонной структуры бинарных кристаллов и сверхрешеток. При этом учитывалась зависимость псевдопотенциала мышьяка [9] от ближайшего окружения из атомов галлия и алюминия. Профиль интерфейсного потенциала получался из расчета потенциалов достатоно толстных сверхрешеток $(AlAs)_m (GaAs)_m$. Было найдено, что при числе монослоев $m \ge 8$ потенциал вблизи идеальной геометрической границы из среднего слоя атомов As_{av}, окруженных двумя атомами Ga и двумя атомами Al, практически не меняется с ростом m. Поэтому потенциал сверхрешетки (AlAs)₈(GaAs)₈ в этой области можно рассматривать как истинный интерфейсный потенциал Vr. Переходная область, в которой кристаллический потенциал GaAs непрерывно переходит в кристаллический потенциал AlAs, ограничена в основном пределами одного монослоя с каждой стороны от границы, что позволяет моделировать интерфейсный потенциал с помощью потенциалов более тонких сверхрешеток. На рис. 1, а показан потенциал структуры GaAs/AlAs, полученный как составной из потенциалов GaAs, сверхрешетки $(AlAs)_2(GaAs)_2$ (далее SL) и AlAs. В этом случае переходная область составляет половину



Рис. 1. Усредненный в плоскости гетерограницы (x, y)плавный (smooth) кристаллический потенциал $V_{\rm sm}$ структуры GaAs/AlAs (001) с переходным слоем из фрагмента сверхрешетки (AlAs)₂(GaAs)₂ (штриховая линия) (*a*) и его разность с реальным потенциалом $\Delta V_{\rm sm} = V_r - V_{\rm sm}$ (*b*). На части *b* штриховой линией показано отличие резко оборванного (abrupt) потенциала $V_{\rm abr}$ от реального потенциала $\Delta V_{\rm abr} = V_r - V_{\rm abr}$. Вертикальными линиями обозначены положения "плавных" гетерограниц на атомах As₁ и As₂ (*a*) и резкой границы на атомах As_{av} (*b*).

периода SL толщиной в одну постоянную решетки (a = 5.65215 Å). Ее две границы расположены на слоях из атомов As₁ и As₂, являющихся общими с кристаллами GaAs и AlAs соответственно. Использование такого переходного слоя позволяет описать реальный потенциал вблизи гетерограницы GaAs/AlAs (001) с точностью не хуже $0.05 \, \text{eV}$ (рис. 1, *b*). Отметим, что потенциалы двух кристаллов переходят друг в друга в области SL непрерывно, но не монотонно. В стандартной модели с одной резкой границей расхождения с реальным потенциалом почти на порядок больше; максимальные отличия, наблюдаемые вблизи атомов Ga и Al, достигают величины $\sim 0.3 \,\mathrm{eV}$ (рис. 1, *b*). Это значение много меньше амплитуды кристаллического потенциала, что в целом оправдывает применение модели с резко оборванным на границе потенциалом. С другой стороны, оно сравнимо с типичными энергиями размерного квантования в ямах, поэтому учет плавного потенциала должен приводить к существенным изменениям электронных состояний, волновые функции которых локализованы в интерфейсной области.

Метод расчета электронных состояний

Частные решения уравнения Шредингера $\Psi_{\mathbf{k}\parallel,\nu(\mu)}^{\alpha,n}(\mathbf{r})$, отвечающие волнам, движущимся (затухающим) направо (ν) и движущимся (затухающим) налево (μ) в *n*-м слое, определялись из расчета комплексной зонной структуры (КЗС) в базисе из симметризованных комбинаций плоских волн (СКПВ) аналогично [8]. Здесь \mathbf{k}_{\parallel} — проекция волнового вектора на границу, индекс $\alpha \equiv (s, f)$ означает, что волновая функция преобразуется по *s*-й строке *f*-го малого неприводимого представления группы симметрии гетероструктуры. Суперпозиции из частных решений образуют общие решения уравнения Шредингера $\Psi_{\mathbf{k}\parallel}^{\alpha,n}(\mathbf{r})$

$$\Psi_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\alpha,n}(\mathbf{r}) = \sum_{\nu} A_{\nu}^{\alpha,n} \Psi_{\mathbf{k}_{\parallel},\nu}^{\alpha,n}(\mathbf{r}) + \sum_{\mu} B_{\mu}^{\alpha,n} \Psi_{\mathbf{k}_{\parallel},\mu}^{\alpha,n}(\mathbf{r}),$$

$$\Psi_{\mathbf{k}_{\parallel},\nu(\mu)}^{\alpha,n}(\mathbf{r}) = U_{\mathbf{k}_{\parallel},k_{\perp\nu(\mu)}^{\alpha}}^{\alpha,n}(\mathbf{r}) \exp\left(i(\mathbf{k}_{\parallel}\boldsymbol{\rho} + k_{\perp\nu(\mu)}^{n}z)\right), \quad (1)$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\parallel} + \mathbf{e}k_{\perp \nu(\mu)}^n$, е — орт вдоль тетрагональной оси $z, \rho = \frac{1}{p} \frac{1}{p}$ волновых функций. Коэффициенты разложения $A_{\nu}^{\alpha,n}, B_{\mu}^{\alpha,n}$ определялись из начальных условий и условий сшивания общих решений на границах слоев по методу матрицы рассеяния [8]. Электронные состояния во всех слоях находились с применением одной и той же расширенной элементарной ячейки SL при нормальном падении электронов на границу ($\mathbf{k}_{\parallel} = 0$). В настоящей работе мы уточнили методику расчета волновых функций [8]. Необходимость этого связана с тем, что используемые эмпирические псевдопотенциалы [9] были определены в базисе из сравнительно небольшого числа плоских волн $(\sim 30-40$ волн на один атом), который, вообще говоря, не обеспечивает необходимой точности описания волновых функций. В задаче о рассеянии электронов это проявляется в нарушении непрерывности плотности потока вероятности и нормировочного условия P + R = 1(Р — коэффициент прохождения, R — коэффициент отражения), расхождения вероятностей туннелирования электронов "вперед" и "назад" и т.д. Поэтому для более точного описания волновой функции в ее разложении по СКПВ, построенным вокруг опорной точки Г зоны Бриллюэна SL, было дополнительно учтено еще около 90 плоских волн (в расчете на один атом) по теории возмущений Левдина, в результате число СКПВ было увеличено с 98 до 328. В то же время при расчете КЗС использовали прежние условия обрыва базиса из плоских волн и формфакторов псевдопотенциалов, согласно [9], что влияние более коротких волн эффективно учтено за счет перенормировки матрицы гамильтониана при подгонке псевдопотенциалов. Поэтому при расчете КЗС базис не расширялся.

В таком приближении число симметризованных поверхностных плоских волн q увеличивается с 8 до 20, в то время как число движущихся вправо (влево) волн λ остается равным прежнему значению 8. Поэтому при вычислении матриц сшивания $J_{ij}^{\alpha}(n)$ (i, j = 1, 2) с помощью определенных в [8] матриц *P* и *D*

$$J_{ij}^{\alpha}(n) = [(P_{3-i}^{\alpha n})^{-1}P_{i}^{\alpha n} - (D_{3-i}^{\alpha n})^{-1}D_{i}^{\alpha n}]^{-1} \times [(P_{3-i}^{\alpha n})^{-1}P_{j}^{\alpha (n+1)} - (D_{3-i}^{\alpha n})^{-1}D_{j}^{\alpha (n+1)}]$$
(2)

возникает проблема обращения прямоугольных матриц 20×8 с элементами $D_{q\lambda}$ и $P_{q\lambda}$, выражающимися через коэффициенты разложения блоховских функций по симметризованным комбинациям плоских волн. Для их нахождения мы воспользовались методом Гревилля [10], согласно которому наилучшим приближенным решением матричного уравнения QY = I (I — единичая матрица, Y — искомая матрица) является псевдообратная матрица Q^+ , минимизирующая норму матрицы $||I - QQ^+||$ (в нашем случае матрица Q равна матрицам P или D).

4. Комплексная зонная структура

Основные особенности КЗС GaAs, AlAs и SL рассмотрены в [8]. Здесь обратим внимание лишь на наличие вблизи дна зоны проводимости SL структуры, аналогичной двугорбой (ДГ) структуре GaAs. Соответствующий экстремум наблюдается при энергии E_{ex} ,



Рис. 2. Комплексная зонная структура сверхрешетки $(AlAs)_2(GaAs)_2$ вдоль линии $\Lambda(001)$ тетрагональной зоны Бриллюэна (*a*) и фрагмент КЗС вблизи дна зоны проводимости $\Gamma_1^{(1)}$ (*b*). Влево от точки Γ отложены мнимые части волновых векторов, вправо — вещественные.



Рис. 3. Профиль эффективного потенциала в двухбарьерной структуре GaAs/AlAs(4*a*)/GaAs(8*a*)/AlAs(4*a*)/GaAs: *a* — в модели с переходным слоем из фрагмента сверхрешетки, *b* — в стандартной модели с резко оборванным на одной границе потенциалом.

которая только на 0.0003 eV выше энергии нижнего уровня $\Gamma_1^{(1)}(X_1)$ ($E = 0.3406 \, \text{eV}$) в зоне проводимости *SL* (рис. 2, а). Энергии отсчитаны относительно дна зоны проводимости GaAs. В скобках указано происхождение сверхрешеточного состояния из сфалеритных состояний виртуального кристалла, отмечен только главный вклад. На рис. 2, b показан фрагмент КЗС вблизи экстремума, возникающего за счет гибридизации состояний долин Г и Х_г бинарных кристаллов. В его окрестности поведение ветвей КЗС, исходящих из долин $\Gamma_1^{(1)}$ и $\Gamma_1^{(2)}(\Gamma_1)$ $(E = 0.3864 \,\mathrm{eV})$ с одинаковой симметрией, имеет характерный вид "антипересечения". Петле, связывающей состояния X1 и X3 в зоне проводимости КЗС бинарных кристаллов, в SL соответствует петля, связывающая состояния $\Gamma_1^{(2)}$ и $\Gamma_3^{(1)}(X_3)$ ($E = 0.8452 \,\mathrm{eV}$). При этом в отличие от ДГ структуры GaAs экстремум в SL находится в области чисто мнимых значений проекции вонового вектора k_z , поэтому состояния затухающих вправо (влево) волн при энергии Eex оказываются вырожденными.

Использование базиса из плоских волн, построенных вокруг опорной точки Γ , обеспечивает хорошую точность описания зонных состояний *SL* во всей зоне Бриллюэна. Так, энергии нижних зон проводимости в боковой точке *Z* в этом базисе равны $E(Z_1) = 0.428 \text{ eV}$, $E(Z_3) = 0.47 \text{ eV}$, а в точном расчете (в базисе из волн, центрированных около точки *Z*) соответственно $E(Z_1) = 0.447 \text{ eV}$, $E(Z_3) = 0.484 \text{ eV}$. В других точках линии Λ результаты двух расчетов еще ближе.

На рис. З приведена схема разрывов зон для двухбарьерной структуры GaAs/AlAs(4a)/GaAs(8a)/ AlAs(4*a*)/GaAs в моделях с плавной и резкой границами. Сфалеритные состояния Х₃ и сверхрешеточные состояния $\Gamma_3^{(1)}$ и Λ_1 для простоты опущены. Как отмечалось в [8], за счет смешивания состояний Г и X_Z не только на гетерограницах, как в модели с разрывным на одной границе потенциалом, но и в переходной области SL соединение линий, отвечающих состояниям бинарных соединений и SL, носит, вообще говоря, условный характер. Более того, при использовании сверхрешетки $(AlAs)_2(GaAs)_2$ в переходной области помимо $\Gamma - X$ смешивания наблюдается также смешивание, Г-А и $X-\Delta$, поскольку в волновые функции SL с волновым вектором **k** = 0 дополнительный вклад вносят сфалеритные состояния с середины линии Δ зоны Бриллюэна ГЦК решетки. На рис. 3 экстремумы зон соединены с учетом того, что состояния зоны проводимости сверхрешетки $\Gamma_1^{(1)}$ и $\Gamma_1^{(2)}$ построены преимущественно из сфалеритных состояний X_1 и Γ_1 соответственно.

Прохождение электронов через одну гетерограницу GaAs/AIAs (001)

Результаты расчета коэффициента прохождения P(E) электронов из Г-долины GaAs через одну гетерограницу GaAs/AlAs (001) приведены на рис. 4. При энергиях в интервале от дна Г-долины GaAs до дна X-долины в



Рис. 4. Коэффициент прохождения электронов P(E) из Г-долины GaAs в X-долину AlAs через одну гетерограницу GaAs/AlAs (001) с плавным (сплошная линия) и резким (штриховая линия) потенциалом.



Рис. 5. Усредненная в плоскости границы плотность вероятности w(z) электронного состояния, отвечающего пику коэффициента прохождения через одну границу ($E = E_p$). Сплошная линия — расчет в модели с плавной границей, штриховая линия — с резкой границей. Положению резкой границы отвечает z = 0.

AlAs прохождение электронов запрещено, поскольку в слое AlAs распространяющиеся состояния отсутствуют. Однако полное отражение Г-волны наблюдается также и при некоторой характерной энергии E_d , большей E_X (AlAs), несмотря на наличие $\Gamma-X$ -смешивания на гетерогранице.

В расчете с одной резкой границей провал P(E)возникает при энергии $E_d = 0.44 \, \text{eV}$, которая несколько меньше энергии экстремума ДГ структуры GaAs. Состоянию с энергией Е_d отвечает вещественная волновая функция, описывающая стоячую волну с равными модулями коэффициентов при двух Х-волнах, одинаковым образом затухающих в глубь GaAs. Анализ электронных состояний в области провала P(E) в рамках трехдолинной модели Г₁-X₁-X₃ показал [11], что возникновение деструктивной интерференции налетающей Г₁и отраженной Г₁-волн в области GaAs обеспечивается наличием ДГ структуры в GaAs и определенным сочетанием параметров зонного спектра обоих материалов, прежде всего величиной параметров смешивания Г-Х и Х-Х на границе. Результаты настоящей работы близки к нашему прежнему псевдопотенциальному расчету [8], выполненному с одной резкой границей, но с учетом только двух опорных точек Г и Х структуры сфалерита. Это говорит о слабом влиянии состояний с середины линии Δ на рассеяние электронов с энергиями $E < 1 \, \text{eV}$.

При учете плавного интерфейсного потенциала в коэффициенте прохождения происходят существенные изменения. Наиболее чувствительным к новому профилю эффективного потенциала и параметрам матрицы сшивания оказался провал коэффициента прохождения $P(E_d) = 0$, энергетическое положение которого $(E_d = 0.38 \text{ eV})$ сдвинулось под дно второй зоны проводимости сверхрешетки $\Gamma_1^{(2)}$. Уменьшение вероятности туннелирования низкоэнергетических электронов можно

объяснить тем, что переходный слой из SL выступает для них в роли дополнительного барьера. С ростом энергии электронов наблюдается заметный рост P(E)в окрестности ДГ структуры GaAs, его величина в пике $(E_p = 0.4672 \,\text{eV})$ достигает значения 0.8. На рис. 5 приведена усредненная в плоскости границ плотность вероятности $w(z) = \int |\Psi_{{f k}_{\parallel}}^{lpha,n}({m
ho},z)|^2 d{m
ho}$ (интеграл берется по поверхностной элементарной ячейке) состояния с энергией *E_p* около гетерограницы GaAs/AlAs (001). Волновая функция нормирована так, что коэффициент при падающей слева волне равен единице. Максимум плотности находится вблизи границы в слое GaAs. Частные осцилляции w(z) отвечают изменению периодической части волновой функции, плавные осцилляции — изменению огибающей функции с длиной волны $\lambda \approx 10a$. При учете плавного потенциала плотность становится более локализованной вблизи гетерограницы, ее максимум возрастает вдвое. Это является результатом смешивания Г, Х и Δ сфалеритных состояний на двух гетерограницах и внутри переходного слоя из SL, выступающего в роли эффективной квантовой ямы для специфического состояния, происходящего в области GaAs из Г-долины, а в области AlAs — из Xдолины. Данное состояние расположено внутри щели сверхрешетки Z1-Z3, поэтому усиление локализации функции возникает за счет гибридизации состояний компонент с затухающими состояниями этой щели. Анализ матрицы рассеяния в комплексной области энергии показал однако, что у нее отсутствует полюсная особенность вблизи E_p . Поэтому пику P(E), как и ранее в [8], не отвечает сформировавшееся резонансное состояние, хотя диаграмма Арганда для элемента матрицы рассеяния $(S_{11})_{X\Gamma}$ в расчете с плавной границей и напоминает значительную часть круга. Вместе с тем подобное резонансное состояние возникает при некотором изменении параметров расчета, в частности при использовании укороченного базиса из плоских волн. Поэтому вопрос о существовании интерфейсного состояния на границе GaAs/AlAs (001) требует дальнейших исследований с применением более точных ab initio псевдопотенциалов.

Туннелирование электронов в барьерных структурах

Было изучено влияние плавного потенциала на прохождение электронов через одиночные барьеры GaAs/AlAs(na)/GaAs и двухбарьерные структуры GaAs/AlAs(na)/GaAs(2na)/AlAs(na)/GaAs. Барьер толщиной в одну постоянную решетки (n = 1) моделировался подобно [8] периодом *SL*, сшивание волновых функций проводилось на слоях из атомов мышьяка, окруженных атомами галлия. В структурах с более толстыми барьерами интерфейсный потенциал учитывался путем введения переходной области из половины периода *SL*, как и в случае с одной гетерограницей GaAs/AlAs (001). При этом учитывалась зависимость



Рис. 6. Коэффициенты прохождения электронов P(E) через одиночные (one) барьеры AlAs(*na*) (тонкие линии) и двухбарьерные (two) структуры GaAs/AlAs(*na*)/GaAs(2*na*)/AlAs(*na*)/GaAs (жирные линии): n = 1 (*a*), 2 (*b*), 3 (*c*) и 4 (*d*). Сплошные линии — расчет с плавным потенциалом, штриховые — с резко оборванным потенциалом.

чередования слоев из атомов Ga и Al в переходных областях от места их положения в структуре. Результаты расчета P(E) в структурах с разной толщиной слоев приведены на рис. 6, их особенности связаны с резонансными состояниями Г и Х. В тонком слое AlAs толщиной в одну постоянную решетки в области энергий, меньших ДГ структуры GaAs, в расчете с плавным (резким) потенциалом возникает один Хрезонанс при энергии 0.376 (0.329) eV (рис. 6, *a*). Выталкивание резонанса при учете плавного потенциала объясняется заужением Х-ямы вблизи ее дна (рис. 3). Положение резонанса зависит также от эффективных масс состояний в переходной области. В двухбарьерной структуре перекрывание волновых функций из соседних Х-ям приводит к расщеплению резонансного уровня. В модели с плавным потеницалом за счет усиления локализации функции резонансного состояния в области ям [8] величина расщепления уменьшается. С ростом толщины слоев появляются новые Г и Х-резонансы (рис. 6, *b*-*d*). При этом для нижних Г-резонансов энергии в двух моделях заметно ближе друг к другу, чем для нижних Х-резонансов. Это связано с тем, что на коротковолновое Х-состояние, локализованное в более

узкой Х-яме, потенциал интерфейсной области оказывает относительно большее влияние, чем на менее локализованное Г-состояние в более широкой Г-яме. Изменение потенциала сильнее проявляется в возбужденных состояниях, электронная плотность которых локализована вблизи гетерограницы. Вследствие этого в X-яме шириной За второй резонанс (2X) при учете плавного потенциала сдвигается на 0.1 eV в сторону ДГ структуры GaAs. С ростом толщины слоев результаты двух моделей сближаются для всех резонансов. Так, в структуре с барьерами AlAs толщиной 4a и ямой GaAs толщиной 8a энергии резонансов в модели с плавной (резкой) границей равны (рис. 6, d): $1\Gamma - 0.116 (0.119) \text{ eV}, 1X - 0.238 (0.230) \text{ eV}, 2X - 0.238 (0.230)$ 0.317 (0.296) eV, 2Г — 0.399 (0.416) eV и 3Х — 0.414; 0.416 (0.405; 0.407) eV. Пик 3X двойной за счет перекрывания "хвостов" функций из соседних Х-ям. Большее отличие ($\sim 0.02 \, \text{eV}$) для антисимметричных состояний 2Х и 2Г связано с большой амплитудой их волновых функций в области интерфейса. Взаимное расположение резонансов 2Г и 3Х в двух расчетах обратное, поскольку при учете плавного потенциала они сдвигаются в разные стороны.

Анализ огибающих волновых функций

Рассмотрение матриц сшивания волновых функций $J_{ii}^{\alpha}(n)$ показало, что в окрестности дна зоны проводимости в них выделяется блок 3 × 3 сильно связанных друг с другом состояний, происходящих из экстремумов $\Gamma_1^{(1)}$, $\Gamma_1^{(2)}$, $\Gamma_3^{(1)}$, Z_1 , Z_3 сверхрешетки и Γ_1 , X_1 , X_3 долин GaAs и AlAs. Исключение "взаимодействия" этих состояний со всеми другими состояниями практически не меняет коэффициента прохождения электронов, что указывает на возможность построения модели с плавной границей, являющейся аналогом трехдолинной модели $\Gamma_1 - X_1 - X_3$ с резкой границей [12]. Основными параметрами этих моделей выступают матрицы сшивания огибающих волновых функций на гетерограницах. Для их нахождения сначала из расчета КЗС методом псевдопотенциала с использованием многозонного **kp**-метода в базисе из симметризованных периодических функций в точке Г зоны Бриллюэна сверхрешетки $U_{\lambda}^{\alpha,n}$ были определены частные периодические решения уравнения Шредингера

$$U_{k_{\perp\nu(\mu)}^{\alpha,n}}^{\alpha,n} = \sum_{\lambda} C_{\lambda,k_{\perp\nu(\mu)}^{n}}^{\alpha,n} U_{\lambda}^{\alpha,n}.$$
(3)

В таком расчете применялось преобразование **kp**-гамильтониана, аналогичное [13], а в матрице оператора импульса учитывалось 98 нижних состояний опорной точки в расширенном по методу Левдина базисе из 328 СКПВ, чтобы обеспечить наилучшее согласие с результатами псевдопотенциального расчета в базисе из плоских волн. После этого общее решение представлялось в виде разложения

$$\Psi_{\mathbf{k}_{\parallel}}^{\alpha,n}(\boldsymbol{\rho},z) = \sum_{\lambda} F_{\lambda}^{\alpha,n}(z) U_{\lambda}^{\alpha,n}(\boldsymbol{\rho},z), \qquad (4)$$

коэффициенты которого $F_{\lambda}^{\alpha,n}$ являются "точными" огибающими волновыми функциями. Из сравнения (4) с формулой (1) получаем

$$F_{\lambda}^{\alpha,n}(z) = \sum_{\nu} \exp(ik_{\perp\nu}^{n} z) A_{\nu}^{\alpha,n} C_{\lambda,k_{\perp\nu}^{n}}^{\alpha,n} + \sum_{\mu} \exp(ik_{\perp\mu}^{n} z) B_{\mu}^{\alpha,n} C_{\lambda,k_{\perp\mu}^{n}}^{\alpha,n}.$$
 (5)

В выражении (5) все величины известны из расчета КЗС и условий для всех открытых слева и справа каналов от рассеяния, что позволяет определить матрицу сшивания *T* огибающих функций

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}^{\alpha,n+1} \\ a \frac{\partial \mathbf{F}^{\alpha,n+1}}{\partial z} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \mathbf{F}^{\alpha,n} \\ a \frac{\partial \mathbf{F}^{\alpha,n}}{\partial z} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где $\mathbf{F}^{\alpha,n}$ — вектор-столбец, содержащий набор огибающих функций $F_{\lambda}^{\alpha,n}$. При решении системы уравнений (6) были учтены каналы рассеяния, связанные с тремя $(\lambda = 1, 2, 3)$ экстремумами $\Gamma_1^{(1)}$, $\Gamma_3^{(1)}$, $\Gamma_1^{(2)}$ сверхрешетки и тремя экстремумами X_1 , Γ_1 , X_3 кристаллов GaAs и AlAs. Соответствующие им состояния были выбраны из непрерывно переходящих друг в друга ветвей K3C в схеме расширенных зон, что обеспечило слабую зависимость элементов матрицы сшивания на гетерограницах GaAs/AlAs, GaAs/SL, SL/AlAs от энергии вплоть до Z_1 экстремума сверхрешетки ($E < 0.4 \,\mathrm{eV}$). При энергии электрона $E = 0.34 \,\mathrm{eV}$ матрицы сшивания имеют вид

а) на резкой границе GaAs/AlAs ($\mathbf{F}^{\text{AlAs}} = T^{\text{GaAs/AlAs}}\mathbf{F}^{\text{GaAs}}$)

T^{GaAs/AlAs}

$$= \begin{pmatrix} 1.03 & -0.05 & 0 & 0 & 0 & -0.02 \\ 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0.02 \\ 0 & 0 & 0.99 & 0 & 0.19 & 0 \\ 0 & 0 & -0.08 & 1.04 & 0.24 & 0 \\ 0 & 0 & 0.29 & -0.03 & 1.27 & 0 \\ -0.31 & 1.91 & 0 & 0 & 0 & 1.23 \end{pmatrix},$$

b) на границе GaAs/SL ($\mathbf{F}^{SL} = T^{\text{GaAs}/SL}\mathbf{F}^{\text{GaAs}}$)

 $T^{\text{GaAs}/SL}$

_	(1.01	-0.09	0	0	0	-0.08	
	-0.17	1.08	0	0	0	0.09	
	0	0	0.94	-0.03	0.20	0	
	0	0	0.22	0.86	0.90	0	1
	0	0	0.15	-0.22	1.24	0	
	0.08	1.04	0	0	0	1.23 /	

с) на границе SL/AlAs ($\mathbf{F}^{\text{AlAs}} = T^{\text{SL/AlAs}} \mathbf{F}^{\text{SL}}$)

T^{SL/AlAs}

	(0.97	-0.40	0	0	0	-0.07	
=	0.14	0.84	0	0	0	0	
	0	0	1.06	0	0.37	0	
	0	0	0.15	0.91	0.37	0	•
	0	0	-0.17	0.32	1.04	0	
	\0.22	1.87	0	0	0	1.19 /	

Полученные значения элементов матрицы для резкой границы GaAs/AlAs в целом согласуются с данными расчетов [14,15]. Все матрицы имеют блочный вид. Можно отметить, что по сравнению с резкой границей на границах сверхрешетки с бинарными кристаллами смешивание ГХ усиливается вследствие большего подобия состояний контактирующих материалов. При этом более существенные изменения происходят на границе SL/AlAs. Кроме того, из-за отличия в положении границ элементы матриц $T^{\text{GaAs/SL}}$ и $T^{SL/\text{AlAs}}$, содержащие нечетное число X-подобных состояний, отличаются на знак от соответствующих элементов матрицы $T^{\text{GaAs/AlAs}}$. Переход от модели плавной границы к модели резкой границы можно осуществить, устремляя толщину переходного



Рис. 7. Усредненные в плоскости границ плотности вероятности w(z) состояний при энергии 0.355 eV для гетероструктур: GaAs/AlAs (*a*), GaAs/SL (*b*), SL/AlAs (*c*). Жирная сплошная линия — расчет с учетом трех нижних долин $\Gamma_1^{(1)}$, $\Gamma_1^{(2)}$, $\Gamma_3^{(1)}$ зоны проводимости сверхрешетки и трех долин Γ_1 , X_1 , X_3 бинарных кристаллов, штриховая линия — многозонный расчет с учетом всех состояний, тонкая сплошная линия усредненная плотность от трех огибающих функций, равная $\sum_{\lambda} |F_{\lambda}^{a,n}(z)|^2$. Вертикальными штриховыми линиями показано положение границ.

слоя из SL к нулю. Такому переходу отвечает соотношение между матрицами $T^{\text{GaAs/AlAs}} = \tilde{T}^{\text{GaAs/SL}}\tilde{T}^{SL/AlAs}$, где $\tilde{T}^{\text{GaAs/SL}}$ и $\tilde{T}^{SL/\text{GaAs}}$ — матрицы, вычисленные, например, на одной и той же "плавной" гетерогранице ($z = \pm a$) и "транслированные" затем на положение резкой гетерограницы путем изменения знаков у X-подобных состояний. В ограниченном базисе это соотношение может выполняться лишь приближенно. В нашем случае оно выполняется с удовлетворительной точностью ~ 0.02, характеризующей приемлемую полноту использованного базиса из трех огибающих функций.

На рис. 7 приведены усредненные в плоскости границ плотности вероятности w(z) вблизи гетерограниц GaAs/AlAs, GaAs/SL, SL/AlAs при характерной энергии $E = 0.355 \,\text{eV}$. В структуре GaAs/AlAs и GaAs/SL электрон при этой энергии налетает из Г₁-долины GaAs, в структуре *SL*/AlAs — из $\Gamma_1^{(1)}$ -долины *SL*. Плотности, построенные с учетом в формуле (4) всех состояний, непрерывны на границе. Уменьшение числа учтенных состояний приводит к разрыву w(z) на границе. Наибольший разрыв w(z) наблюдается на границе GaAs/SL, вблизи которой плотность максимальна. Влияние высших состояний проявляется также в увеличении плотности в области ее минимумов. Из сравнения следует, что учет трех долин позволяет удовлетворительно описать распределение плотности вероятности в гетероструктурах. Это показывает, что выбранные огибающие волновые функции могут быть использованы для построения трехдолинной модели электронных состояний с плавным интерфейсным потенциалом на границах GaAs/AlAs(001).

8. Заключение

Полученные результаты в целом можно рассматривать как некоторое обоснование использования модели резкой гетерограницы в структурах GaAs/AlAs (001) с толстыми слоями (> 2 nm). Учет плавного потенциала вблизи гетерограниц необходим для достижения более точного описания квантовых процессов в короткопериодических структурах, происходящих, прежде всего, при участии состояний, электронная плотность которых локализована в интерфейсной области, а длины волн де-Бройля сопоставимы с размерами этой области (~1 nm). В предложенной модели плавный интерфейсный потенциал учтен как потенциал переходной области из фрагмента тонкой сверхрешетки $(AlAs)_2(GaAs)_2$ (001). При необходимости период сверхрешетки может быть изменен для получения более точного или более простого описания. Подобный же подход может быть применен для моделирования электронных состояний в структурах с другой ориентацией границ, другим химическим составом или кристаллической решеткой.

Список литературы

- [1] L.-W. Wang, A. Zunger. Phys. Rev. B 54, 16, 11417 (1996).
- [2] B.A. Foreman. Phys. Rev. Lett. 81, 2, 425 (1998).
- [3] L.-W. Wang, A. Franceschetti, A. Zunger. Phys. Rev. Lett. 78, 14, 2819 (1997).
- [4] L.-W. Wang, A. Zunger. Phys. Rev. B 56, 19, 12395 (1997).
- [5] Э.Е. Тахтамиров, В.А. Волков. ЖЭТФ 117, 6, 1221 (2000).
- [6] D.F. Nelson, R.C. Miller, C.W. Tu, S.K. Sputz. Phys. Rev. B 36, 15, 8063 (1987).
- [7] B.A. Foreman. Phys. Rev. Lett. 80, 17, 3823 (1998).
- [8] С.Н. Гриняев, Г.Ф. Караваев. ФТТ 42, 4, 752 (2000).
- [9] K.A. Mader, A. Zunger. Phys. Rev. B 50, 23, 17393 (1994).
- [10] Ф.Р. Гантмахер. Теория матриц. Наука, М. (1966). 576 с.
- [11] С.Н. Гриняев, Г.Ф. Караваев, В.Н. Чернышов. ФТП 37, 4, 435 (2003).
- [12] С.Н. Гриняев, Г.Ф. Караваев, В.Н. Чернышов. ФТП 28, 8, 1393 (1994).
- [13] Y.C. Chang, J.N. Schulman. Phys. Rev. B 25, 6, 3975 (1982).
- [14] J.P. Cuypers, W. van Haeringen. Phys. Rev. B 48, 15, 11469 (1993).
- [15] T. Ando, H. Akera. Phys. Rev. B 40, 17, 11619 (1989).