

К теории квантового стохастического резонанса в однодоменных магнитных частицах

© Э.К. Садыков, А.Г. Исавнин, А.Б. Болденков

Казанский государственный университет,
420008 Казань, Россия

(Поступила в Редакцию 29 июля 1997 г.)

Теоретически исследуется явление стохастического резонанса в системе малых магнитных частиц с анизотропией типа "легкая ось", когда стохастическое перемагничивание таких частиц осуществляется благодаря механизму макроскопического квантового туннелирования намагниченности. В приближении дискретных ориентаций предложена аналитическая модель для вычисления динамической (радиочастотной) восприимчивости легкоосных однодоменных частиц в постоянном магнитном поле, приложенном перпендикулярно легкой оси. Новизна модели состоит в более корректном рассмотрении процесса квантового туннелирования в условиях радиочастотной модуляции при температурах вблизи абсолютного нуля. Адекватность предложенной аппроксимации проверяется численным моделированием и сопоставлением ее результатов с имеющимися в литературе результатами по квантовому туннелированию и стохастическому резонансу.

1. Суперпарамагнитные частицы с анизотропией "легкая ось" (ЛО) исследовались ранее [1,2] как системы, в которых возможна реализация стохастического резонанса (СР) [3] — явления, заключающегося в немонотонной зависимости выходного сигнала системы от внешнего слабого периодического сигнала при монотонном увеличении шума в системе. В качестве стохастической компоненты динамики системы рассматривались тепловые флуктуации намагниченности, и было, в частности, показано, что в определенном температурном интервале динамическая магнитная восприимчивость таких систем значительно возрастает [4]. В [5] было впервые предложено рассматривать явление СР на основе механизма квантовых флуктуаций вектора магнитного момента однодоменной частицы, обусловленных явлением макроскопического квантового туннелирования [6]. Отметим, что квантовый СР исследовался и в [7] для туннельных переходов в мезоскопических контактах. В настоящей работе мы предпринимаем дальнейшее развитие основных положений, высказанных в [5], и предлагаем аналитическую модель описания динамики туннельных переходов вектора намагниченности сквозь потенциальный барьер в условиях радиочастотной модуляции бистабильного потенциала. На ее основе мы изучаем явление квантового СР для магнитных частиц вблизи абсолютного нуля температур.

2. Энергия рассматриваемой системы — однодоменной частицы с магнитной анизотропией типа ЛО — в сферической системе координат имеет вид

$$E(t) = Kv \sin^2 \theta - \mu_0 H M v \sin \theta \cos \varphi + \mu_0 (\pi/2) H_1 M v \cos \theta \sin(\Omega t + \psi_0). \quad (1)$$

Здесь θ , φ — соответственно полярный и азимутальный углы, K — константа анизотропии, M , v — намагниченность насыщения и объем частицы, $(\pi/2)H_1$ — амплитуда переменного магнитного поля, направленного вдоль ЛО, H — постоянное магнитное поле, приложенное перпендикулярно ЛО частицы. Такое

постоянное поле является необходимым элементом для возникновения квантовых флуктуаций намагниченности, так как при сохранении аксиальной симметрии гамильтониана проекция вектора намагниченности на ЛО коммутирует с гамильтонианом, т.е. является сохраняющимся квантовым числом, и, следовательно, туннелирование невозможно [6]. Величина этого поля определяет интенсивность средней скорости подбарьерных переходов, т.е. уровень шума в системе. Скорость туннелирования вектора магнитного момента из метастабильного состояния определяется величиной экстремального действия S_e (называемого евклидовым) в минимуме времени вдоль траектории перехода из одной устойчивой ориентации в другую [6]

$$W = \omega_0 \exp(-S_e \hbar) = \omega_0 \exp\left(-i \int dt \left\{ (Mv/\gamma) \dot{\varphi} \cos \theta - E(\theta, \varphi) \right\} / \hbar\right). \quad (2)$$

Здесь ω_0 — частота попыток, имеющая обычно величину порядка частоты ферромагнитного резонанса $\omega_0 \sim 10^9 - 10^{10} \text{ s}^{-1}$, γ — гиромагнитное отношение. Для получения аналитического выражения для скорости туннелирования рассматриваем статический метастабильный потенциал — результат усреднения по половине периода модуляции

$$E = Kv \sin^2 \theta - \mu_0 H M v \sin \theta \cos \varphi + \mu_0 H_1 M v \cos \theta. \quad (3)$$

Необходимо производить усреднение именно по половине периода, так как в следующую половину периода модуляции потенциал уже не метастабильен и вероятность туннелирования сквозь барьер бесконечной ширины стремится к нулю, т.е. переходы из более низкого минимума в верхний невозможны при температурах, близких к абсолютному нулю.

3. Динамика вектора магнитного момента описывается уравнением Гильберта, которое в сферической системе координат без учета диссипации имеет вид [6]

$$\begin{aligned} \dot{\theta} \sin \theta &= (\gamma/Mv) \partial E / \partial \varphi, \\ \dot{\varphi} \sin \theta &= -(\gamma/Mv) \partial E / \partial \theta. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя (3) в систему (4), приводим ее к дифференциальному уравнению второго порядка

$$d^2\theta/d\tau^2 = w_h^2 \frac{H_c}{H} \cos\theta [1 + (d\theta/d\tau)^2/w_h^2]^{1/2} - w_h^2 \cos\theta [1 + (d\theta/d\tau)^2/w_h^2] - w_h^2 \frac{H_1}{H} [1 + (d\theta/d\tau)^2/w_h^2]^{1/2}, \quad (5)$$

где $\tau = it$ — мнимое время, $w_h = \gamma\mu_0 H$, $H_c = 2K/(\mu_0 M)$.

В предельном случае $H \rightarrow H_c$ устойчивым ориентациям вектора \mathbf{M} соответствуют направления, близкие к H . Производя замену $\delta = \pi/2 - \theta \ll 1$, из уравнения (5) получим

$$d^2\delta/d\tau^2 = w_h^2(\delta^3 + H_1/H\delta^2 - 2\varepsilon\delta + 2H_1/H)/2, \quad \varepsilon = 1 - H/H_c \ll 1. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) в приближении малого потенциального барьера имеет вид

$$\delta(\tau) = \delta_0 + \frac{2[(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)]}{(a - b)\text{ch} \left[\{(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)\}^{1/2} w_h \tau / 2 \right] - (2\delta_0 - a - b)}, \quad (7)$$

где $\delta_0 = H_1/(3H_c) + 2[2\varepsilon/3]^{1/2} \cos(\Phi/3)$ — положение метастабильного минимума потенциала (3) [8], $\cos\Phi = -H_1/H_c[2/3\varepsilon]^{-3/2}$, $a = -2H_1/(3H) - \delta_0 + [4\varepsilon - 2\delta_0^2]^{1/2}$, $b = -2H_1/(3H) - \delta_0 - [4\varepsilon - 2\delta_0^2]^{1/2}$. Бистабильность системы (3) сохраняется при величинах перпендикулярного поля $H < H_{c1} = (1 - 3/2 \times [H_1/H_c]^{2/3})H_c$. Минимальное действие имеет вид

$$S_e = -\frac{1}{w_h} \left[\left(2(K - \mu_0 MH)v\varepsilon \left(\delta_0 + \frac{a+b}{2} \right) + \frac{2\mu_0 MH - K}{2} v C_1 \right) \times \ln \left(\frac{a-b}{2\delta_0 - a - b + 2[(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)]^{1/2}} \right) - \left(2(K - \mu_0 MH)v\varepsilon + \frac{2\mu_0 MH - K}{2} v \right) \times \left(\frac{1}{3}\delta_0^2 + C_2\delta_0 + C_3 \right) \right] [(\delta_0 - a)(\delta_0 - b)]^{1/2},$$

где

$$C_1 = \delta_0^3 - (\delta_0/2 + 5(a+b)/12)ab + C_3(a+b)/2,$$

$$C_2 = \delta_0/2 + 5(a+b)/12,$$

$$C_3 = \delta_0^2 + 3\delta_0(a+b)/4 + 15(a^2 + b^2)/24 + 7ab/12.$$

На рис. 1 мы приводим для сравнения результаты по вычислению безразмерного действия S_e/\hbar для туннелирования из метастабильного минимума потенциала (3) при $H \rightarrow H_c$, полученные на основе различных моделей

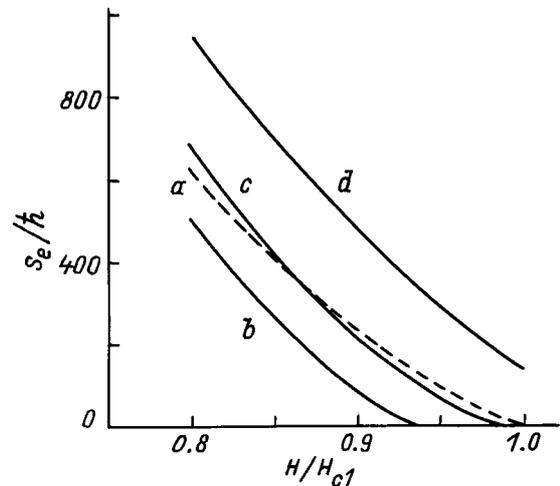


Рис. 1. Зависимость евклидова действия от величины постоянного поля, приложенного перпендикулярно легкой оси железной однодоменной частицы. $K = 4 \cdot 10^4 \text{ J/m}^3$, $M = 1.72 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, $H_1/H_c = 0.01$, $v = 10^{-26} \text{ m}^3$. a — аналитический результат (8), b — результат [9], c — результат наших численных расчетов, d — результат [5].

и методов. Так, кривая a представляет собой результат полученного нами аналитического выражения (8). Кривая b построена по модели Заславского [9]. В данном случае двумерная задача (4) сводится к одномерной путем перехода к так называемому эффективному потенциалу. Поскольку такой эффективный потенциал позволяет получить лишь приближенное аналитическое выражение для действия в случае малого потенциального барьера, мы построили кривую b , пользуясь численным решением соответствующей задачи, без разложения эффективного потенциала в кубическую параболу [9]. Кривая c построена на основе нашего численного решения уравнения (5). Кривая d отражает результат модели, предложенной в [5]. В рамках такой модели скорость туннелирования из метастабильного асимметричного потенциала выражается через скорость туннелирования в бистабильном симметричном потенциале [6] с учетом поправки, возникающей вследствие приложения поля H_1 .

4. В условиях радиочастотной модуляции $H_1(t) = H_1 \sin \Omega t$ скорость туннелирования вектора магнитного момента в бистабильном потенциале при $T = 0 \text{ K}$ имеет ступенчатую форму

$$W(t) = \begin{cases} \omega_0 \exp(-S_e/\hbar), & 2\pi m < \Omega t < (2m+1)\pi, \\ 0, & (2m+1)\pi < \Omega t < 2m\pi, \end{cases} \quad (9) \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

В качестве аналитической модели мы предлагаем следующую форму записи для динамической скорости переходов (9), т.е. скорости подбарьерных переходов в модулированной бистабильной системе:

$$W(t) = \omega_0 \exp(-S_e/\hbar) (1 + \sin \Omega t) / 2 = 1/2(W_0 + W_0 \sin \Omega t). \quad (10)$$

Получив аналитическое выражение для скорости подбарьерных переходов, мы далее используем аппарат управляющего уравнения, описывающего динамику бистабильной системы,

$$\begin{aligned} \frac{dn_+}{dt} &= -\frac{dn_-}{dt} = W_-(t)n_- - W_+(t)n_+ \\ &= W_-(t) - [W_-(t) + W_+(t)]n_+. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь n_{\pm} — вероятность того, что дискретная динамическая переменная $x = M \cos \theta$ примет значение, соответствующее одному из минимумов (+ или -) бистабильного потенциала, $W_{\pm}(t)$ — скорость туннелирования из \pm состояния. В квазиadiaбатическом пределе решение данного управляющего уравнения может быть выражено аналитически [3].

Запишем на основе [3,4] выражения, определяющие динамическую магнитную восприимчивость системы,

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \chi &= \frac{M \sin \delta_0 W_0^2}{H_1(W_0^2 + \Omega^2)}, \quad \operatorname{Im} \chi = \frac{M \sin \delta_0 W_0 \Omega}{H_1(W_0^2 + \Omega^2)}, \\ |\chi| &= \frac{M \sin \delta_0 W_0}{H_1(W_0^2 + \Omega^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Кривые, представленные на рис. 2, отражают зависимость динамической магнитной восприимчивости от величины перпендикулярного поля H .

Нами также получено численное решение управляющего уравнения (11) для ступенчатой формы скорости туннелирования (9), вычисленной при изменяющейся во времени энергии системы (1). Результаты такого решения (рис. 3) подтверждают справедливость модели (10), описывающей скорости туннелирования в случае внешней модуляции. Использование модели (10) при вычислении компонент динамической магнитной восприимчивости вблизи абсолютного нуля температур приводит к результатам, по крайней мере на порядок превышающим результаты, полученные по модели, предложенной в [5].

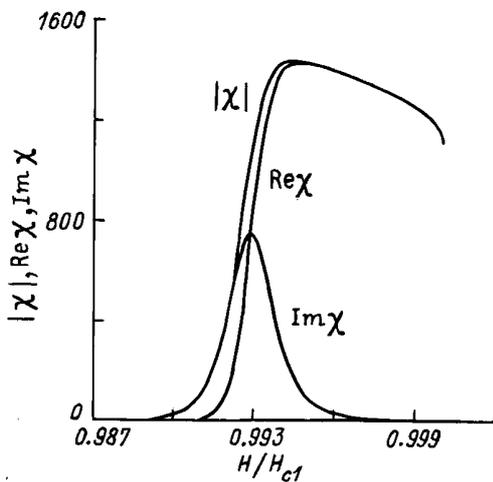


Рис. 2. Динамическая магнитная восприимчивость и ее компоненты для железной однодоменной частицы. Параметры системы те же, что и для рис. 1. $\Omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$.

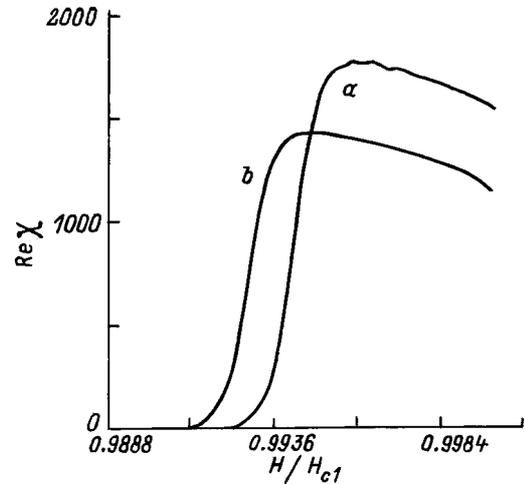


Рис. 3. Сравнение результатов численного моделирования с аналитическим приближением (10). Параметры системы те же, что и для рис. 1. a — результат численных расчетов, b — аналитический результат (12).

5. В заключение отметим, что механизм туннельного (подбарьерного) перемагничивания проявляет себя лишь при температурах ниже некоторой критической, величина которой определяется обычно из соотношения $T_c \sim \hbar U / S_c k$ [6], где U — высота потенциального барьера, k — постоянная Больцмана. Обычно такая критическая температура не превышает десятых долей Кельвина. Для того чтобы рассматривать явление СР при отличных от нуля конечных температурах, следует учитывать возможность туннелирования не только со дна потенциальной ямы, но и с более высоких уровней.

В качестве возможного экспериментального метода наблюдения предсказанных эффектов наряду с описанным в [5] можно предложить применить установку на базе SQUID, аналогичную используемой в [10].

Список литературы

- [1] Э.К. Садыков. ФТТ **33**, 11, 3302 (1991).
- [2] Э.К. Садыков, А.И. Скворцов. Письма в ЖЭТФ **52**, 2, 752 (1990).
- [3] В. McNamara, К. Wiesenfeld. Phys. Rev. **A39**, 9, 4854 (1989).
- [4] Э.К. Садыков, А.Г. Исавнин ФТТ **36**, 11, 3473 (1994).
- [5] А.Н. Григоренко, В.И. Конов, П.И. Никитин. Письма в ЖЭТФ **52**, 11, 1182 (1990).
- [6] Е.М. Chudnovsky, L. Gunther. Phys. Rev. Lett. **60**, 8, 661 (1988).
- [7] R. Lofstedt, S.N. Coppersmith. Phys. Rev. Lett. **72**, 13, 1974 (1994).
- [8] Э. Маделунг. Математический аппарат физики. М. (1961). 618 с.
- [9] О.В. Zaslavskii. Phys. Rev. **B42**, 1, 992 (1990).
- [10] W. Wernsdorfer, K. Hasselbach, D. Mailly, B. Barbara, A. Benoit, L. Thomas, G. Suran. J. Magn. Mater. **145**, 1–2, 33 (1995).