07

Угловой момент импульса полей маломодового волокна: I. Возмущенный оптический вихрь

© *А.В. Воляр, Т.А. Фадеева*

Симферопольский государственный университет

Поступило в Редакцию 25 марта 1997 г.

Приведены результаты исследований физической природы электродинамического момента импульса устойчивого CV^{+}_{+1} вихря в маломодовом волокне. Показано, что угловой момент импульса CV^{+}_{+1} вихря можно условно разделить на орибтальный и спиновый моменты.

Продольная компонента основной HE^{+}_{11} моды на оси волокна имеет чисто винтовую дислокацию с топологическим зарядом $e = +1$. Продольная компонента CV^{+}_{1} вихря также на оси волокна имеет чисто винтовую дислокацию с топологическим зарядом $l = +2$. Поэтому возмущение CV^{+}_{+1} вихря полем основной HE^{+}_{11} моды приводит к снятию вырождения чисто винтовых дислокаций продольной и поперечной компонент поля и нарушению структурной устойчивости CV^{+}_{+1} вихря. В результате этого индуцируется дополнительный азимутальный поток энергии с угловым моментом, противоположным моменту основного потока. Приводится аналогия линий тока возмущенного CV вихря с линиями тока невязкой жидкости, обтекающей вращающийся цилиндр. Исследования эволюции CV вихрей в параболическом волокне показали их структурную устойчивость под действием возмущающего поля HE^{+}_{11} моды. Однако возмущение CV^{+}_{+1} вихря ступенчатого волокна полем HE^{+}_{11} моды нарушает структурную устойчивость вихря.

Найдено, что распространение циркулярно поляризованного CV вихря представляется как ввинчивание геликоидального волнового фронта в среду волокна. Распространение линейно поляризованного вихря свободного пространства характеризуется поступательным перемещением (без вращения) геликоидального волнового фронта.

Физическая природа оптических вихрей в маломодовых волокнах неразрывно связана с азимутальными потоками энергии этих полей, а следовательно с моментом импульса волнового поля. В общих чертах проблема момента импульса **M** электромагнитного поля на квантовом уровне была затронута еще в работах [1,2]. Однако интерес к этому явлению возрос только в последние годы в связи с изучением свойств оптических вихрей в свободном пространстве [3] с целью их использования в оптических ловушках микрочастиц и оптических пинцетах [4].

На наш взгляд, проблема переноса углового момента импульса в оптических волокнах имеет два аспекта: 1) электродинамическую задачу формирования и преобразования момента импульса световых волн волокна; 2) квантово-механическую задачу трансформации момента импульса направляемых полей волокна в механический угловой момент микрочастиц [5].

В настоящей работе мы рассмотрим только первую часть этой проблемы: свойства углового момента импульса поля устойчивого CV вихря в маломодовом волокне при его возмущении циркулярно поляризованным полем HE_{11} моды.

1. Обычно при возбуждении устойчивого CV^{+}_{+1} вихря в маломодовом волокне [6] одновременно возбуждается правоциркулярно поляризованная HE^{+}_{11} мода. Поле этой моды возмущает поле вихря и изменяет локализацию чисто винтовых дислокаций. В отличие от полей в свободном пространстве CV вихрь и HE_{11} мода содержат продольные компоненты электрического $\mathbf{E}_z$ и магнитного $\mathbf{H}_z$ полей. Причем $\mathbf{E}_z$ и $\mathbf{H}_z$ компоненты этих полей на оси волокна $(R = 0)$ имеют чисто винтовые дислокации. Поэтому процесс возмущения CV вихря HE_{11} модой сводится к изучению взаимодействия сингулярностей поперечных и продольных полей. Пусть в оптическом волокне возбуждаются правоциркулярно поляризованные Cl^{+}_{+1} вихрь с топологическим зарядом $e = 1$ и He^{+}_{11} мода. Выражения для электрического поля $\mathbf{e}_t$ можно записать в виде [7,8]:

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}(\mathrm{CV}^{+}_{+1}) + a\mathbf{e}(\mathrm{HE}^{+}_{11}):$$

$$\mathbf{e}_t = \hat{e}^{+}\Big(F_1(R)\exp\left\{i(\phi + \beta^1_1 z)\right\} + aE_0(R)\exp\left\{i\beta_0 z\right\}\Big), \tag{1}$$

$$\mathbf{e}_z = i\frac{\sqrt{2\Delta}}{V}\Big(G^{-}_1(R)\exp\left\{i(2\phi + \beta^1_1 z)\right\} + aG_0(R)\exp\left\{i(\phi + \beta_0 z)\right\}\Big), \tag{2}$$

где a — относительный вес HE_{11} моды, $\hat{\mathbf{e}}^{+}$ — орт правоциркулярной поляризации, $F_1(R)$ и $F_0(R)$ — радиальные функции поперечных полей [7], β^1_1, β_0 — постоянные распространения CV^{+}_{+1} и HE^{+}_{11} полей соответственно.

Из выражения (2) следует, что $\mathbf{e}_z$ компонента CV^+_{+1} вихря переносит топологический заряд $e = +2$, а HE^+_{11} моды — топологический заряд $e = +1$. Положение нулей $\mathbf{e}_t$ и e_z полей определим из условия [9] $\mathrm{Re}(\mathbf{e}) = \mathrm{Im}(\mathbf{e}) = 0$. Для полей (1) и (2) азимутальные координаты положения чисто винтовых дислокаций e_t и e_z полей одинаковы и равны

$$\phi = \pi + (\beta_0 - \beta_1)z. \tag{3}$$

Радиальные координаты этих дислокаций различны и являются решением уравнений

$$F_1(R) - aF_0(R) = 0, \tag{4}$$

$$G_1^-(R) - aG_0(R) = 0. \tag{5}$$

Из (3)–(5) следует, что дислокации поля лежат н окружностях с радиусами $R_0 = 0$, R_1 и R_2 и вращаются со скоростью $w = d\phi/dz = \beta_0 - \beta_1$. Для ступенчатого волокна с радиусом сердцевины $\rho_0 = 3.5\mu$m и волноводным параметром $V = 3.6$ скорость движения дислокаций составляет $w = 1.38 \cdot 10^4\,\mathrm{m}^{-1}$. В прямом физическом эксперименте регистрируется только дислокация $\mathbf{e}_t$ компоненты поля с координатой $R = R_1$, поскольку наблюдаемой величиной является $\mathbf{P}_z = \mathrm{Re}(e_x h_y - e_y h_x)$ — компонента вектора Пойтинга. Способ измерения дислокации $\mathbf{e}_z$ компоненты мы проанализируем отдельно.

2. Рассмотрим эволюцию углового момента импульса $\mathbf{M}$ возмущенного CV^+_{+1} вихря. Электродинамический угловой момент итмпульса $\mathbf{M}$ можно определить согласно формуле [1]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{P}, \tag{6}$$

где

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0\mu_0(\mathbf{e} \times \mathbf{h}^* + \mathbf{e}^* \times \mathbf{h})/2 \tag{7}$$

вектор Пойтинга. На основании работы [7] запишем компоненты магнитного поля $\mathbf{h}\,CV^+_{+1}$ вихря и HE^+_{11} моды в виде:

$$\mathbf{h} = -in_{co}(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2}\mathbf{e}. \tag{8}$$

Тогда, подставляя поля (1), (2), (8) в выражение (7), находим компоненты потока энергии возмущенного CV^+_{+1} вихря в маломодовом волокне:

$$P_\phi = -2K\Big\{F_1G_1^- + a^2F_0G_0 + a(F_0G_1^- + F_1G_0)\cos(\phi - wz)\Big\}, \tag{9}$$

$$P_r = 2Ka(F_0G_1^- - F_1G_0)\sin(\phi - wz), \tag{10}$$

$$K = 1/(2c^2)n_{co}(\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2}(\sqrt{2\Delta}V). \tag{11}$$

Из выражения (9) легко определить z компоненту углового момента $\mathbf{M}$ как

$$\mathbf{M}_z = \rho\mathbf{P}_\psi, \tag{12}$$

где ρ — текущий радиус поперечного сечения волокна. Линии тока векторного поля $\mathbf{P}$ в волокне определим из уравнений [10]:

$$\frac{dx}{P_x} = \frac{dy}{P_y}, \quad \frac{dy}{P_y} = \frac{dz}{P_z}, \tag{13}$$

Особые точки картины линий тока в поперечном сечении волокна находятся из условий

$$\mathbf{P}_\phi = \mathbf{P}_r = 0, \tag{14}$$

откуда следует:

$$(F_1 - aF_0)(G_1^- - aG_0) = 0. \tag{15}$$

Уравнение (15) показывает, что таких особенностей будет три: при $R = R_1$ — положение дислокации $\mathbf{e}_t$-компоненты и $R = 0$, $R = R_2$ — положение дислокаций $\mathbf{e_z}$-компоненты, а уравнение (15) является комбинацией (4) и (5). Точка $R = 0$ соответствует центру основного азимутального потока; точка $R = R_1$ — особая точка типа седло, в которой пересекаются ветви сепаратрисы и в которой локализуется чисто винтовая дислокация $\mathbf{e}_i$ компоненты поля. В точке $R = R_2$ располагается центр индуцированного вихря. Поскольку при отсутствии возмущения ($a = 0$) особые точки поля вырождены в точке типа центр, а при действии возмущения ($a \neq 0$) рождаются три особые точки, то CV^+_{+1} вихрь является структурно неустойчивым [11] по отношению к действию возмущения правоциркулярно поляризованной HE^+_{11} моды. Для ступенчатого волокна, параметры котороего даны выше, картина силовых линий поперечного вектора Пойтинга $\mathbf{P}_t$ приведена на рис. 1 при некоторых значениях параметра возмущения a. Для CV вихря в параболическом волокне $\mathbf{P}_r = 0$ во всей области поперечного сечения, и $R_1 = R_2$. В этом случае картина линий тока P_t представляет собой концентрические кольца с центром в $R = 0$, совпадающая с картиной линий тока без возмущения (рис. 1, a). Поэтому CV^+_{+1} вихрь параболического волокна является структурно устойчивым по

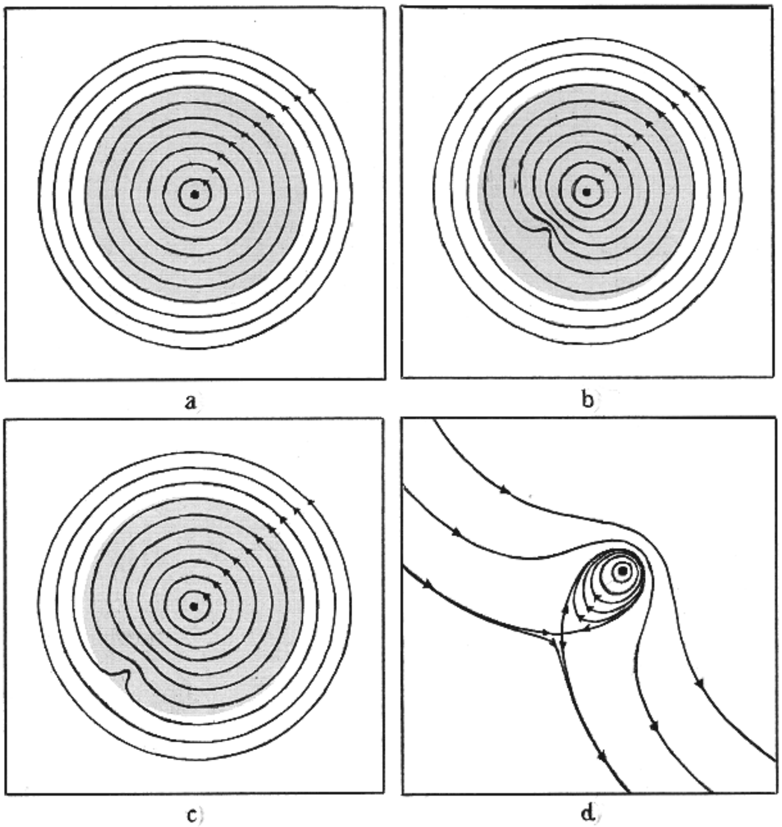

Рис. 1. Линии тока вектора Пойтинга $\mathbf{P}_t$ в поперечном сечении волокна $\delta\beta_{21}z = \pi/4$: a — $a = 0$, b — $a = 0.5$, c — $a = 0.7$, d — окрестность индуцированного вихря, $a = 0.5$. Серым цветом обозначена сердцевина волокна.

отношению к возмущению HF_{11}^{+} модой. В ступенчатом волокне по мере возрастания параметра возмущения a растет область локализации индуцированного азимутального потока противоположного знака (рис. 1, b, c). Особо отметим, что линии тока индуцированного вихря по своим формальным признакам аналогичны линиям тока, возникающим при обтекании невязкой жидкостью вращающегося цилиндра [12].

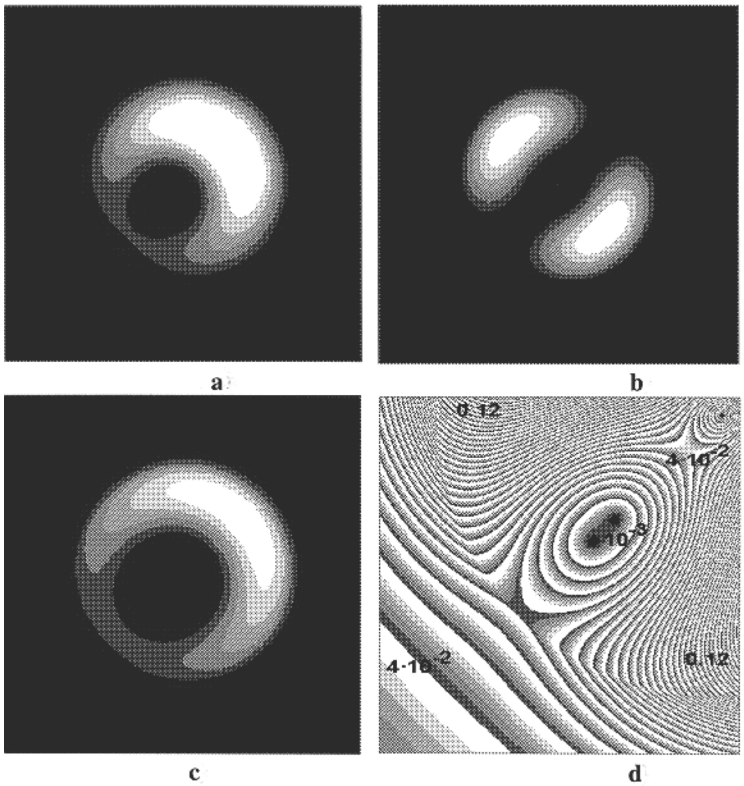

Рис. 2. Распределение в поперечном сечении волокна $\delta\beta_{21}z = \pi/4$: a — $\mathbf{P}_z$, b — $\mathbf{P}_r$, c — $\mathbf{P}_\phi$, d — линии уровня модуля поперечного потока $\mathbf{P}_t$ в окрестности индуцированного вихря (приведена нормированная величина $\mathbf{P}_t/\mathbf{P}_{t(\max)}$).

На рис. 2 представлены картины распределения энергии в $\mathbf{P}_z$, $\mathbf{P}_\phi$ и $\mathbf{P}_r$ потоках для ступенчатого волокна при соответствующих значениях параметра возмущения a.

Численный расчет показывает, что отношение абсолютных величин интегрального потока $\alpha = |\mathbf{P}_t|/|\mathbf{P}_z| = 4.32 \cdot 10^{-2}$ для ступенчатого волокна и $\alpha = 4.88 \cdot 10^{-2}$ для градиентного волокна. С ростом возмущения доля азимутального потока снижается, так при $a = 0.5$ $\alpha = 3.7 \cdot 10^{-2}$ и достигает насыщения $\alpha = 2.58 \cdot 10^{-2}$ при $a > 8$. Можно показать, что возмущение CV_{+1}^{+} вихря левоциркулярно поляризованной He_{11}^{-} модой не снимает вырождения особых точек и поле вихря остается структурно устойчивым к действию возмущения. Исследования возмущения CV_{-1}^{-} вихря HF_{11} модой дали идентичные результаты.

Проекция момента импульса невозмущеннного CV_{+1}^{+} вихря на ось z записывается как $M_z = -2K\rho F_1 G_1^{-}$. Выражая функцию G_1^{-} через F_1, согласно [7], находим:

$$M_z = -2K\rho \left(\frac{1}{2} \frac{dF_1^2}{dR} - \frac{F_1^2}{R} \right). \tag{16}$$

CV_{+1}^{+} вихрь имеет правоциркулярную поляризацию $\hat{\mathbf{e}}^{+}$ и переносит топологический заряд $e = +1$. Как циркулярной поляризации вихря, так и его топологическому заряду соответствует некоторый угловой момент. Согласно работе [3], угловой момент вихря в свободном пространстве можно разделить на орбитальный момент $\mathbf{M}_e$, связанный с величиной топологичекого заряда e, и спиновой момент $\mathbf{M}_s$, связанный с циркулярной поляризацией. Сравнивая выражение (16) с выражением (10) работы [3], можно для маломодового волокна условно разделить момент импульса на спиновую часть (первый член в (16)) и орбитальную часть (второй член в (16)).

Распространение циркулярно поляризованных CV вихрей представляется как вкручивание по правилу винта геликоидального волнового фронта в сердцевину волокна. Для линейно поляризованных вихрей свободного пространства характерно поступательное перемещение (без вращения) геликоида волнового фронта.

Список литературы

[1] *Соколов А.А.* Введение в квантовую электродинамику. М.: ГИФМЛ, 1958. 536 с.
[2] *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения. М.: ИЛ, 1956. 492 с.
[3] *Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C.* // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. N 11. P. 8185–8189.
[4] *He H., Heckenmberg N.R., Rubinsztein-Dunlop H.* // J. Mod. Opt. 1995. V. 42. N 1. P. 217–223.
[5] *He H., Friese M.E., Heckenber N.R.* // Phys. Rev. Lett.1996. V. 75. N 5. P. P. 826–829.

[6] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. Т. 22. В. 17. С. 69–74.
[7] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
[8] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. Т. 22. В. 8. С. 63–67.
[9] *Basistiy I.V., Bazhenov V.Yu., Soskin M.S., Vasnetsov M.V.* // Opt. Comm. 1993. V. 103. P. 422–428.
[10] *Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д.* Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1965. 616 с.
[11] *Постон Е., Стюарт И.* Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980. 607 с.
[12] *Жермен П.* Механика сплошных сред. М.: Мир, 1965. 253 с.