# Нефононный механизм сверхпроводимости в соединениях с квазидвумерными комплексами RuO<sub>2</sub>

© С.А. Карамов

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

#### (Поступила в Редакцию 20 октября 1997 г.)

Изучаются особенности нефононного спаривания гибридизованных p-, d-электронов в составе плоских комплексов RuO<sub>2</sub> при наличии сильного короткодействующего отталкивания Хаббарда. На основе обобщенной модели Хаббарда произведен расчет фазовой диаграммы сверхпроводимости в зависимости от степени недозаполнения  $2p^6$ - и  $4d^6$ -оболочек в комплексах RuO<sub>2</sub>.

Рассматриваются соединения типа  $Sr_2RuO_4$  [1], в состав которых входит плоская структура  $RuO_2$ . Описание такой структуры содежит предположение о наличии в ней дырочных возбуждений типа 4d(xy) и 2p(x, y) в оболочках  $4d^6 Ru^{2+}$  и  $2p^6 O^{2-}$ . Кристаллическое поле расщепляет  $t_{2g}$ -уровень рутения на синглет 4d(xy) и дублет 4d(xz, yz). При этом электронные 4d(xz, yz)-уровни полагаются полностью заполненными [2]. d- (p-) электроны туннелируют через возбужденные p- (d-) состояния кислорода (рутения — в зависимости от соотношения энергий одночастичных состояний 2p и 4d).

Сильные внутренние корреляции расщепляют дырочные 4d(xy)- и 2p(x, y)-уровни на подуровни Хаббарда (два *d*-уровня и четыре *p*-уровня в соответствии с кратностями вырождения одночастичных атомных состояний), которым соответствуют некоторые одночастичные энергии  $\varepsilon_d$ ,  $\varepsilon_p$ . В данной работе рассматривается предельный случай бесконечно больших энергий Хаббарда, когда происходит одновременно заполнение только одного хаббардовского *p*-уровня только с одним хаббардовским *d*-уровнем,  $\varepsilon_p \sim \varepsilon_d$ . Величина энергетического сдвига  $r = \varepsilon_p - \varepsilon_d$  анионных уровней относительно катионных считается изменяемым параметром, определяющим фазовые свойства соединения.

Учет туннельного взаимодействия приводит к гибридизации и одновременному заполнению хаббардовских дырочных уровней  $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_d$ . В результате уровни коллективизируются в хаббардовские зоны.

## 1. Общая теория. Уравнения состояния и критерий сверхпроводимости

Электронная структура комплекса RuO<sub>2</sub> изучена в модели, учитывающей наряду с туннельными матричными элементами  $t_{p_{\lambda};d}$  между *p*- и *d*-состояниями атомов рутения и кислорода (модель Эмери [3]) также и туннельные матричные элементы  $t_{d;d}$  между *d*-состояниями разных атомов рутения (аналогично работе [4]). В модели предполагается, что именно эти туннельные матричные элементы наиболее значительны и что, следовательно, именно они играют основную роль в формировании спектра элементарных возбуждений. Численная

оценка матричных элементов помещена в Приложении. Рассматривается специальный случай, когда для ближайших атомов указанные матричные элементы равны:  $t_{p_{\lambda};d} = t_{d;d} = t$ .

Пренебрежение кулоновским взаимодействием в предположении, что оно сильно заэкранировано, приводит к обобщеной модели Хаббарда нулевого приближения среднего (самосогласованного) поля с гамильтонианом [5]

$$\hat{H} = \varepsilon_p \sum \hat{p}^+_{\mathbf{r}\lambda} \hat{p}_{\mathbf{r}\lambda} + \varepsilon_d \sum \hat{d}^+_{\mathbf{r}} \hat{d}_{\mathbf{r}} + \hat{V}, \qquad (1)$$

$$\hat{V} = \sum t_{p_{\lambda};d}(\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2})(\hat{p}_{\mathbf{r}_{1}\lambda}^{+}\hat{d}_{\mathbf{r}_{2}} + \hat{d}_{\mathbf{r}_{2}}^{+}\hat{p}_{\mathbf{r}_{1}\lambda}) + \sum^{1}_{td;d}(\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2})\hat{d}_{\mathbf{r}_{1}}^{+}\hat{d}_{\mathbf{r}_{2}}.$$
(2)

Здесь  $\hat{p}^+$ ,  $\hat{p}$ ,  $\hat{d}^+$ ,  $\hat{d}^-$  операторы рождения и уничтожения *p*- и *d*-дырочных состояний.

Для перехода к представлению Хаббарда в качестве базиса атомных дырочных состояний выбираются ниже следующие.

Для атома кислорода:  $O^{2-}, 2p^6 : |0\rangle$ ; однодырочные  $O^-, 2p^5 : \hat{p}^+_{x\sigma}|0\rangle, \hat{p}^+_{y\sigma}|0\rangle$  (уровень четырехкратно вырожден), т.е.  $\hat{p}^+_{\lambda} = \hat{X}^{(\lambda|0)}$ .

Для атома рутения при рассмотрении переходов между состояниями Ru<sup>2+</sup> и Ru<sup>3+</sup>: Ru<sup>2+</sup>, 4d<sup>6</sup> :  $|0\rangle$ ; однодырочные Ru<sup>3+</sup>, 4d<sup>5</sup> :  $\hat{d}_{\sigma}^{+}|0\rangle$  (уровень двукратно вырожден), т. е.  $\hat{d}_{\sigma}^{+} = \hat{X}^{(\sigma/2|0)}$ .

Для атома рутения при рассмотрении переходов между состояниями Ru<sup>3+</sup> и Ru<sup>4+</sup>: однодырочные Ru<sup>3+</sup>,  $4d^5: \hat{d}_{\sigma}^+ |0\rangle$ ; двухдырочные Ru<sup>4+</sup>,  $4d^4: \hat{d}_{\uparrow}^+ \hat{d}_{\downarrow}^+ |0\rangle$ , т. е.  $\hat{d}_{\sigma}^+ = \hat{X}^{(\uparrow\downarrow|-\sigma/2)}$ .

Переход к представлению Хаббарда приводит гамильтониан к следующему виду:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{r}k} \varepsilon_k \hat{X}_{\mathbf{r}}^{kk} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\mathbf{r}\mathbf{r}'} \hat{X}_{\mathbf{r}}^{\alpha} \hat{X}_{\mathbf{r}'}^{\beta} \hat{V}^{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \qquad (3)$$

где  $\hat{X}_{r}^{\alpha}$  — операторы Хаббарда,  $\alpha$ ,  $\beta$  — так называемые корневые векторы, отождествляющие переходы между состояниями ячейки [6]. Этому гамильтониану соответствует следующая обратная виртуальная многокомпонентная одночастичная функция Грина беспетлевого

приближения Хаббарда [5]:

$$\left[G_{\omega}^{-1}(\mathbf{p})\right]_{\alpha\beta} = \left[\left\{G_{\omega}^{(0)}(\mathbf{p})\right\}^{-1}\right]_{\alpha\beta} - f_{\alpha}V_{\alpha\beta}(\mathbf{p}).$$
(4)

Здесь  $G^{(0)}_{\omega}(\mathbf{p})$  — диагональная атомная функция Грина.

Учет туннельного взаимодействия производится в приближении ближайших соседей;  $f_p$  и  $f_d$  — так называемые концевые множители, учитывающие наличие бесконечной энергии Хаббарда и заданные средними числами  $n_p$ и  $n_d$  недозаполнения электронных  $2p^6$ - и  $4d^6$ -оболочек соответственно,

$$f_p = 1 - 3n_p/4,$$
 (5)

$$f_d = \begin{cases} 1 - n_d/2, & 0 < n_d < 1, \\ n_d/2, & 1 < n_d < 2. \end{cases}$$
(6)

Наряду с неколллективизированными *p*-ветвями  $E = \varepsilon_p$  одночастичная функция Грина (4) дает две ветви

$$E_{1,2} = -\mu + f_d t F_{\mathbf{p}}$$
  
 
$$\pm \sqrt{(r/2 - f_d t F_{\mathbf{p}})^2 + 2f_p f_d t^2 (2 - F_{\mathbf{p}})}.$$
 (7)

Здесь  $F_{\mathbf{p}} = \cos(p_x a) + \cos(p_y a), \ \mu = -(\varepsilon_d + \varepsilon_p)/2$  — химический потенциал соединения,  $r = \varepsilon_p - \varepsilon_d, t$  — туннельный матричный элемент между состояниями ближайших атомов, a — модуль вектора трансляционной симметрии.

Средние числа заполнения дырочных состояний  $n_p$  и  $n_d$  выражаются через матричные элементы функции Грина

$$\left[D_{\omega}(\mathbf{p})\right]_{\alpha\beta} = \left[G_{\omega}(\mathbf{p})\right]_{\alpha\beta} f_{\beta},\tag{8}$$

определяя тем самым уравнения состояния системы

$$n_p = f_p \bigg( 3n_F(\varepsilon_p) + \sum_{\mathbf{p}j} B_j n_F(E_j) \bigg), \tag{9}$$

$$\sum_{\mathbf{p}j} A_j n_F(E_j) = \begin{cases} n_d / (2f_d), & 0 < n_d < 1, \\ (n_d - 1) / f_d, & 1 < n_d < 2, \end{cases}$$
(10)

где

$$A_{1} = B_{2} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{r - 2f_{d}tF_{\mathbf{p}}}{E_{2} - E_{1}} \right],$$
  

$$A_{2} = B_{1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{r - 2f_{d}tF_{\mathbf{p}}}{E_{2} - E_{1}} \right].$$
 (11)

Возникновение сверхпроводимости в системе определяется наличием отрицательной амплитуды рассеяния на поверхности Ферми. Условием возникновения сверхпроводящего состояния является появление особенности двухчастичной многокомпонентной вершинной части  $\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{p})$  при нулевых суммарных энергии, импульсе и спине [7], которая в приближении пустой решетки (в газовом приближении) дается лестничным рядом [8]

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{p}) = \Gamma^{(0)}_{\alpha\beta}(\mathbf{p}) - T \sum_{\omega\mathbf{p}'} \Gamma^{(0)}_{\alpha\beta\lambda\nu}(\mathbf{p},\mathbf{p}')$$
$$\times G^{\lambda\lambda'}_{\omega}(\mathbf{p}')G^{\nu\nu'}_{-\omega}(-\mathbf{p}')\Gamma_{\lambda'\nu'}(\mathbf{p}').$$
(12)

Здесь  $\Gamma^{(0)}_{\alpha\beta\lambda\nu}(\mathbf{p})$  — двухчастичная вершинная часть, неприводимая по двум линиям одинакового направления, которую находим по методу Дайсона [9].

В результате условие сверхпроводимости выражается обычной формулой БКШ  $\lambda > 0$  с эффективной константой  $\lambda$ ,

$$T_c \sim e^{-1/\lambda}, \quad \lambda = g\rho.$$
 (13)

Здесь  $\rho = \Sigma_{\mathbf{p}} \delta(E(\mathbf{p}))$  — энергетическая плотность состояний на поверхности Ферми, g — энергетический множитель,

$$g = \frac{\pm 2\varepsilon_p^2 \varepsilon_d f_p - \varepsilon_p f_d (\varepsilon_d + L)^2}{f_p f_d (\varepsilon_p + \varepsilon_d + L)^2},$$
$$L = \frac{4f_p f_d t^2 - \varepsilon_p \varepsilon_d}{\varepsilon_p + f_p t}.$$
(14)

Здесь  $\pm$  в случаях  $0 < n_d < 1$  и  $1 < n_d < 2$  соответственно.

Плотность состояний  $\rho$  всегда положительна, поэтому существование сверхпроводимости в системе определяется условием g > 0.

### Особенности заполнения электронного спектра. Фазовая диаграмма

Каждой точке фазовой плоскости  $(n_d, n_p)$  соответствует некоторое фазовое состояние, которое может быть реализовано рядом соединений рассматриваемого типа с одинаковым значением  $T_c$ , соответствующим этому фазовому состоянию. Каждому фазовому состоянию  $(n_d, n_p)$ взаимно однозначно соответствует пара значений (r, q), где  $q = 2n_p + n_d$  — дырочный заряд комплекса RuO<sub>2</sub>; иными словами, (r, q) и  $(n_d, n_p)$  — альтернативные системы фазовых координат. Величина r/t является параметром задачи.

Параметр q определяется условием электронейтральности соединения. Многообразие фазовых состояний (r, q) с одинаковым значением q образует в фазовой плоскости  $(n_d, n_p)$  линию электронейтральности (линии 1, 2 на рис. 1)

$$n_p = (q - n_d)/2.$$
 (15)

Расположение точки фазового состояния соединения на этой линии определяется его параметром *r*.

При существовании сильного хаббардовского отталкивания наличие сверхпроводимости определяется знаком и величиной амплитуд как d-d-, так и p-p-рассеяния. Условие сверхпроводимости имеет вид (13). Численное решение задачи представлено на рис. 1 (области существования сверхпроводящего состояния заштрихованы).

Зависимость  $T_c$  от параметров  $n_d$  и  $n_p$  образует некоторый рельеф [10]. Ясно, что  $T_c$  соединения тем ниже, чем ближе точка фазового состояния соединения к границе области сверхпроводимости. За пределами этой границы  $T_c = 0$ .



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма сверхпроводимости комплекса RuO<sub>2</sub>. Заштрихованы области существования сверхпроводимости. *1*, 2 — линии электронейтральности (16) для δ = 0 и 0.14.



**Рис. 2.** Зависимость интегралов перескока от расстояния (в атомных единицах) между центрами орбиталей.  $1 - t_{dd\pi}$ ,  $2 - t_{pd\pi}$ ,  $3 - t_{pp\pi}$ ,  $4 - t_{pp\sigma}$ . A, B, C — расстояния между ближайшими атомами для комплекса RuO<sub>2</sub> (период решетки  $a \approx 6$ ).

### Сравнение с экспериментом и выводы

В данной работе полагалось, что в соединениях рассматриваемого типа электрон-фононное взаимодействие пренебрежимо мало по сравнению с кинематическим электрон-электронным взаимодействием. Действительно, многочисленные эксперименты подтверждают, что сверхпроводимость в аналогичных соединениях не может быть описана моделью БКШ. Например, расчеты для соединений ВТСП с учетом только кинематического взаимодействия электронов [10] описывают зависимость  $T_c$  от концентрации носителей заряда в согласии с экспериментом [11], в то время как в рамках модели БКШ указанная зависимость не может быть описана.

Условие электронейтральности для рассматриваемых соединений имеет вид (15). Переход в сверхпроводящее состояние был обнаружен на соединении Sr<sub>2</sub>RuO<sub>4</sub> [1]. Однако стехиометрические коэффициенты экспериментально исследуемых соединений неизвестны с достаточ-

но высокой точностью. В действительности исследуются соединения типа  $\mathrm{Sr}_2^{2+}(\mathrm{RuO}_2)\mathrm{O}_{2+\delta}^{2-}$  при малых значениях  $\delta$ . Для такого соединения условие электронейтральности (15) принимает вид

$$n_p = 1 - \delta - (n_d/2).$$
 (16)

Действительно, уже при  $\delta = 0.14$  соответствующая линия электронейтральности пересекает область сверхпроводимости (линия 2 на рис. 1). Таким образом, точка фазового состояния такого соединения на этой линии определяется его параметром r и располагается в области сверхпроводимости в квадрате  $1 < n_d < 2$ ; поскольку упомянутая точка находится вблизи границы области сверхпроводимости, можно ожидать, что соответствующее соединение должно иметь довольно низкое значение  $T_c$ , что хорошо согласуется с экспериментом:  $T_c = 0.93$  K.

В заключение автор выражает благодарность Р.О. Зайцеву за исключительно ценные рекомендации и замечания по данной работе.

Работа поддержана Государственной программой ВТСП по проекту "Экстенд II" № 94011.

### Приложение. Оценка туннельных матричных элементов

Туннельный матричный элемент  $T_{ab} = \langle a|h|b \rangle$  между базисными атомными дырочными состояниями  $|a \rangle$  и  $|b \rangle$  можно приближенно считать пропорциональным величине ( $\varepsilon_a + \varepsilon_b$ ) $t_{ab}$ . Здесь  $t_{ab} = \langle a|b \rangle$  — так называемый интеграл перескока между состояниями  $|a \rangle$  и  $|b \rangle$ ,  $\varepsilon_i$  — либо ионизационный потенциал катиона, если  $|i \rangle$  — состояние катиона, либо энергия сродства электрона к аниону, если  $|i \rangle$  — состояние аниона [12].

На рис. 2 дана численно рассчитанная зависимость интегралов перескока  $t_{dd\pi}$ ,  $t_{pd\pi}$ ,  $t_{pp\sigma}$ ,  $t_{pp\pi}$  от расстояния между ионами (обозначения даны по [12]). Видно, что для рассматриваемого комплекса RuO<sub>2</sub> реализуются значения интегралов перескока одного порядка (межатомные расстояния *A*, *B*, *C* на рис. 2).

Поскольку не существует связанного состояния иона  $O^{2-}$ , что соответствует неизвестной отрицательной энергии сродства  $\varepsilon_p$  электрона к иону  $O^-$ , можно приближенно считать эту энергию равной по абсолютной величине положительной энергии сродства электрона к нейтральному атому кислорода:  $\varepsilon_p \approx -1.46$  eV. Поскольку ионизационный потенциал иона Ru<sup>2+</sup> равен 28.5 eV, можно полагать, что ионизационные потенциалы ионов Ru<sup>2+</sup>, Ru<sup>3+</sup> по абсолютной величине значительно превосходят упомянутую энергию сродства:  $|\varepsilon_p| \ll |\varepsilon_d|$ .

Таким образом, наиболее значительными оказываются следующие туннельные матричные элементы:  $T_{dd\pi} \sim 2\varepsilon_d t_{dd\pi}, T_{pd\pi} \sim \varepsilon_d t_{pd\pi}$ . В рассмотренной модели полагалось, что они равны.

### Список литературы

- Y. Maeno, H. Hashimoto, K. Yoshida, S. Nishizaki, T. Fujita, J.G. Bednorz, F. Lichtenberg. Nature **372**, 6505, 532 (1994).
- [2] T. Oguchi. Phys. Rev. B51, 2, 1385 (1995); D.J. Singh. Phys. Rev. B52, 2, 1358 (1995).
- [3] V.J. Emery. Phys. Rev. Lett. 58, 26, 2794 (1987).
- [4] Р.О. Зайцев. ФТТ 33, 11, 3138 (1991).
- [5] J. Hubbard. Proc. Roy. Soc. A276, 238 (1963).
- [6] Р.О. Зайцев. ЖЭТФ 70, 3, 1100 (1976).
- [7] Л.П. Горьков. ЖЭТФ **34**, *3*, 735 (1958).
- [8] R.O. Zaitsev. Phys. Lett. A134, 3, 199 (1988).
- [9] F. Dyson. Phys. Rev. 102, 5, 1217 (1956).
- [10] Р.О. Зайцев, С.А. Карамов. СФХТ 8, 4, 583 (1995).
- [11] C.C. Tsuei, D.M. Newns, C.C. Chi, P.C. Pattnaik. Phys. Rev. Lett. 65, 21, 2724 (1990).
- [12] У. Харрисон. Электронная структура и свойства твердых тел. Мир, М. (1983).