

01;07

Вращение световых многомодовых пучков Гаусса–Лагерра в свободном пространстве

© В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина

Институт систем обработки изображений РАН, Самара

Поступило в Редакцию 18 ноября 1996 г.

В данной работе предложен итеративный алгоритм для расчета фазовых дифракционных оптических элементов, формирующих световые пучки, которые являются эффективной суперпозицией малого числа нерадиально-симметричных мод Гаусса–Лагерра с заданным энергетическим вкладом каждой моды.

Актуальной задачей является создание дифракционных оптических элементов, согласованных с тем или иным типом световых мод. Такие дифракционные оптические элементы находят свое применение в задачах параллельного ввода излучения в набор волокон; селекции поперечных мод лазерного излучения; формирования бездифракционных пучков [1].

Известны итеративные методы расчета фазовых дифракционных оптических элементов, способных формировать световые пучки с заданной композицией мод Гаусса–Эрмита [2]; формировать моды Гаусса–Эрмита [3] и Гаусса–Лагерра [4] в различных дифракционных порядках; формировать моды Бесселя (бездифракционные пучки) [5]. В [4] рассмотрены только радиально-симметричные моды Гаусса–Лагерра.

Также найдены условия, при которых наблюдается эффект вращения многомодового пучка вокруг оси распространения и получено выражение для полного числа оборотов.

Известно [6], что уравнению Гельмгольца удовлетворяют световые поля, являющиеся суперпозицией мод Гаусса–Лагерра. Комплексную амплитуду таких полей в свободном пространстве можно представить в цилиндрических координатах (r, φ, z) в следующем виде:

$$U(r, \varphi, z) = \exp \left[ikz + \frac{ikr^2}{2R} - \frac{r^2}{\sigma^2} \right] \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{mn} \left(\frac{\sqrt{2}r}{\sigma} \right)^n \times L_m^n \left(\frac{2r^2}{\sigma^2} \right) \exp[-i\beta_{mn}(z) \pm in\varphi], \quad (1)$$

где

$$\beta_{mn}(z) = (2m + n + 1) \arctg(z/z_0), \quad (2)$$

$R = z(1 + z_0^2/z^2)$ — радиус кривизны параболического фронта светового поля, $\sigma^2 = \sigma_0^2(1 + z^2/z_0^2)$ — эффективный радиус пучка, $2z_0 = 2\pi\sigma_0^2/\lambda$ — конфокальный параметр, σ_0 — радиус перетяжки, C_{mn} — постоянные коэффициенты, k — волновое число света с длиной волны λ .

Чтобы сгенерировать световой пучок с амплитудой (1) требуется в плоскости $z = 0$ сформировать комплексную амплитуду

$$U_0(r, \varphi) = \sum_{m,n=0}^{\infty} C_{mn} \Omega_{mn}^{\pm}(r, \varphi), \quad (3)$$

где введено обозначение для модовых ортонормированных базисных функций

$$\Omega_{mn}^{\pm}(r, \varphi) = \left[\frac{2(m-n)!}{\pi\sigma_0^2(m!)^3} \right]^{1/2} \left(\frac{\sqrt{2}r}{\sigma_0} \right)^n L_m^n \left(\frac{2r^2}{\sigma_0^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{\sigma_0^2} \pm in\varphi \right). \quad (4)$$

Итеративный алгоритм для расчета фазового дифракционного оптического элемента, формирующего комплексную амплитуду (3), имеет вид:

$$S_{k+1}(r, \varphi) = \arg \left\{ \sum_{m,n=0}^{\infty} B_{mn} \Omega_{mn}^{\pm}(r, \varphi) \exp[iv_{mn}^{(k)}] \right\}, \quad (5)$$

$$v_{mn}^{(k)} = \arg \left\{ \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} A_0(r, \varphi) \exp[iS_k(r, \varphi)] \Omega_{mn}^{\pm*}(r, \varphi) r dr d\varphi \right\}, \quad (6)$$

где $A_0(r, \varphi) = |U_0(r, \varphi)|$ — амплитуда освещающего пучка, $S_k(r, \varphi)$ — фаза дифракционного оптического элемента, рассчитанная на k -й итерации, $B_{mn} \geq 0$ — заданные числа, определяющие энергетический вклад соответствующей моды.

Получим далее условие для наблюдения эффекта вращения поперечного сечения многомодового пучка. На основании (1) запишем выражение для интенсивности $I(r, \varphi, z) = |U(r, \varphi, z)|^2$:

$$I(r, \varphi, z) = \exp \left[-\frac{2r^2}{\sigma^2} \right] \left\{ \sum_{m,n=0}^{\infty} |C_{mn}|^2 \left(\frac{\sqrt{2}r}{\sigma} \right)^{2n} \left| L_m^n \left(\frac{2r^2}{\sigma^2} \right) \right|^2 + 2 \sum_{m \neq m'} \sum_{n \neq n'} |C_{mn} C_{m'n'}| \left(\frac{\sqrt{2}r}{\sigma} \right)^{n+n'} \left| L_m^n \left(\frac{2r^2}{\sigma^2} \right) L_{m'}^{n'} \left(\frac{2r^2}{\sigma^2} \right) \right| \times \cos \Phi_{m'n'}^{mn}(r, \varphi) \right\}, \quad (7)$$

где

$$\Phi_{m'n'}^{mn}(r, \varphi) = \arg C_{mn} - \arg C_{m'n'} + [2(m - m') + (n - n')] \operatorname{arctg} \frac{z}{z_0} \pm (n - n')\varphi. \quad (8)$$

Все слагаемые второй суммы в уравнении (7) будут вращаться с одинаковой скоростью (а весь пучок будет вращаться как одно целое), если в зависимости полярного угла φ от расстояния z :

$$\varphi = B \operatorname{arctg} \frac{z}{z_0} \quad (9)$$

величина B будет постоянной:

$$B = \frac{2(m - m') + (n - n')}{\mp(n - n')} = \operatorname{const}. \quad (10)$$

Из уравнения (9) можно найти расстояния z_p , на которых пучок сделает p оборотов:

$$z_p = z_0 \operatorname{tg} \left(\frac{2\pi p}{B} \right), \quad p = 1, 2, \dots, N, \quad (11)$$

где $N = B/4$ — максимальное число оборотов, которые пучок способен сделать от $z = 0$ до $z = \infty$ ($z \gg z_0$). Скорость вращения v поперечного сечения многомодового пучка зависит от расстояния z следующим образом:

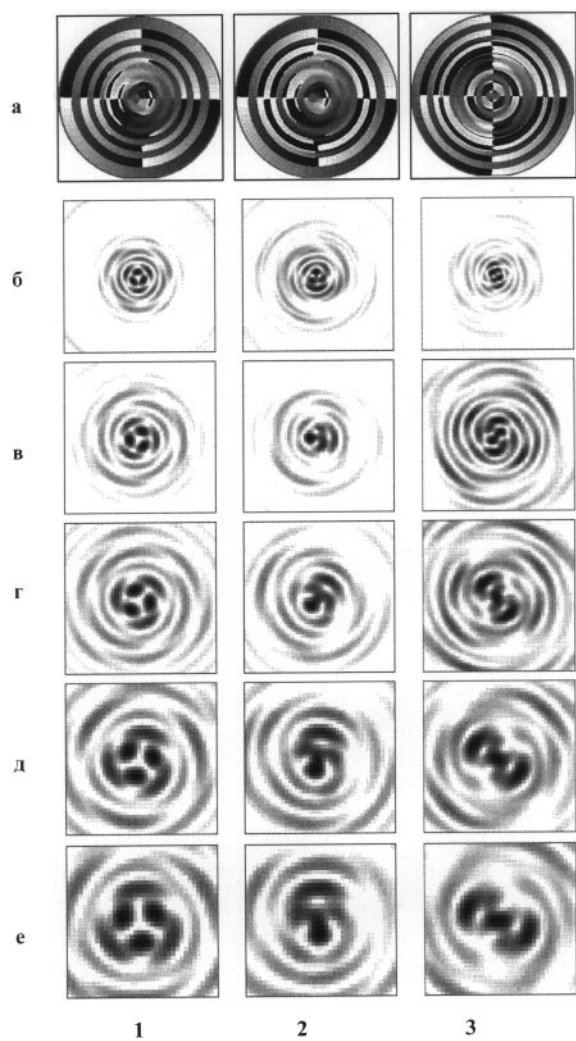
$$v = \frac{d\varphi}{dz} = B \left[1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (12)$$

Из вышеизложенного следует, что подбором отличных от нуля слагаемых в уравнении (3) с номерами, удовлетворяющими условию (10), можно по формулам (5), (6) рассчитывать фазовые оптические элементы, которые при освещении их лазерным светом формируют с высокой эффективностью многомодовые нерадиально-симметричные пучки Гаусса–Лагерра, распределение интенсивности в поперечном сечении которых испытывает вращение вокруг оси распространения.

Параметры численного моделирования: число отсчетов 256×256 , радиус перетяжки $\sigma_0 = 0.1$ мм, длина волны $\lambda = 0.63$ мкм, радиус дифракционного оптического элемента $R_0 = 0.5$ мм, конфокальный параметр $z_0 = 49.86$ мм.

На рисунке представлены численные примеры. В столбце *I* показана фаза дифракционного оптического элемента (*Ia*), рассчитанная по формулам (3)–(6) с отличными от нуля двумя слагаемыми суммы (3) с коэффициентами $C_{1,-1}$ и $C_{11,2}$. Условие (10) для двух слагаемых очевидно выполняется: $B = 7$. Максимальное число оборотов равно $N = 1.75$. На расстоянии $z = 62.53$ мм, как следует из уравнения (11), пучок сделает полный оборот, а на расстоянии $z = 217.76$ мм — еще пол-оборота. На рисунке показаны полутоновые поперечные нормированные распределения интенсивности светового пучка, сформированного фазовым дифракционным оптическим элементом (*Ia*), и вычисленные с помощью преобразования Френеля на плоскостях: $z = 62.53$ мм (*Iб*), $z = 101.34$ мм (*Iв*), $z = 140.15$ мм (*Iг*), $z = 178.95$ мм (*Id*), $z = 217.76$ мм (*Ie*). Вращение картины происходит против часовой стрелки.

Во втором столбце показаны аналогичные результаты для вращающегося пучка, состоящего из трех мод с коэффициентами: $C_{1,-1}$, $C_{5,0}$ и $C_{11,2}$. Условие (10) выполняется: $B = 7, 7, 7$. Фазовая функция такого элемента (*2a*) показана в полутонах (черный цвет — 2π , белый цвет — 0). Поперечные распределения интенсивности для такого пучка (*2б–2e*) показаны на тех же расстояниях, что и в столбце *I*.



Фазы дифракционных оптических элементов, формирующих многомодовые пучки Гаусса–Лагерра (*а*), и нормированные поперечные распределения интенсивности на разных расстояниях от дифракционного оптического элемента (*б–е*).

В третьем столбце приведены фаза ($3a$) и сечения интенсивности ($3b-3e$) для трехмодового пучка с коэффициентами: $C_{2,-2}$, $C_{5,0}$ и $C_{15,2}$. Условие (10) при этом не выполняется: $V = 2, 6, 11$, и разные части пучка вращаются с различной скоростью, что приводит к искажению, а не вращению картины.

Список литературы

- [1] *Soifer V.A., Golub M.A.* Laser beam mode selection by computer generated holograms, CRC Press, Boca Raton, 1994.
- [2] *Котляр В.В., Никольский И.В., Соифер В.А.* // Оптика и спектроскопия. 1993. Т. 75. В. 4. С. 918–922.
- [3] *Котляр В.В., Никольский И.В., Соифер В.А.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 20. С. 20–23.
- [4] *Kotlyar V.V., Nikolsky I.V., Soifer V.A.* // Optik. 1994. V. 98. N 1. P. 26–30.
- [5] *Kotlyar V.V., Khonina S.N., Soifer V.A.* // J. Mod. Opt. 1995. V. 42. N 6. P. 1231–1239.
- [6] *Ярив А.* Оптическая электроника. М.: Советское радио, 1986.