

## Структура и устойчивость 0-градусных доменных границ, локализованных в области дефектов кристалла-пластины (001) с комбинированной анизотропией

© Р.М. Вахитов, В.Е. Кучеров

Башкирский государственный университет,  
450074 Уфа, Россия

(Поступила в Редакцию 16 декабря 1997 г.)

Рассматриваются условия возникновения и область устойчивости магнитных неоднородностей типа статических солитонов в кристалле-пластине (001) с комбинированной анизотропией. Показано, что при учете размагничивающих полей пластины статические солитоны могут локализовываться на дефектах определенного типа при подходящих значениях параметров материала. Найдено, что область устойчивости солитонов ограничена двумя крайними значениями материальных параметров: при одних — солитон неустойчив относительно коллапса, при других — солитон расплывается. Получено также, что область устойчивости солитона значительно отличается от теоретически предсказанной в модели, не учитывающей конечности образца и наличия дефектов в нем.

В некоторых магнитных материалах, таких как монокристаллические пластины ферритов-гранатов, при определенных условиях возникают два типа анизотропии различной природы [1]: наведенной одноосной (НОА) и естественной кристаллографической (кубической). Наличие такой комбинированной анизотропии существенно сказывается на магнитных свойствах этих кристаллов и, в частности, влияет на формирование и топологические особенности доменной структуры в них [2,3]. Исследования показывают, что равновесные направления вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в доменах и возможные магнитные неоднородности в пластине в значительной мере зависят от ориентации ее развитой поверхности, а также от соотношения констант НОА и кубической анизотропии (КА). Так, в работе [4] было показано, что в области значений  $\varkappa = K_1/K_u$  ( $K_1, K_u$  — соответственно константы НОА и КА), при которых неустойчивое состояние вектора  $\mathbf{M}$  (ось трудного намагничивания) становится устойчивым (точнее, метастабильным), в структуре доменной границы (ДГ) появляются "перетяжки", которые являются зародышами образования новой фазы и обуславливают перестройку доменной структуры образца. С другой стороны, наличие метастабильной оси в плоскости вращения спинов может привести к возникновению магнитных неоднородностей особого типа: 0-градусных ДГ или статических солитонов. Решения уравнений Ландау–Лифшица, соответствующие 0-градусным ДГ, возникают во всех трех типах кристаллов: (001), (011), (111), а в случае пластины (001) они имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \pm a \operatorname{ch} \xi, \quad \varphi = 0, \pi, \quad \varphi_0 = \pi n/2, \quad n \in Z, \\ a &= (\varkappa - 1)^{-1/2}, \quad \xi = by/\Delta_0, \quad b = (\varkappa - 1)^{1/2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы вектора  $\mathbf{M}$ ,  $\varphi_0$  — угол, определяющий ориентацию ДГ относительно кристаллографических осей,  $\Delta_0 = \sqrt{A/K_u}$  — ширина ДГ в одноосном кристалле [3],  $A$  — обменный параметр,  $y$  — координата, вдоль которой магнетик неоднороден.

Эти решения представляют собой магнитные неоднородности, которые в отличие от ДГ (топологических солитонов [5]) разделяют домены с одной и той же ориентацией вектора  $\mathbf{M}$  ( $\mathbf{M} \parallel [100]$  или  $\mathbf{M} \parallel [010]$ ) и имеют колоколообразную формулу аналогично динамическим солитонам. Они бывают двух типов, различающихся направлением отклонения вектора  $\mathbf{M}$  от плоскости (001), и характеризуются энергией  $E_s$ , эффективной шириной  $\Delta_s$  и амплитудой  $\theta_s$  (максимальным углом отклонения вектора  $\mathbf{M}$  от однородного состояния), которые имеют вид [4]

$$\begin{aligned} E_s &= K_u L D \Delta_0 \left\{ [\varkappa a^2 / (b(a^2 + 1))] \right. \\ &\quad \left. - a^2 b - 2/b \right] / \sqrt{a^2 + 1} + [\varkappa / (b(a^2 + 1)) + b] \left. \right\}, \\ \Delta_s &= 2\Delta_0 \left\{ \left[ \pi - 2 \arctg \sqrt{1 + 2a^2} \right] \sqrt{1 + a^2} \right. \\ &\quad \left. + \ln \left[ \left( \sqrt{1 + a^2} + \sqrt{1 + 2a^2} \right) / a \right] \right\} / b, \\ \theta_s &= \arctg(a) - (\pi/2), \quad E_0 = 4\sqrt{AK_u}. \end{aligned} \quad (2)$$

При  $\varkappa \rightarrow 1$  получим  $E_s \rightarrow 0$ ,  $\Delta_s \rightarrow \infty$ ,  $\theta_s \rightarrow 0$ , т.е. солитон расплывается и исчезает. В то же время при  $K_u \rightarrow 0$  ( $\varkappa \rightarrow \infty$ ) солитон неограниченно расширяется, трансформируясь в две разбегающиеся друг от друга 90-градусные ДГ (при этом  $E_s \rightarrow 2\sqrt{A/K_u}$ ,  $\Delta_s \rightarrow \infty$ ,  $\theta_s \rightarrow \pm\pi/2$ ).

Исследование второй вариации энергии, проведенное в [5] для определения устойчивости решений типа (1), показало, что статические солитоны не являются устойчивыми образованиями. Однако из анализа экспериментальных [6,7] и теоретических исследований [8,9] следует, что магнитные неоднородности рассматриваемого типа могут возникать в магнитных материалах при определенных условиях. Поиск этих условий для пластины (001) и является целью наших дальнейших исследований. Выбор данного кристалла обусловлен простотой и наглядностью рассматриваемого случая, а также его недостаточной изученностью.

## 1. Модель статического солитона

Рассмотрим бесконечно протяженную плоскопараллельную пластину (толщины  $D$ ) с комбинированной анизотропией. Систему координат выберем так, что ось  $OZ \parallel [001]$  и перпендикулярна развитой плоскости пластины;  $OX \parallel [100]$ . Тогда энергия магнитных неоднородностей в пластине (001) с учетом энергий неоднородного обменного взаимодействия, комбинированной анизотропии и магнитостатической энергии ДГ примет вид

$$E = \int_V \left\{ A \left[ (d\theta/dy)^2 + \sin^2 \theta (d\varphi/dy)^2 \right] + K_u \sin^2 \theta + K_1 \left[ \sin^4 \theta \sin^2(\varphi - \varphi_0) \cos^2(\varphi - \varphi_0) + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] + 2\pi M_s^2 (\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_m \sin \varphi_m)^2 \right\} dV, \quad (3)$$

где  $\theta_m, \varphi_m$  — углы, определяющие направление  $\mathbf{M}$  в доменах,  $M_s$  — намагниченность насыщения,  $V$  — объем пластины.

Уравнения Эйлера, минимизирующие (3), в области  $x > 1$  содержат решения типа (1), которые, как известно [10], не являются устойчивыми. Это связано с тем обстоятельством, что в (3) не учтены факторы, приводящие к разбиению образца на домены. Одним из таких факторов является учет размагничивающих полей пластины, вклад от которых в энергию (3) для блоховских ДГ имеет вид [11]

$$E_{ms} = M_s^2 L \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \theta(y) \cos \theta(y') \times \ln \left[ 1 + D^2 / (y - y')^2 \right] dy dy', \quad (4)$$

где  $L$  — размер пластины вдоль оси  $OX$  (в пределе  $L \rightarrow \infty$ ).

Поскольку для статических солитонов  $\theta$  меняется в интервале  $0 < \theta < \pi/2$ , что соответствует знаку плюс в (1), либо  $\pi/2 < \theta < \pi$  (знак минус в (1)),  $E_{ms} > 0$ , т.е. магнитостатическая энергия (4) вносит положительный вклад в общую энергию (2). Это означает, что учет размагничивающих полей в рассматриваемой ситуации будет всегда способствовать уменьшению размеров солитона, определяемых величинами  $\theta_s$  и  $\Delta_s$ .

Другим фактором, влияющим на образование доменной структуры, является наличие дефектов в образце. Его учет приводит к тому, что материальные параметры ( $A, K_u, K_1, M_s$ ) становятся зависящими от координат [8,12]. В данном случае примем, что лишь  $K_u$  и  $K_1$  являются функциями  $y$ , причем эти зависимости

имеют вид

$$K_u(y) = \begin{cases} K_u, & |y| > l/2, \\ K_u + \Delta K_u, & |y| \leq l/2, \end{cases} \quad K_1(y) = \begin{cases} K_1, & |y| > l/2, \\ K_1 - \Delta K_1, & |y| \leq l/2. \end{cases} \quad (5)$$

Очевидно, выбранный таким образом дефект является модельным представлением реальных дефектов в кристалле и соответствует плоскому магнитному включению. Аналогичная ситуация может возникнуть и при наличии химических и структурных неоднородностей других типов (дислокации, дисклинации и т.д.), которые также нарушают трансляционную симметрию кристалла и приводят к локальным изменениям констант НОА и КА [13,14].

Учет этих двух факторов, как показано далее, является оправданным при анализе устойчивости статического солитона, но в то же время делает практически неразрешимыми соответствующие уравнения Эйлера, описывающие распределение намагниченности в пластине (001). Поэтому данную задачу будем решать вариационным методом, считая, что указанные факторы существенно не влияют на топологию статического солитона, а лишь изменяют его параметры. В качестве пробной функции  $\theta = \theta(y)$  возьмем закон изменения вектора  $\mathbf{M}$  в статическом солитоне вида (1), в котором  $a$  и  $b$  будут считаться вариационными параметрами. Тогда энергия статического солитона с учетом конечности образца и неоднородности констант НОА и КА запишется в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_s = & (E_s + E_{ms}) / K_u L D \Delta_0 + (\Delta \varkappa_u - \Delta \varkappa_1 a^2 / (a^2 + 1) / 2) \\ & \times \ln \left\{ \left[ \sqrt{a^2 + 1} - \text{th}(b(l/2 - \xi) / \Delta_0) \right] \right. \\ & \times \left[ \sqrt{a^2 + 1} - \text{th}(b(l/2 - \xi) / \Delta_0) \right] \\ & \times \left[ \text{th}(b(l/2 + \xi) / \Delta_0) + \sqrt{a^2 + 1} \right]^{-1} \\ & \times \left. \left[ \text{th}(b(l/2 - \xi) / \Delta_0) + \sqrt{a^2 + 1} \right]^{-1} \right\} / (2b\sqrt{a^2 + 1}) \\ & - \Delta \varkappa_1 a^2 \left\{ \text{th}(b(l/2 + \xi) / \Delta_0) / \left[ a^2 + 1 \right. \right. \\ & \left. \left. - \text{th}^2(b(l/2 + \xi) / \Delta_0) \right] + \text{th}(b(l/2 - \xi) / \Delta_0) / \left[ a^2 + 1 \right. \right. \\ & \left. \left. - \text{th}^2(b(l/2 - \xi) / \Delta_0) \right] \right\} / (2b(a^2 + 1)), \quad (6) \end{aligned}$$

где  $\Delta \varkappa_u = \Delta K_1 / K_u$ ,  $\Delta \varkappa_1 = \Delta K_1 / K_u$ ,  $\xi$  — параметр, определяющий положение солитона относительно центра дефекта.

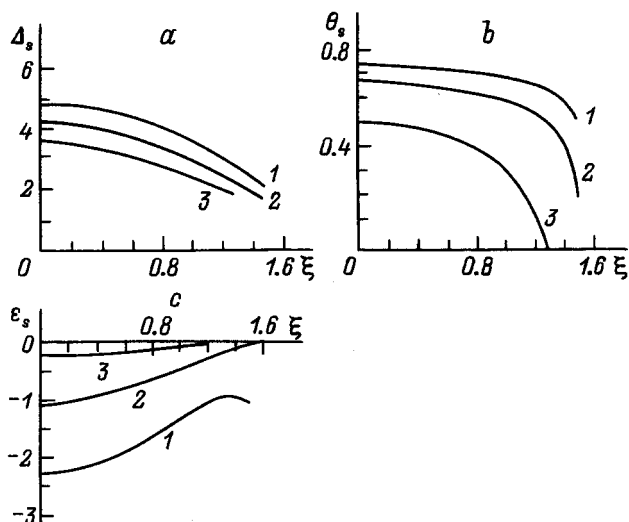
Как следует из сказанного, рассматриваемая модель статического солитона соответствует более адекватному описанию реальной ситуации в кристаллах, что позволяет ее назвать реалистической в отличие от идеализированного случая, рассмотренного в [5,10].

## 2. Устойчивые состояния статического солитона

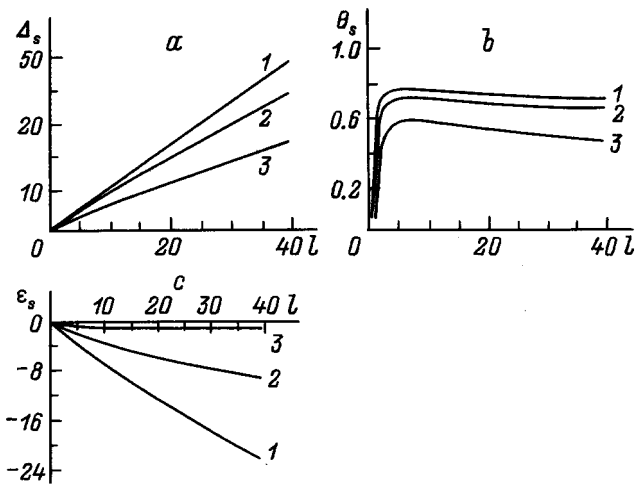
Очевидно, для определения структуры и области устойчивости статического солитона необходимо минимизировать энергию  $\varepsilon$  по вариационным параметрам с последующим решением полученных уравнений относительно  $a$  и  $b$ . Однако в силу громоздкости этих уравнений и неразрешимости их в известных функциях задачу можно решить только численными методами. В данном случае применяется метод минимизации Хука–Дживса [15].

Анализ результатов численной минимизации показывает, что статический солитон как локализованное состояние вектора  $\mathbf{M}$  устойчив и может существовать в определенных областях значений материальных параметров и параметров дефекта. Так, из рис. 1 следует, что статический солитон локализован на середине дефекта. Его смещение относительно центра дефекта приводит к появлению значительных сил квазиупругого характера, которые деформируют солитон, уменьшая его в размерах. Эти силы существенно зависят как от смещения  $\xi$ , так и от параметра  $\varkappa$ ; на краях дефекта они приводят к коллапсу солитона. При этом критическое значение амплитуды с увеличением  $\varkappa$  быстро уменьшается практически до нуля (кривая 3 на рис. 1,  $b$ ). Следует отметить, что размеры солитона с возрастанием  $\varkappa$  всегда уменьшаются, что согласуется с анализом выражений (2).

Параметры статического солитона в значительной мере определяются параметрами дефекта. Как видно из рис. 2,  $a$ , ширина солитона прямо пропорциональна размеру дефекта  $l$ , причем при  $l \rightarrow \infty$  ширина солитона



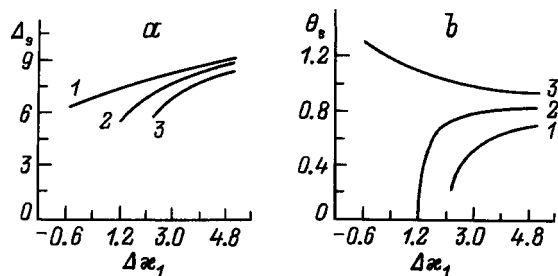
**Рис. 1.** Графики зависимостей ширины ( $a$ ), амплитуды ( $b$ ) и энергии солитона ( $c$ ) от смещения его центра относительно центра дефекта при следующих значениях параметров материала:  $Q = 1.5$ ,  $\Delta_0 = 0.15$ ,  $l = 4.5$ ,  $D = 10$ ,  $\Delta \varkappa_u = -1$ ,  $\Delta \varkappa_1 = 2.7$ . Кривые соответствуют следующим значениям  $\varkappa$ : 1 — 1.7, 2 — 2.0, 3 — 2.3.



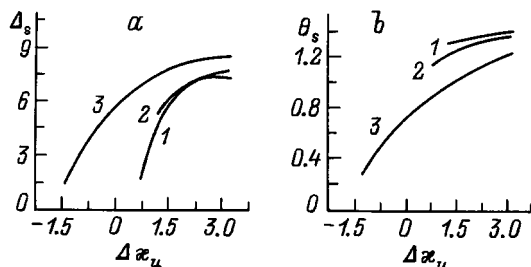
**Рис. 2.** Графики зависимостей параметров солитона от ширины дефекта  $l$ . Обозначения кривых и значения материальных параметров те же, что и на рис. 1.

неограниченно возрастает, а  $\theta_s \rightarrow 0$ , т. е. солитон расплывается. Это объясняется тем, что ситуация, когда  $l \rightarrow \infty$ , соответствует отсутствию дефекта, а в этом случае, как известно из [10], солитон является неустойчивым образованием. С другой стороны, существует минимальное значение  $l$ , ниже которого солитон становится неустойчивым и коллапсирует. Наличие нижней границы по  $l$  означает, что для образования устойчивого солитона необходима некоторая минимальная энергия дефекта, значение которой зависит как от  $l$ , так и от величин  $\Delta \varkappa_1$  и  $\Delta \varkappa_u$ . Действительно, из рис. 3, 4 следует, что и в этом случае существуют пороговые значения величин  $\Delta \varkappa_1$  и  $\Delta \varkappa_u$ , при которых происходит коллапс солитона. Критические значения могут лежать и в отрицательной области (кривая 3 на рис. 3, 4). Это свидетельствует о том, что устойчивые состояния возможны и при отсутствии "дефектности" по одному из этих параметров. Однако при этом значения другого параметра будут лежать в положительной области. Очевидно, критические значения  $\Delta \varkappa_u$  и  $\Delta \varkappa_1$  в случае, когда один из дефектов отсутствует, определяют минимальную энергию другого ("присутствующего") дефекта, необходимую для зарождения солитона. В случае, когда имеет место наличие обоих дефектов (по КА и НОА), значение минимальной энергии обуславливается их суммарным вкладом.

Влияние размагничивающих полей пластины на область устойчивости солитона определяется вкладом (4) в общую энергию (3), которая обратно пропорциональна фактору качества  $Q$ . На рис. 5 видно, что учет конечности образца приводит к уменьшению области устойчивости солитона. Здесь также существует пороговое значение  $Q$ , при котором солитон становится неустойчивым относительно коллапса. С другой стороны, при  $Q \rightarrow \infty$  (размагничивающие поля исчезающе малы, например, в точке компенсации) параметры солитона асимптотически стремятся к некоторым значениям, кото-



**Рис. 3.** Графики зависимостей размеров солитона от параметра дефекта КА  $\Delta\kappa_1$  при следующих значениях материальных параметров:  $Q = 0.5$ ,  $\Delta_0 = 0.15$ ,  $D = 10$ ,  $l = 5$ ,  $\Delta\kappa_u = 1$ ,  $\xi = 0$ . Обозначения кривых те же, что и на рис. 1.



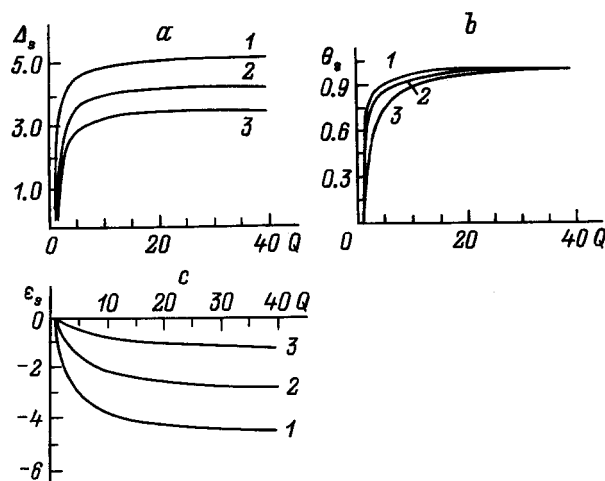
**Рис. 4.** Графики зависимостей размеров солитона от параметра дефекта НОА  $\Delta\kappa_u$ . Обозначения кривых и значения материальных параметров (кроме  $\Delta\kappa_1 = 2.9$ ) те же, что и на рис. 3.

рые соответствуют значениям этих величин, полученным без учета магнитостатики. Это в свою очередь является еще одним подтверждением правильности схемы численной минимизации энергии (6), так как численная реализация выражения (4), представляющего собой двойной интеграл по бесконечной области от подинтегральной функции, содержащей логарифмическую особенность на линии  $y = y'$ , сопряжена с определенными трудностями.

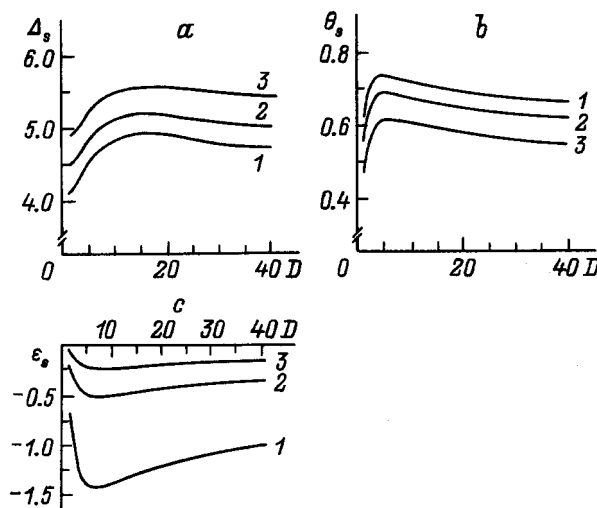
Интересной особенностью обладают кривые зависимостей параметров солитона от толщины пластины (рис. 6): графики функций имеют экстремумы по  $D$ . Это объясняется тем, что с увеличением толщины энергия взаимодействия солитона с дефектом уменьшается, причем по линейному закону, а магнитостатическая энергия увеличивается (при малых  $D$  — по квадратичному закону). Соответственно первый фактор стремится увеличить размеры солитона ( $\theta_s$ ,  $\Delta_s$ ), а второй — уменьшить. При некотором значении  $D$ , когда размеры солитона достигают максимальных значений, они компенсируют друг друга. Однако значения  $D$ , при которых  $\theta_s$  и  $\Delta_s$  достигают максимума, а  $E_s$  — минимума, не совпадают. Это объясняется тем, что  $\theta_s$  зависит только от одного вариационного параметра ( $a$ ), а  $\Delta_s$  и  $E_s$  — от двух ( $a$  и  $b$ ), причем их функциональные зависимости от  $a$  и  $b$  имеют разный вид (см. (2)). Из рис. 6 видно также, что с увеличением  $\Delta_0$  ширина солитона (в соответствии с выражением (2) для  $\Delta_s$ ) возрастает, в то время как

значение  $\theta_s$  уменьшается. Это обусловлено тем, что увеличение ширины доменной стенки приводит к усилению влияния магнитостатических полей рассеяния. Последнее обстоятельство из-за нарушения условий равновесия солитона способствует уменьшению его амплитуды.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что статический солитон может существовать как устойчивое образование лишь при определенных типах дефектов, которые вносят отрицательный вклад в энергию, и в определенных областях значений материальных параметров. Верхняя граница устойчивости (если она есть) связана с расплыванием солитона и предсказана еще в идеализированной модели [4,10]. Однако рассчитанные в этих работах области устойчивости солитона (например, по параметру  $\kappa$ ) значительно отличаются



**Рис. 5.** Графики зависимостей параметров солитона от фактора качества материала. Обозначения кривых и значения материальных параметров (кроме  $l = 3.4$ ) те же, что и на рис. 1.



**Рис. 6.** Графики зависимостей параметров солитона от толщины пластины.  $Q = 1.5$ ,  $l = 4.5$ ,  $\Delta\kappa_u = -1$ ,  $\Delta\kappa_1 = 2.7$ ,  $\xi = 0$ ;  $\kappa = 2$ .  $\Delta_0 = 0.15$  (1),  $0.35$  (2) и  $0.55$  (3).

от приведенных результатов. Нижняя граница области устойчивости связана с коллапсом солитона и определяет минимальную энергию дефекта, необходимую для зарождения солитона. В связи с этим необходимо отметить следующее. Во-первых, наличие нижней границы устойчивости ранее не было обнаружено, несмотря на неоднократно проводившиеся исследования взаимодействия 0-градусных ДГ с дефектами кристалла (см., например, [8,9]). Такую ситуацию можно объяснить тем, что в них не учитывались влияния размагничивающих полей пластины. Во-вторых, здесь имеется определенная аналогия с теорией цилиндрических магнитных доменов (ЦМД) [16], согласно которой область существования ЦМД ограничена полями коллапса и эллиптической неустойчивости. Это свидетельствует об общих закономерностях зарождения магнитных неоднородностей уединенного типа. В-третьих, наличие дефекта в магнетике, ранее рассматриваемые как фактор, неблагоприятно влияющий на статику и динамику магнитных неоднородностей, в данном случае является необходимым элементом существования солитонов. Это свою очередь позволяет говорить о возможных перспективах их технического использования.

## Список литературы

- [1] С. Тикадзуми. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и техническое приложение. Мир, М. (1987). 419 с.
- [2] J. Simsova, S. Krupicka, M. Marusko, I. Tomas. Acta Phys. Slov. **31**, 2, 121 (1981).
- [3] Р.М. Вахитов, Р.М. Сабитов, М.М. Фарзтдинов. ФТТ **27**, 6, 1852 (1985).
- [4] Р.М. Сабитов, Р.М. Вахитов. Изв. вузов. Физика, **8**, 51 (1988).
- [5] А.М. Косевич. ФММ **53**, 3, 420 (1982).
- [6] А.М. Балбашов, А.В. Залесский, Е.В. Кривенко, Е.В. Синицын. Письма в ЖТФ **14**, 4, 293 (1988).
- [7] Г.С. Кандаурова, Л.А. Памятных. ФТТ **31**, 8, 132 (1989).
- [8] М.А. Шамсутдинов, В.Г. Веселаго, М.М. Фарзтдинов, Е.Г. Екомасов. ФТТ **32**, 2, 497 (1990).
- [9] В.Г. Веселаго, И.В. Владимиров, Р.А. Дорошенко, В.В. Плавский. Препринт № 53. М. (1989). 36 с.
- [10] Р.М. Сабитов, Р.М. Вахитов, Р.С. Фахретдинова. Динамика и статика доменной структуры в магнитоупорядоченных кристаллах. БНЦ УрО АН СССР, Уфа (1988). С. 22–40.
- [11] Р.М. Вахитов, А.Р. Юмагузин. Структурные, магнитоупругие и динамические эффекты в упорядоченных средах. БашГУ, Уфа (1997). С. 87–92.
- [12] А.И. Мицек, С.С. Семяников. ФТТ **11**, 5, 1103 (1969).
- [13] В.К. Власко-Власов, Л.М. Дедух, М.В. Инденбом, В.И. Никитенко. ЖЭТФ **84**, 1, 277 (1983).
- [14] А.В. Dichenko, V.V. Nicolaev. J. Magn. Mater. **53**, 71 (1985).
- [15] Б. Банди. Методы оптимизации. Вводный курс. Радио и связь, М. (1988). 128 с.
- [16] A.A. Thiele. Bell. Syst. Tech. J. **48**, 10, 3287 (1969).