

Гибридно-примесный резонанс в трехмерной анизотропной квантовой проволоке

© В.А. Маргулис, Н.Ф. Павлова, А.В. Шорохов

Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева,
430000 Саранск, Россия

E-mail: theorphysics@mrsu.ru

(Поступила в Редакцию 28 июня 2005 г.)

Теоретически исследовано поглощение электромагнитного излучения трехмерной анизотропной квантовой проволокой с учетом процессов, связанных с одновременным рассеянием на ионизированной примеси. Изучена зависимость коэффициента поглощения от частоты излучения и магнитного поля. Исследована форма кривой поглощения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-02-16145).

PACS: 73.21.Hb, 73.63.Nm, 73.90.+f

1. Введение

Квантовые проволоки привлекают к себе большое внимание в связи с их потенциальным применением в новых оптоэлектронных устройствах [1,2], в частности, в инфракрасных детекторах [3]. Кроме того, само по себе изучение внутризонных оптических переходов между квантованными уровнями наноструктур представляет собой мощный инструмент для исследования фундаментальных свойств наноструктур [4]. Отметим, что наличие внешнего магнитного поля дает возможность управлять рабочей частотой инфракрасного детектора на квантовых проволоках и величиной внутризонного поглощения света. В квантовых проволоках возможны внутризонные резонансы различных типов. В частности, кроме прямого поглощения электромагнитного излучения возможны процессы, происходящие при поглощении (испускании) фотона с одновременным поглощением (испусканием фонона) или рассеянием на примеси. Последние процессы кроме чисто научного интереса, позволяющего изучить механизмы рассеяния в квантовых наноструктурах, имеют и важный практический интерес, так как дают возможность определить потери в оптических устройствах, основанных на квантовых наноструктурах. Поэтому различные процессы, связанные с влиянием примесного рассеяния на поглощение в наноструктурах привлекают к себе большое внимание [5–11].

Рассмотрим резонансы, возникающие при поглощении электромагнитного излучения электронами квантовой проволоки с одновременным рассеянием на ионизированной примеси. Такие процессы можно рассматривать во втором порядке теории возмущений по электрон-фотонному и электрон-примесному возмущениям [12]. Будем считать, что все примеси одинаковые и расположены в проволоке хаотично. Тогда, усредняя вероятность рассеяния по всем примесям, получим, что вероятность рассеяния на N_i примесях равна вероятности рассеяния на одной примеси, умноженной на число примесей N_i .

Экранированный потенциал ионизированной примеси имеет хорошо известный вид

$$U(r) = \frac{ze^2}{\epsilon r} \exp(-kr), \quad (1)$$

здесь ϵ — диэлектрическая постоянная, ze — заряд примеси, $k = 1/r_0$, где r_0 — радиус экранирования. Как известно, для невырожденных полупроводников радиус экранирования не зависит от магнитного поля и равен дебаевскому радиусу [13], поэтому в дальнейшем k предполагается не зависящим от магнитного поля \mathbf{B} . Кроме того, будем предполагать, что энергия фотона $\hbar\omega$ много больше температуры T и столкновительная ширина уровней электронов \hbar/τ мала по сравнению с T и $\hbar\omega$. Здесь τ — время релаксации электронного импульса на рассеивателях.

Гамильтониан электрона в трехмерной анизотропной параболической квантовой проволоке, помещенной в продольно направленное магнитное поле \mathbf{B} , имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{m^*}{2} (\Omega_x^2 x^2 + \Omega_z^2 z^2), \quad (2)$$

где m^* — электронная эффективная масса; Ω_x, Ω_z — характеристические частоты параболического потенциала конфаймента; \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля, который удобно выбрать в виде

$$\mathbf{A} = \left(\frac{1}{2} Bz, 0, -\frac{1}{2} Bx \right).$$

Прямое вычисление матричных элементов электрон-фотонного и электрон-примесного взаимодействий является сложной задачей. Будем решать эту проблему, используя метод линейного канонического преобразования фазового пространства системы [14]. Используя данный подход, можно преобразовать гамильтониан квантовой проволоки в магнитном поле к гамильтониану без магнитного поля, но с другими гибридными частотами параболического потенциала. Итак, посредством

канонического преобразования фазового пространства гамильтониан (2) приводится к следующему виду:

$$H = \frac{1}{2m^*} (P_1^2 + P_2^2 + P_3^2) + \frac{m^*}{2} (\omega_1^2 Q_1^2 + \omega_3^2 Q_3^2). \quad (3)$$

Здесь P, Q — новые фазовые переменные, ω_i ($i = 1, 3$) — гибридные частоты

$$\omega_{1,3} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\Omega_x + \Omega_z)^2 + \omega_c^2} \pm \sqrt{(\Omega_x - \Omega_z)^2 + \omega_c^2} \right], \quad (4)$$

где $\omega_c = eB/m^*c$ — циклотронная частота. Спектр гамильтониана (3) (а значит, и (2)) имеет хорошо известный вид

$$\varepsilon_{nmP_2} = \hbar\omega_1 \left(n + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_3 \left(m + \frac{1}{2} \right) + \frac{P_2^2}{2m^*}, \quad (5)$$

где $n, m = 0, 1, 2, \dots$, а соответствующие волновые функции имеют вид

$$\Psi_{nmP_2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp\left(\frac{iP_2Q_2}{\hbar}\right) \Phi_n(Q_1) \Phi_m(Q_3), \quad (6)$$

где $\Phi_i(x)$ — осцилляторные функции.

В [14] была найдена матрица перехода от старых фазовых переменных (p_x, p_y, p_z, x, y, z) к новым ($P_1, P_2, P_3, Q_1, Q_2, Q_3$). Используя ее, запишем связь между старыми переменными и новыми

$$p_x = \frac{m^* \omega_1 (\Omega_z^2 + \omega_c^2 - \omega_1^2)}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} Q_1 + \frac{m^* \omega_3 (\Omega_z^2 + \omega_c^2 - \omega_3^2)}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} Q_3$$

$$= a_{13} Q_1 + a_{14} Q_3,$$

$$p_y = p_2,$$

$$p_z = -\frac{1}{2} \frac{\omega_c}{\omega_1} \frac{(\Omega_z^2 + \omega_1^2)}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} P_1$$

$$- \frac{1}{2} \frac{\omega_c}{\omega_3} \frac{(\Omega_z^2 + \omega_3^2)}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} P_3 = a_{21} P_1 + a_{22} P_3,$$

$$x = \frac{1}{m^* \omega_1} \frac{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} P_1$$

$$- \frac{1}{m^* \omega_3} \frac{(\Omega_z^2 - \omega_3^2)}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} P_3 = a_{31} P_1 + a_{32} P_3,$$

$$y = Q_2,$$

$$z = \frac{\omega_c \omega_1}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} Q_1 + \frac{\omega_c \omega_3}{\sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_1^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}} Q_3$$

$$= a_{43} Q_1 + a_{44} Q_3. \quad (7)$$

Данные соотношения позволяют легко вычислить матричные элементы операторов координаты и импульса, так как в новых фазовых переменных волновые функции имеют простой вид произведения осцилляторных функций.

2. Коэффициент поглощения

Рассмотрим процессы перехода, состоящие из двух этапов: поглощение фотона, переход в виртуальное состояние и рассеяние на примеси; или сначала рассеяние на примеси, переход в виртуальное состояние и поглощение фотона.

Эффективный гамильтониан \hat{H}_{eff} таких переходов можно записать в виде

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \hat{H}_R (E - \hat{H}_0)^{-1} \hat{V} + \hat{V} (E - \hat{H}_0)^{-1} \hat{H}_R, \quad (8)$$

где

$$H_0 = \sum_{\mathbf{f}} \hbar\omega_{\mathbf{f}} a_{\mathbf{f}}^{\dagger} a_{\mathbf{f}} + \sum_{\gamma} \varepsilon_{\gamma} b_{\gamma}^{\dagger} b_{\gamma},$$

$a_{\mathbf{f}}^{\dagger} a_{\mathbf{f}}, b_{\gamma}^{\dagger} b_{\gamma}$ — операторы рождения (уничтожения) фотонов и электронов соответственно, \hat{H}_R — гамильтониан электрон-фотонного взаимодействия, \hat{V} — оператор электрон-примесного взаимодействия.

Вероятность упомянутых выше процессов во втором порядке теории возмущений имеет вид

$$W_{\alpha\alpha'} = \langle n'm'P_2' | \hat{H}_{\text{eff}} | nmP_2 \rangle$$

$$= \sum_{P_2''n''m''} \frac{\langle P_2'n'm' | \hat{H}_R | P_2''n''m'' \rangle \langle P_2''n''m'' | \hat{V} | P_2nm \rangle}{\varepsilon_{P_2'n'm'} - \varepsilon_{P_2''n''m''} - \hbar\omega}$$

$$+ \sum_{P_2''n''m''} \frac{\langle P_2'n'm' | \hat{V} | P_2''n''m'' \rangle \langle P_2''n''m'' | \hat{H}_R | P_2nm \rangle}{\varepsilon_{P_2'n'm'} - \varepsilon_{P_2''n''m''} + \hbar\omega}. \quad (9)$$

Первое слагаемое описывает процессы, в которых сначала происходит рассеяние на примеси, а затем поглощение фотона; второе слагаемое описывает процессы, в которых сначала происходит поглощение фотона, а затем рассеяние на примеси.

Матричные элементы оператора электрон-фотонного взаимодействия

$$\hat{H}_R = \frac{e\varepsilon_{\omega}}{m^* \omega} \left(p_z - \frac{m^*}{2} \omega_c x \right) \quad (10)$$

были вычислены в [14] и имеют вид

$$\langle \alpha' | \hat{H}_R | \alpha'' \rangle = \frac{e\varepsilon_{\omega} \sqrt{\hbar}}{\sqrt{2m^* \omega}} \left[X_1 \sqrt{\frac{n''+1}{2}} \delta_{n',n''+1} \delta_{m',m''} \right.$$

$$\left. + X_3 \sqrt{\frac{m''+1}{2}} \delta_{m',m''+1} \delta_{n',n''} \right] \delta_{P_2'P_2''}. \quad (11)$$

Здесь ε_{ω} — амплитуда электромагнитной волны, поляризованной вдоль оси Oz , а коэффициенты X_i имеют вид

$$X_i = \frac{\Omega_z^2 \omega_c}{\sqrt{\omega_i} \sqrt{(\Omega_z^2 - \omega_i^2)^2 + \Omega_z^2 \omega_c^2}}, \quad i = 1, 3. \quad (12)$$

Заметим, что в (11) содержится только то слагаемое, которое отвечает поглощению фотона.

Для вычисления матричных элементов электрон-примесного взаимодействия удобно представить экранированный потенциал $U(r)$ (1) в виде ряда Фурье

$$U(r) = \frac{4\pi z e^2}{V\varepsilon} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{q^2 + k^2} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}). \quad (13)$$

Здесь V — нормировочный объем, а $C_{\mathbf{q}}$ имеют вид $C_{\mathbf{q}} = 4\pi z e^2 / V\varepsilon(q^2 + k^2)$.

Вычислим матричные элементы

$$h_{\alpha'\alpha''} = \langle \Psi_{n'm'P'_2} | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \Psi_{n''m''P''_2} \rangle.$$

Учитывая, что оператор $\exp(\pm a P_x x / \hbar) \Phi(x) = \Phi(x \pm a)$ является оператором сдвига, используя соотношение

$$\int_{\mathbf{R}} \exp(-c^2 x^2) H_m(a + cx) H_n(b + cx) dx = \frac{2^n \sqrt{\pi m! b^{n-m}}}{c} L_m^{n-m}(-2ab), \quad |\arg c| < \frac{\pi}{4}, \quad m \leq n \quad (14)$$

и известные свойства полиномов Лагерра, после громоздких преобразований получим

$$h_{\alpha'\alpha''} = \frac{1}{\hbar} \delta(P''_2 - P'_2 + \hbar g_y) \times \left(\frac{n'! m'!}{n''! m''!} \right)^{1/2} (-1)^{n''-n'} (-1)^{m''-m'} e^{-g^2/2} \times \exp[-(\chi_1 \lambda_1 - \chi_3 \lambda_3) i / 2] \exp[i\varphi_1(n'' - n')] \times \exp[i\varphi_3(m'' - m')] L_{n''-n'}^{n''-n'}(g_1^2) L_{m''-m'}^{m''-m'}(g_3^2) g_1^{n''-n'} g_3^{m''-m'}, \quad (15)$$

где $\chi_1 = a_{43} q_z$, $\chi_3 = a_{44} q_z$, $\lambda_1 = \hbar q_x a_{31}$, $\lambda_3 = \hbar q_x a_{32}$, $g_i = \sqrt{\lambda_i^2 + \chi_i^2 l_i^4 / \sqrt{2} l_i}$, $\text{tg } \varphi_i = \chi_i l_i^2 / \lambda_i$ ($i = 1, 3$), $g^2 = g_1^2 + g_3^2$, $l_i = \sqrt{\hbar / m^* \omega_i}$ ($i = 1, 3$) — гибридные длины.

Подставим полученные выражения в (9) и получим

$$|W_{\alpha\alpha'}|^2 = \frac{e^2 \varepsilon_{\omega}^2}{4\hbar^3 m^* \omega^2} \left(\frac{n'! m'!}{n! m!} \right) \sum_{\mathbf{q}} \delta(P_2 - P'_2 + \hbar g_y) \times \exp(-g^2) g_1^{2(n-n')} g_3^{2(m-m')} |C_{\mathbf{q}}|^2 |A(\omega)|^2 \times [L_{n-n'}^{n-n'}(g_1^2)]^2 [L_{m-m'}^{m-m'}(g_3^2)]^2, \quad (16)$$

где

$$A(\omega) = \left(\frac{X_1 g_1 \exp(i\varphi_1)}{\omega_1 - \omega} + \frac{X_3 g_3 \exp(i\varphi_3)}{\omega_3 - \omega} \right). \quad (17)$$

В случае невырожденного газа коэффициент поглощения находится по следующей формуле [15]:

$$\Gamma(\omega) = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon}}{c\hbar N_{\Gamma}} \sum_{nmP_2} \sum_{n'm'P'_2} f_0(\varepsilon_{nmP_2}) |W_{\alpha\alpha'}|^2 \times \delta(\varepsilon_{nmP_2} - \varepsilon_{n'm'P'_2} + \hbar\omega). \quad (18)$$

Выражение для $\Gamma(\omega)$ удобно написать в виде суммы парциальных коэффициентов поглощения

$$\Gamma(\omega) = \sum_{nm} \sum_{n'm'} \Gamma(nm, n'm'). \quad (19)$$

Здесь

$$\Gamma(nm, n'm') = \frac{\pi e^2 \varepsilon_{\omega}^2 \sqrt{\varepsilon}}{2\hbar^4 N_{\Gamma} m^* c \omega^2} \frac{n'! m'!}{n! m!} \times \sum_{\mathbf{q}} \sum_{P_2} \sum_{P'_2} \exp(-g^2) g_1^{2(n-n')} g_3^{2(m-m')} |C_{\mathbf{q}}|^2 |A(\omega)|^2 \times f_0(\varepsilon_{nmP_2}) [L_{n-n'}^{n-n'}(g_1^2)]^2 [L_{m-m'}^{m-m'}(g_3^2)]^2 \times \delta(P_2 - P'_2 + \hbar g_y) \delta\left(\hbar\Delta\omega + \frac{1}{2m^*}(P_2 - P'_2)\right), \quad (20)$$

где расстройка резонанса $\Delta\omega = \omega_1(n - n') + \omega_3(m - m') + \omega$, а функция распределения имеет вид

$$f_0(\varepsilon_{nmP_2}) = \frac{8\pi\hbar N}{\sqrt{2m^* T \pi L}} \text{sh}(\hbar\omega_1/2T) \text{sh}(\hbar\omega_3/2T) \times \exp(-\varepsilon_{nmP_2}/T). \quad (21)$$

Из (20) легко получить

$$\Gamma(nm, n'm') = \frac{e^2 \varepsilon_{\omega}^2 \sqrt{\varepsilon} V L N}{8\pi^3 \hbar^5 N_{\Gamma} m^* c \omega^2 \sqrt{2m^* T \pi}} \text{sh}(\hbar\omega_1/2T) \times \text{sh}(\hbar\omega_3/2T) \frac{n'! m'!}{n! m!} \int_{\mathbf{q}} \int_{P_2} \int_{P'_2} \exp(-g^2) g_1^{2(n-n')} g_3^{2(m-m')} \times |C_{\mathbf{q}}|^2 A^2(\omega) [L_{n-n'}^{n-n'}(g_1^2)]^2 [L_{m-m'}^{m-m'}(g_3^2)]^2 \exp\left(-\frac{\varepsilon_{nmP_2}}{T}\right) \times \delta(P_2 - P'_2 + \hbar g_y) \delta\left(\hbar\Delta\omega + \frac{1}{2m^*}(P_2 - P'_2)\right) d\mathbf{q} dP_2 dP'_2, \quad (22)$$

где L — длина проволоки. Поскольку $C_{\mathbf{q}}$ слабо зависит от g_y , положим $q_y = 0$ в $C_{\mathbf{q}}$. В этом случае интегралы по q_y , P_2 , P'_2 могут быть вычислены следующим образом:

$$\int_{q_y} \int_{P_2} \int_{P'_2} \exp(-P_2^2/2m^* T) \delta(P_2 - P'_2 + \hbar g_y) \times \delta\left(\hbar\Delta\omega + \frac{1}{2m^*}(P_2 - P'_2)\right) dq_y dP_2 dP'_2 = 2m^* \exp(\hbar\omega/2T) K_0\left(\frac{\hbar|\Delta\omega|}{2T}\right), \quad (23)$$

где $K_0(x)$ — функция Макдональда. В результате получим следующее выражение для коэффициента поглощения

ния:

$$\begin{aligned} \Gamma(nm, n'm') &= \frac{4e^6 \varepsilon_\omega^2 \sqrt{\varepsilon} L n_0 z^2}{\pi \hbar^5 N \Gamma m^* c \omega^2 \sqrt{2m^* T} \pi \varepsilon^2} \operatorname{sh}(\hbar\omega_1/2T) \\ &\times \operatorname{sh}(\hbar\omega_3/2T) \frac{n'! m'!}{n! m!} \exp(\hbar|\Delta\omega|/2T) K_0\left(\frac{\hbar|\Delta\omega|}{2T}\right) \\ &\times \int_{q_x} \int_{q_z} \exp(-g^2) g_1^{2(n-n')} g_3^{2(m-m')} \frac{1}{(q_x^2 + q_z^2 + k^2)^2} \\ &\times |A(\omega)|^2 \exp[-\hbar\omega_1(n+1/2)] \exp[-\hbar\omega_3(m+1/2)] \\ &\times [L_{n'}^{n-n'}(g_1^2)]^2 [L_{m'}^{m-m'}(g_3^2)]^2 dq_x dq_z, \end{aligned} \quad (24)$$

где n_0 — концентрация электронов.

В случае невырожденного газа главный вклад в поглощение вносят переходы из основного состояния $n=0$, $m=0$. В этом случае коэффициент поглощения имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma(00, n'm') &= \frac{4e^6 \varepsilon_\omega^2 \sqrt{\varepsilon} L n_0 z^2 n'! m'!}{\pi \hbar^5 N \Gamma m^* c \omega^2 \sqrt{2m^* T} \pi \varepsilon^2} K_0\left(\frac{\hbar|\Delta\omega|}{2T}\right) \\ &\times \int_{q_x} \int_{q_z} \exp(-g^2) g_1^{-2n'} g_3^{-2m'} \frac{1}{(q_x^2 + q_z^2 + k^2)^2} |A(\omega)|^2 dq_x dq_z. \end{aligned} \quad (25)$$

3. Заключение

Как видно из (24), коэффициент поглощения имеет сингулярности двух видов. Первые обусловлены $A(\omega)$ (сингулярности в точках $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_3$), что соответствует обычным резонансам во внутризонном поглощении, происходящем без участия рассеяния. Вторые обусловлены $K_0(\hbar|\Delta\omega|/2T)$ (сингулярности в точках $\omega = \omega_1(n' - n) + \omega_3(m' - m)$), что соответствует гибридно-примесным резонансам. Заметим, что рассеяние на примесях снимает запрет на переходы между уровнями, отличными от соседних.

Рассмотрим поведение резонансной кривой в окрестностях гибридно-примесного резонанса. Справа от точки резонанса при $\hbar\Delta\omega \gg T$ коэффициент поглощения пропорционален $1/\sqrt{\Delta\omega}$ переходя в логарифмическую сингулярность $\ln(\hbar|\Delta\omega|/T)$ при $\hbar\Delta\omega \ll T$. Слева от точки резонанса сингулярность также логарифмическая при $\hbar|\Delta\omega| \ll T$, но при $\hbar\Delta\omega \gg T$ корневое поведение коэффициента поглощения модифицируется экспоненциальным убыванием $|\Delta\omega|^{-1/2} \exp(-\hbar|\Delta\omega|/T)$. Таким образом, резонансные пики являются асимметричными. Правое крыло является более пологим, чем левое. Заметим, что подобное поведение коэффициента поглощения для объемных полупроводников наблюдалось на эксперименте [16]. На рис. 1 изображены обе сингулярности. Левая соответствует обычному гибриднему резонансу на частоте $\omega = \omega_1$, вторая — гибридно-примесному резонансу на частоте $\omega = \omega_1 + \omega_3$. Заметим, что форма

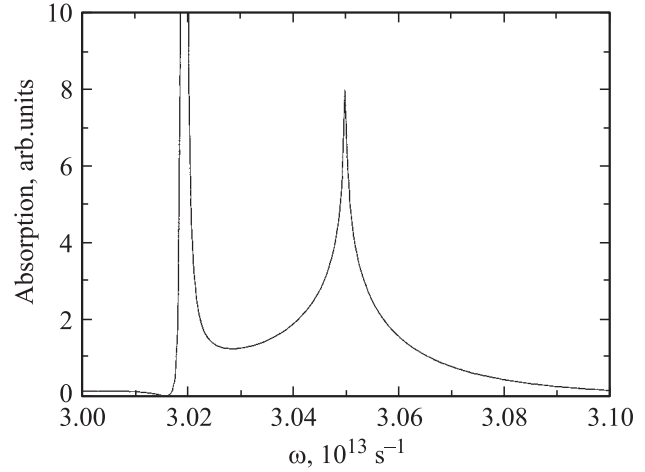


Рис. 1. Зависимость коэффициента поглощения от частоты электромагнитного излучения. $\Omega_x = 1.3 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$, $\Omega_z = 7.1 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$, $B = 10 \text{ T}$.

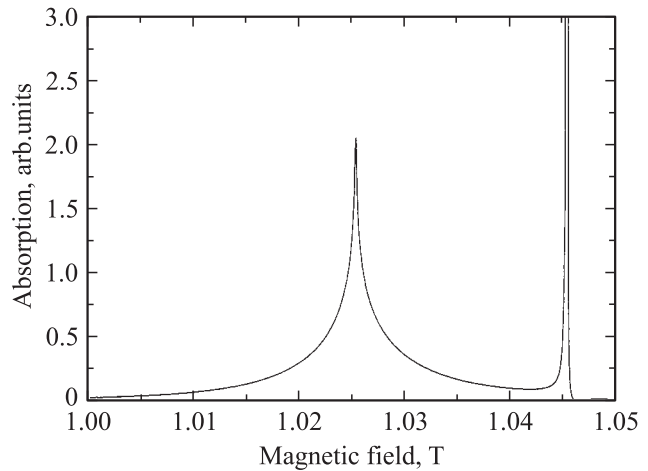


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения от величины магнитного поля. $\Omega_x = 2.1 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$, $\Omega_z = 4.2 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$.

гибридно-примесного резонанса в данном случае модифицирована благодаря влиянию близко расположенного гибридного резонанса. Зависимость коэффициента поглощения от магнитного поля имеет аналогичный вид (рис. 2).

Интересно отметить, что ширина гибридно-примесного резонанса порядка 10^{11} s^{-1} , что на два порядка превышает ширину гибридно-фононного резонанса в наноструктурах [17]. Более того, интенсивность гибридно-примесного резонанса также довольно велика по сравнению с гибридно-фононными резонансами, что дает надежду экспериментального обнаружения этих резонансов. Резонансы, расположенные на гармониках обычного гибридного резонанса, можно идентифицировать как гибридно-примесный резонанс на ионизованных примесях.

Список литературы

- [1] F. Rossi, T.F. Kuhn. *Rev. Mod. Phys.* **74**, 3, 895 (2002).
- [2] J. Shah. *Ultrafast Spectroscopy of Semiconductors and Semiconductors Nanostructures*. Springer, Berlin (1998).
- [3] V. Ryzhii, I. Khmyrova, M. Ryzhii, V. Mitin. *Semicond. Sci. Technol.* **19**, 1, 8 (2004).
- [4] S. Calderon, O. Kadar, A. Sa'ar, I.A. Rudra, E. Martinet, K. Leifer, E. Kapon. *Phys. Rev. B* **62**, 15, 9935 (2000).
- [5] Z.-Y. Deng, Q.-B. Zheng, T. Kobayashiy. *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 18, 3977 (1998).
- [6] Z.-Y. Deng, J.-K. Guo. *J. Phys.: Condens. Matter* **7**, 7, 1327 (1995).
- [7] C.A. Duque, A. Montes, N. Porrás-Montenegro, L.E. Oliveira. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32**, 24, 3111 (1999).
- [8] А.П. Джотян, Э.М. Казарян, А.С. Чиркинян. *ФТП* **32**, 1, 108 (1998).
- [9] В.Д. Кревчик, А.В. Левашов. *ФТП* **36**, 2, 216 (2002).
- [10] Э.П. Синяевский, С.М. Соковнич. *ФТП* **34**, 7, 844 (2000).
- [11] M. El-Said. *Semicond. Sci. Technol.* **9**, 10, 1787 (1994).
- [12] В.А. Маргулис. *ЖЭТФ* **126**, 3, 727 (2004).
- [13] P.N. Argures, E.N. Adams. *Phys. Rev.* **104**, 4, 900 (1956).
- [14] N.G. Galkin, V.A. Margulis, A.V. Shorokhov. *Phys. Rev. B* **69**, 113 312 (2004).
- [15] Ф.Г. Басс, И.Б. Левинсон. *ЖЭТФ* **49**, 3, 914 (1965).
- [16] W. Bohm, E. Ettliger, W. Prettl. *Phys. Rev. Lett.* **47**, 17, 1198 (1982).
- [17] V.A. Margulis, A.V. Shorokhov. *Phys. Rev. B* **66**, 165 324 (2002).