

Анализ эффекта квантовой интерференции упругого и неупругого рассеяния электронов в неупорядоченных средах

© Б.Н. Либенсон, В.В. Румянцев

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 26 ноября 1997 г.)

Проводится сравнительный анализ кинематического и динамического подходов к описанию квантовой интерференции электронов в неупорядоченной среде, испытывающих там упругое рассеяние на большой угол и однократное неупругое рассеяние длинноволнового типа. Показано, что как кинематический, так и динамический подходы приводят к одинаковой угловой зависимости эффекта интерференции, но диапазон изменения степени когерентности при изменении угла рассеяния в случае динамической теории оказывается в 2 раза больше, чем в случае кинематического описания.

Квантовая интерференция электронных волн, испытывающих упругое рассеяние, есть причина слабой локализации электронов проводимости и увеличения упругого отражения частиц, падающих извне на неупорядоченную среду. Эта интерференция проявляется в усилении рассеяния в узком конусе углов $\Delta\chi \sim (kl)^{-1} \ll 1$ (где k — модуль волнового вектора электрона, и l — есть длина свободного пробега частицы) в окрестности направления точно назад. Последнее время большое внимание уделяется влиянию неупругого рассеяния электронов на транспорт электронов в неупорядоченных средах. Существование неупругого рассеяния разрушает квантовую интерференцию, связанную с сохранением фазовой памяти электронов, и является причиной диссипативных процессов. Диссипативные процессы, как считалось долгое время, являются единственным следствием неупругого рассеяния при когерентном транспорте частиц и волн.

Однако недавно было показано, что в некоторых случаях неупругое рассеяние не приводит к потере фазовой памяти и может быть существенной частью конструктивной интерференции. Оказалось, что интерференция электронных волн в процессе упругого и неупругого рассеяния может приводить к возникновению нового типа слабой локализации электронов, рассеянных с энергией, которая отличается от энергии падающих на неупорядоченную среду частиц. Иначе говоря, неупругое рассеяние может приводить к новому когерентному эффекту в так называемом канале неупругого рассеяния [1]. При этом когерентность оказывается обусловленной интерференцией электронных волн, связанной с двумя возможными способами реализации процесса, в котором электрон испытывает одно неупругое рассеяние (например, электрон может возбудить плазмон или отчетливо выраженный атомный переход), а также упругое, однократное или многократное, рассеяние на большой угол. Однократное неупругое рассеяние приводит к потере электроном части своей энергии. Эта потеря может фиксироваться, что и означает, что электрон оказывается в канале неупругого рассеяния. Благодаря существованию упругого рассеяния электрон, потерявший фиксированную энергию, может покинуть среду и выйти в вакуум через ту же поверхность, через которую он в эту среду проник

с начальной энергией. После чего ток электронов с фиксированной потерей энергии может быть измерен.

Изучение слабой локализации электронов, падающих на неупорядоченную среду из вакуума и отраженных обратно в вакуум, представляет особый интерес. В этом случае мы имеем возможность работать с потоком монокинетических частиц и непосредственно измерять характерный угол преимущественного рассеяния, связанный с явлением слабой локализации. Энергия электронов, при которой эффекты квантового транспорта могут быть отчетливо выражены, составляет сотни электрон-вольт. Несмотря на сравнительно высокие энергии частиц (по сравнению с энергией электронов проводимости) и поэтому малые длины их дебройлевских волн, длина когерентности при таких энергиях оказывается значительной, что, как было установлено в ряде работ [1–5], обеспечивает отчетливо выраженный эффект квантового транспорта.

Новый вид слабой локализации, т. е. слабая локализация частиц в канале неупругого рассеяния, отличается от обычной слабой локализации (т. е. слабой локализации в канале упругого рассеяния) в первую очередь характерным углом рассеяния, при котором конструктивная интерференция выражена в наибольшей степени. В отличие от случая обычной слабой локализации при новой слабой локализации конструктивная интерференция оказывается наиболее выраженной при угле рассеяния χ , отличном от π , и это отличие может быть значительным.

Причина, по которой конструктивная интерференция при обычной слабой локализации наиболее отчетлива при угле рассеяния, равном π , была осознана уже давно. Простой графический метод, проясняющий это обстоятельство, был приведен в работе [6]. Кинематический подход к описанию интерференции упругого и неупругого рассеяния электрона и соответствующий графический метод появились совсем недавно [7]. Из такого кинематического описания следует, что при конструктивной интерференции характерный угол преимущественного рассеяния не равен π и довольно сложным образом зависит от величины потерянной энергии, от начальной энергии падающего электрона и от других параметров системы. В работе [7] также изучалась структура диаграмм кросстипа и их вклад в сечение

рассеяния сравнивался с вкладом диаграмм лестничного типа. Речь идет о таких диаграммах кросс-типа, когда перекрещиваются две линии разной природы. Одна из линий связана с упругим, а другая с неупругим рассеянием. При изучении угловой зависимости локализации нового типа можно ограничиться исследованием структуры простейших кросс-диаграмм, включающих только два акта взаимодействия (один акт упругого и один акт неупругого взаимодействия). Возможные многократные упругие столкновения в неограниченной среде, как было показано в [2], не меняют характерного для слабой локализации нового типа угла рассеяния.

В работе [7] было показано, что когерентная часть интенсивности рассеяния является суммой двух слагаемых $I(\chi) = I_1(\chi) + I_2(\chi)$. Первое из этих двух слагаемых имеет характерную математическую структуру, на основе которой построена наглядная модель соответствующей когерентной части интенсивности квантового транспорта. Эта модель получила название кинематической. Кинематическая модель описания когерентной части квантового транспорта дает возможность понять, почему характерный угол рассеяния (относящийся к I_1) при наличии неупругости отличен от π . Кинематическая модель позволяет также простым способом, без вычислений, оценить диапазон углов рассеяния, при которых может существовать конструктивная интерференция. Второе слагаемое, I_2 , дополняет первое до выражения для интенсивности, описывающего весь процесс когерентного рассеяния. Иначе говоря, I_2 дополняет кинематическое описание квантового транспорта до полного динамического описания. Отношение $I_2(\chi)/I_1(\chi)$ может быть как больше, так и меньше единицы. В работе [7] прямым вычислением полной интенсивности $I(\chi)$ было показано, что угловые особенности интенсивности I соответствуют предсказанию кинематической модели. Однако детальный анализ когерентной части интенсивности I показывает заметное отличие абсолютной величины I от того, что дает часть интенсивности I_1 , соответствующая кинематическому описанию.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы выяснить причину справедливости предсказания кинематической модели даже в тех случаях, когда условия применимости этой модели нарушаются. С этой целью мы проводим дальнейший анализ механизма новой слабой локализации. Изучается случай, когда переход электронов в канал неупругого рассеяния обусловлен возбуждением объемных плазмонов, поскольку это как раз тот случай, когда $|I_2(\chi)| > I_1(\chi)$. В отличие от нашей предыдущей работы [7], в которой была изучена полная интенсивность $I = I_1 + I_2$, здесь мы проанализируем интенсивности I_1 и I_2 по отдельности. Анализ выражений для $I_1(\chi)$ и $I_2(\chi)$ и их сравнение показывают, что зависящая от угла рассеяния часть сечения рассеяния, которая соответствует I_2 , практически совпадает с соответствующей зависимостью величины I_1 . Более того, эти части равны по величине, так что наличие I_2 приводит к удвоению зависящей от угла части сечения когерентного рассеяния при сохранении угловых особенностей, присущих кинематическому описанию.

1. Слабая локализация в кинематическом приближении

Эффект когерентности при неупругом рассеянии электронов можно характеризовать функцией

$$M(\chi) = \frac{\int dq q^2 w(q, \omega) \mathcal{G}_C(q, \omega, \chi)}{\int dq q^2 w(q, \omega) \mathcal{G}_L(q, \omega)}, \quad (1)$$

которая представляет собой степень когерентности. Эта функция зависит от угла рассеяния χ . В этой формуле $w(q, \omega)$ есть вероятность возбуждения плазмона или какого-либо другого длинноволнового возбуждения с энергией $\hbar\omega$ и импульсом q . Функции \mathcal{G}_C и \mathcal{G}_L соответствуют кросс- и лестничным диаграммам соответственно. Согласно [7], они определяются формулами

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_C(q, \omega, \chi) \\ = 2 \int d\Omega_q \operatorname{Re} \frac{1}{(E - E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \hbar\omega + iU') (E - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} - iU')}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_L(q, \omega) = \int d\Omega_q \left\{ \left| \frac{1}{E - E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \hbar\omega + iU'} \right|^2 \right. \\ \left. + \left| \frac{1}{E - E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} + iU'} \right|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь \mathbf{k} есть импульс падающего на неупорядоченную среду электрона, \mathbf{k}' — импульс электрона в конечном состоянии, U' — мнимый потенциал среды, \mathbf{q} — импульс плазмона, причем в силу длинноволнового характера такого возбуждения $q < q_c \sim \omega_p/v_F$, ω_p — плазменная частота для среды, v_F — скорость Ферми. Интегрирование в формулах (2) и (3) производится по всем направлениям вектора \mathbf{q} . Существование функциональной зависимости $\mathcal{G}_C(\chi)$ является следствием слабой локализации.

С целью анализа механизма слабой локализации выделим вклад в M , который соответствует кинематической модели. Рассмотрим случай $U'/\hbar\omega \ll 1$, когда потеря энергии электроном на возбуждение объемного плазмона существенно превышает мнимый потенциал и новая слабая локализация выражена наиболее отчетливо. В этом пределе функция $\mathcal{G}_C(q, \omega, \chi)$ принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_C(q, \omega, \chi) = \frac{2}{\hbar^2} \int d\Omega_q \left\{ \pi^2 \delta(\mathbf{q}\mathbf{v} - \omega) \delta(\mathbf{q}\mathbf{v}' - \omega) \right. \\ \left. - \mathcal{P} \frac{1}{(\mathbf{q}\mathbf{v} - \omega)(\mathbf{q}\mathbf{v}' - \omega)} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь \mathbf{v} и \mathbf{v}' — скорости электрона в начальном и конечном состояниях соответственно. Символ \mathcal{P} означает главное значение интеграла.

Слагаемое, содержащее произведение двух δ -функций, описывает ту часть процесса рассеяния, которая соответствует кинематическому подходу [7]. Главное значение

интеграла от произведений функций Грина дополняет формулу до точной, которая соответствует динамическому подходу.

Часть функции M , которая соответствует кинематическому приближению, равна

$$\mathcal{G}_C(q, \omega, \chi)|_{\text{k.a.}} = \frac{2\pi^2}{\hbar^2} \int d\Omega_q \delta(\mathbf{q}\mathbf{v} - \omega) \delta(\mathbf{q}\mathbf{v}' - \omega) = \frac{2\pi^2 \theta[qv \cos(\chi/2) - \omega]}{\hbar^2 qv \sin(\chi/2) \sqrt{(qv \cos(\chi/2))^2 - \omega^2}}. \quad (5)$$

Здесь $\theta(x) = 1$ при $x > 0$ и 0 при $x < 0$. Подставляя формулу (5) в формулу (1) и принимая во внимание, что $w(q, \omega) \propto q^{-2} \theta(\omega_p/v_F - q)$, мы получим следующее выражение:

$$M(\chi)|_{\text{k.a.}} = \frac{U'}{2\hbar \sin(\chi/2) \ln(q_c v/\omega)} \times \int_{\omega/(v \cos \chi/2)}^{q_c} \frac{dq}{q \sqrt{(qv \cos \chi/2)^2 - \omega^2}} = \frac{U' \theta(q_c v \cos \chi/2 - \omega)}{4\hbar \omega \sin \chi/2 \ln(q_c v/\omega)} \times \left\{ \pi - 2 \sin^{-1} \left[\frac{\omega}{q_c v \cos \chi/2} \right] \right\}. \quad (6)$$

Эта формула справедлива, когда неупругое рассеяние связано с возбуждением объемного плазмона. Здесь $q_c \sim \omega/v_F$ есть максимально возможный импульс объемного плазмона.

Таким образом, кинематическому приближению отвечает довольно простая функция M . Она изображена на рис. 1 в случае одного из возможных наборов параметров $q_c v/\omega$ и $U'/(\hbar\omega)$. Легко видеть, что углы, при которых наблюдается быстрое изменение функции $M(\chi)|_{\text{k.a.}}$, точно соответствуют предсказаниям, следующим из изложенного в [7] кинематического подхода.

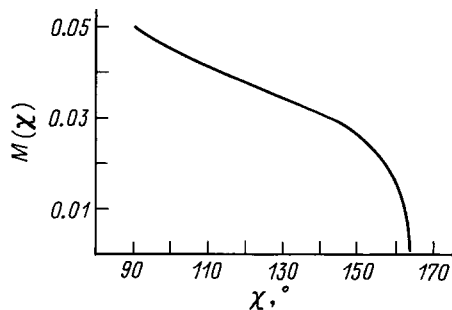


Рис. 1. Степень когерентности в кинематическом приближении. По оси абсцисс отложен угол рассеяния электрона χ . $q_c v/\omega_p = 7$, $U'/(\hbar\omega_p) = 0.1$.

2. Динамическая поправка к кинематическому рассмотрению

За пределами применимости кинематического подхода находится следующая часть функции \mathcal{G}_C :

$$\mathcal{G}_C|_{\text{d.a.}} = \frac{2}{\hbar^2} \mathcal{P} \int d\Omega_q \frac{1}{(\mathbf{q}\mathbf{v} - \omega)(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}')}, \quad (7)$$

которая дополняет выражение (5) до полного выражения (4). Вычисление этого интеграла представляет собой довольно громоздкую процедуру. Поэтому мы приводим сразу окончательный результат

$$\mathcal{G}_C|_{\text{d.a.}} = \frac{2\pi^2 \theta(qv - \omega/\cos \chi/2)}{\hbar^2 qv \sin(\chi/2) \sqrt{(qv \cos \chi/2)^2 - \omega^2}} + \mathcal{G}_C|_{\text{d.gr.}} \quad (8)$$

Здесь первое слагаемое в правой части (8) совпадает с функцией $\mathcal{G}_C|_{\text{k.a.}}$, а функция $\mathcal{G}_C|_{\text{d.gr.}}$ имеет сложный вид и приведена в Приложении. Интеграл по q от этой функции почти не зависит от χ , в то время как интеграл от первого слагаемого в (8) существенно зависит от угла рассеяния χ . Данный факт дает основание рассматривать функцию $\mathcal{G}_C|_{\text{d.gr.}}$ как основу для некоторого фона, имеющего динамическое происхождение и не вносящего существенного вклада в угловую зависимость квантового транспорта.

3. Степень когерентности

Их формул (6) и (8) следует, что выражение для степени когерентности M может быть представлено в виде

$$M(\chi) = \frac{U'}{\hbar \sin(\chi/2) \int_{\omega/v}^{2k} dq qw(q, \omega)} \int_0^{2k} dq qw(q, \omega) \times \frac{\theta(qv \cos \chi/2 - \omega)}{\sqrt{(qv \cos \chi/2)^2 - \omega^2}} + M_{\text{ground}} = 2M_{\text{k.a.}} + M_{\text{ground}}. \quad (9)$$

Вид вероятности $w(q, \omega)$ здесь не конкретизирован, чтобы было ясно, что многие дальнейшие выводы справедливы и в тех случаях, когда неупругое рассеяние обусловлено взаимодействием с любым длинноволновым элементарным возбуждением, а не только с плазмоном.

Динамическая поправка к кинематическому приближению описывается в (9) суммой $M_{\text{k.a.}}(\chi) + M_{\text{ground}}$. Функция M_{ground} определяется следующим выражением:

$$M_{\text{ground}} = \frac{\hbar U' v}{(2\pi)^2 \int_0^{2k} dq qw(q, \omega)} \int_0^{2k} dq q^2 w(q, \omega) \mathcal{G}_C|_{\text{d.gr.}}(q, \omega).$$

Поскольку M_{ground} не зависит от угла рассеяния, приходим к заключению, что динамическая поправка к кинематическому приближению для степени когерентности имеет точно такую же угловую зависимость, какая имеет место в случае кинематического подхода, но за счет динамической поправки диапазон изменения степени когерентности возрастает точно вдвое. Величина M_{ground} всегда отрицательна; по этой причине M также отрицательна в широком диапазоне углов рассеяния от $\chi_{\text{min}}(q_c v/\omega)$ до $\chi = \pi$, причем χ_{min} тем меньше, чем меньше $q_c v/\omega$.

4. Обсуждение результатов

Из приведенного анализа следует, что при оценке характерных углов, при которых квантовая интерференция оказывается наиболее выраженной, использование кинематического подхода дает очень хорошие результаты даже за пределами применимости этого приближения, если неупругий канал рассеяния связан с возбуждением длинноволнового типа. Интервал изменения величины $M(\chi)$ увеличивается за счет динамических эффектов в 2 раза. Вклад фоновой когерентной части динамической природы в M_χ всегда отрицательный.

Рис. 2 позволяет наглядно представить соотношение между кинематическим и динамическим описанием новой слабой локализации в случае, когда неупругость связана с генерацией длинноволновых возбуждений с относительно большими величинами $q_c v/\omega = 7$ (в случае достаточно больших скоростей электронов). Из-за наличия когерентного динамического фона степень когерентности меняет знак при угле рассеяния $\chi \simeq 120^\circ$. С уменьшением энергии электронов все угловые особенности на зависимости $M(\chi)$ сдвигаются в область меньших углов рассеяния. На рис. 3 представлены те же три кривые, что и на рис. 2, но для $q_c v/\omega = 3$, что

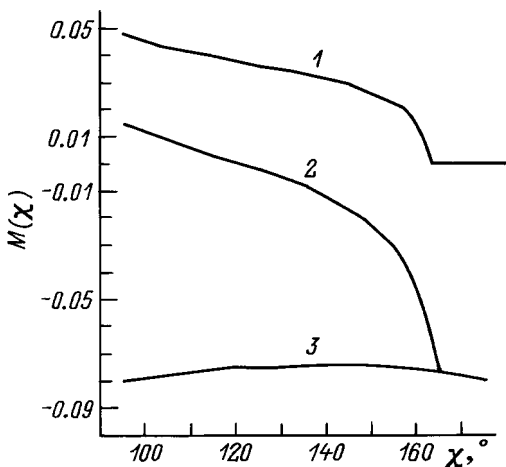


Рис. 2. Степень когерентности, соответствующая динамической теории. Динамическое описание представлено кривой 2. Кривая 1 соответствует кинематическому приближению и приведена для сравнения. Кривая 3 описывает величину M_{ground} . $q_c v/\omega_p = 7$, $U'/(\hbar\omega_p) = 0.1$.

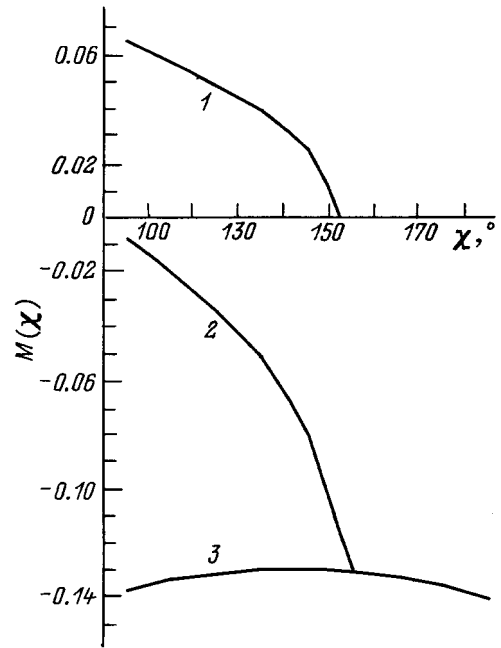


Рис. 3. Степень когерентности при меньших энергиях. $q_c v/\omega_p = 3$, $U'/(\hbar\omega_p) = 0.1$. Нумерация кривых та же, что и на рис. 2.

соответствует уменьшению энергии электронов в 5.5 раз. В этом случае, как видно из рис. 3, во всем наблюдаемом диапазоне углов рассеяния ($90 < \chi < 180^\circ$) сечение интерференции упругого и неупругого рассеяния является отрицательным. Для сравнения двух рассматриваемых примеров параметр $U'/(\hbar\omega)$ оставлен прежним, равным 0.1, несмотря на то что с уменьшением энергии электрона мнимый потенциал среды увеличивается.

Для сравнительно малых энергий электронов рассматриваемое в настоящей работе линейное приближение по $U'/(\hbar\omega)$ для описания угловой зависимости степени когерентности может оказаться недостаточным, однако изложенные выше качественные особенности зависимости $M(\chi)$ остаются в силе. Точные теоретические выражения для величины $M(\chi)$, справедливы при любом отношении $U'/(\hbar\omega)$, содержатся в работе [7].

В заключение следует сказать, что практическое значение этой работы состоит в установлении жесткого соответствия между математическим описанием и графическим методом исследования слабой локализации в канале неупругого рассеяния электронов. Мы надеемся, что теория слабой локализации нового типа может послужить стимулом для наблюдения предсказываемых эффектов. В настоящее время такой эксперимент может быть выполнен, и вероятность наблюдения угловой зависимости слабой локализации в канале возбуждения объемных плазмонов достаточно велика в диапазоне энергий электронов порядка сотен электрон-вольт. Именно при таких энергиях электронов реализуются вышеуказанные параметры упругого и неупругого электронного рассеяния.

Приложение

Вид функции $\mathcal{G}_C|_{d.gr.}$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}|_{d.gr.} = & \frac{4\pi\theta(qv - \omega)\text{sign}(qv + \omega/\cos\chi)}{\hbar^2 qv \sin(\chi/2)} \left\{ \frac{\theta(qv - \omega/\cos\chi/2)}{\sqrt{q^2v^2 \cos^2 \chi/2 - \omega^2}} \left[\text{arctg} \left(\frac{qv + \omega + |qv \cos \chi + \omega|}{2 \sin(\chi/2) \sqrt{q^2v^2 \cos^2 \chi/2 - \omega^2}} \right) \right. \right. \\
 & - \left. \left. \text{arctg} \left(\frac{\cos \chi/2 \sqrt{q^2v^2 - \omega^2} + \omega \sin \chi/2}{\sqrt{q^2v^2 \cos^2 \chi/2 - \omega^2}} \right) \right] + \frac{\theta(\omega/\cos\chi/2 - qv)}{2\sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right. \\
 & \times \left[\ln \left| \frac{qv + \omega + |qv \cos \chi + \omega| - 2 \sin \chi/2 \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}}{qv + \omega + |qv \cos \chi + \omega| + 2 \sin \chi/2 \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right| \right. \\
 & + \left. \ln \left| \frac{\cos \chi/2 \sqrt{q^2v^2 - \omega^2} + \omega \sin \chi/2 + \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}}{\cos \chi/2 \sqrt{q^2v^2 - \omega^2} + \omega \sin \chi/2 - \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right| \right] \left. \right\} + \frac{4\pi\theta(qv - \omega)}{\hbar^2 qv \sin \chi/2} \left\{ \frac{\theta(\omega/\cos\chi/2 - qv)}{2\sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right. \\
 & \times \left[\ln \left| \frac{qv \sin \chi/2 - \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}}{qv \sin \chi/2 + \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right| + \ln \left| \frac{\cos \chi/2 \sqrt{q^2v^2 - \omega^2} - \omega \sin \chi/2 + \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}}{\cos \chi/2 \sqrt{q^2v^2 - \omega^2} - \omega \sin \chi/2 - \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right| \right] \\
 & - \left. \frac{\theta(qv - \omega/\cos\chi/2)}{\sqrt{q^2v^2 \cos^2 \chi/2 - \omega^2}} \left[\text{arctg} \left(\frac{\sqrt{q^2v^2 \cos^2 \chi/2 - \omega^2}}{\cos \chi/2 \sqrt{q^2v^2 - \omega^2} + \omega \sin \chi/2} \right) + \text{arctg} \left(\frac{\sqrt{q^2v^2 \cos^2 \chi/2 - \omega^2}}{qv \sin \chi/2} \right) \right] \right\} \\
 & + \frac{\pi\theta(\omega - qv)}{\hbar^2 qv \sin(\chi/2) \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \left[\ln \left| \frac{2 \sin \chi/2 \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2} - \omega + qv \cos \chi}{2 \sin \chi/2 \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2} + \omega - qv \cos \chi} \right| \right. \\
 & + \ln \left| \frac{(qv - \omega \cos \chi) \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2} - \omega \sin \chi/2 (\omega - qv \cos \chi)}{(qv - \omega \cos \chi) \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2} + \omega \sin \chi/2 (\omega - qv \cos \chi)} \right| \\
 & + \ln \left| \frac{2 \sin \chi/2 \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2} + \omega + qv \cos \chi}{2 \sin \chi/2 \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2} - \omega - qv \cos \chi} \right| \\
 & + \left. \ln \left| \frac{\omega(\omega + qv \cos \chi) \sin \chi/2 - (qv + \omega \cos \chi) \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}}{\omega(\omega + qv \cos \chi) \sin \chi/2 + (qv + \omega \cos \chi) \sqrt{\omega^2 - q^2v^2 \cos^2 \chi/2}} \right| \right].
 \end{aligned}$$

Список литературы

- [1] Б.Н. Либенсон, К.Ю. Платонов, В.В. Румянцев. ЖЭТФ **101**, 2, 614 (1992).
- [2] G. Bergmann. Phys. Rev. **B28**, 2914 (1983); Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
- [3] V.V. Romyantsev, V.V. Doubov. Phys. Rev. **B49**, 13, 8643 (1994).
- [4] E.V. Orlenko, V.V. Romyantsev. J. Phys.: Condens. Matter **7**, 3557 (1995).
- [5] E.A. Kanzieper, V. Freilikher. Phys. Rev. **B51**, 21, 2759 (1995).
- [6] E.A. Kanzieper. Phys. Rev. **B51**, 15 563 (1995).
- [7] В.В. Румянцев, Е.В. Орленко, Б.Н. Либенсон. ЖЭТФ **111**, 1001 (1997).