01;03

Об инкременте неустойчивости заряженной границы раздела несмешивающихся электропроводных жидкостей

© *А.И. Григорьев, Д.Ф. Белоножко, С.О. Ширяева, С.И. Щукин*

Ярославский государственный университет

Поступило в Редакцию 2 апреля 1997 г.

Путем численного анализа дисперсионного уравнения показано, что на заряженной плоской границе раздела двух вязких несжимаемых несмешивающихся электропроводных жидкостей могут реализоваться апериодические неустойчивости двух типов: с инкрементами растущими и убывающими по мере увеличения отношения удельных проводимостей сред.

Задача об устойчивости границы раздела двух несмешивающихся жидкостей, различающихся своими физико-химическими характеристиками, неоднократно решалась в различных предельных ситуациях в связи с многочисленными приложениями в физических, технических и технологических проблемах (см., например, обзоры [1–3]). Тем не менее некоторые вопросы, с ней связанные, остались освещены не полностью. Сказанное относится и к исследованию особенностей реализации неустойчивости заряженной границы раздела.

1. Нижеследующее рассмотрение проведем на модели несжимаемых вязких проводящих жидкостей, заполняющих в поле силы тяжести все пространство. Невозмущенная граница раздела между жидкостями пусть совпадает с плоскостью XOY декартовой системы координат, ось Z которой направлена вверх, в направлении, противоположном направлению действия поля сил тяжести. Верхнюю жидкость с кинематической вязкостью ν_1, плотностью ρ_1, заполняющую полупространство $z > 0$, будем считать электропроводной с удельной проводимостью σ_1, и диэлектрической проницаемостью ε_1. Нижняя жидкость заполняет полупространство $z < 0$ и обладает кинематической вязкостью

ν_2, плотностью ρ_2, диэлектрической проницаемостью ε_2 и удельной проводимостью σ_z. Примем также, что невозмущенная граница раздела жидкостей однородно заряжена с поверхностной плотностью заряда ε и обладает поверхностным натяжением с коэффициентом γ. Электростатические поля в верхней и нижней областях будем обозначать E_1 и E_2 соответственно.

Дисперсионное соотношение для капиллярных движений жидкости в анализируемой системе было получено в [4]. В безразмерных переменных, когда $g = \rho_2 = \gamma = 1$, оно имеет вид:

$$\begin{aligned}
&-\alpha^2\left(s^2(1+s\beta)n + sk\Theta d\right) - sk^3H\lambda \\
&+(1+s\beta)^2\Big(s^4(\rho+1)n - 4s^2k^3\nu^2(\rho-1)^2d \\
&+4s^3k^2\nu(\rho-1)m + 4\rho s^4k\Big) \\
&+(1+s\beta)\Big(s^3k^2\theta n + s^3k\theta(\rho+1)d \\
&+k(H+\Lambda s^2)(sm - 2sk^2\theta\nu(\rho-1)d\Big) = 0, \qquad (1)
\end{aligned}$$

где

$$n = \rho\Big(\sqrt{k^2+s/\nu_2} - k\Big) + \Big(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\Big),$$

$$m = \rho\Big(\sqrt{k^2+s/\nu_2} - k\Big) - \Big(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\Big),$$

$$d = \Big(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\Big)\cdot\Big(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\Big),$$

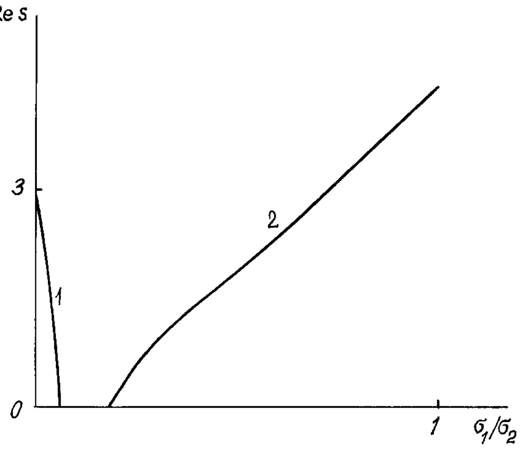
$$\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad \beta = \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{4\pi(\sigma_1+\sigma_2)}, \quad \rho = \rho_1,$$

$$\alpha^2 = (1+s\beta)\Big(k(\rho-1) - k^3\Big) + k^2F,$$

$$F = W(1-\sigma)\Big(s\beta\frac{1-\sigma}{1+\varepsilon} + \frac{1+\varepsilon\sigma^2}{1+\sigma}\Big),$$

$$H = W(1-\varepsilon\sigma)\Big(s\beta\left[1-\frac{1-\sigma}{1+\varepsilon}\right] + \frac{2\sigma}{1+\sigma}\Big), \quad W = \frac{\varepsilon_1E_{10}^2}{4\pi},$$

$$\Theta = W(1-\varepsilon\sigma)\beta\Big(1-\frac{1+\sigma}{1+\varepsilon}\Big), \quad \Lambda = W(1-\varepsilon\sigma)\beta\Big(1-\frac{1-\sigma}{1+\varepsilon}\Big).$$



Зависимости вещественной $\mathrm{Re}s = \mathrm{Re}s(\sigma_1/\sigma_2)$ компоненты комплексной частоты от отношения удельных проводимостей верхней σ_1 и нижней σ_2 жидкостей при $k = 1$, $\nu = 0.1$, $\varepsilon = 0.1$, $\rho = 0.01$, $\beta = 0.01$, $W = 2.15$.

Численные расчеты по дисперсионному уравнению (1) приведены на рисунке в виде зависимостей положительной вещественной компоненты частоты $\mathrm{Re}s = \mathrm{Re}s(\sigma_1/\sigma_2)$ от отношения удельных проводимостей верхней σ_1 и нижней σ_2 жидкостей. На приведенном рисунке обе ветви соответствуют апериодическим неустойчивостям типа неустойчивости Тонкса–Френкеля, по-разному, однако, себя ведущим с увеличением σ_1/σ_2: ветвь *1* убывает с ростом σ_1/σ_2, а ветвь *2* при этом увеличивается.

Следует отметить, что ветвь *1* начинается на одной оси используемой системы координат и кончается на другой. Ветвь же *2* появляется с нижнего листа двулистной римановой поверхности, на которой определено дисперсионное отношение (1), в области $\mathrm{Re}s < 0$ и затем переходит в область $\mathrm{Re}s > 0$.

Список литературы

[1] *Коженков В.И., Фукс Н.А.* // Успехи химии. 1976. Т. 45. № 12. С. 2274–2284.
[2] *Bailey A.G.* // Atomisation and Spray Technology. 1986. V. 2. P. 95–134.
[3] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.
[4] *Melcher J.R., Schwarz W.J.* // Phis. Fluids, 1968. V. 11. N 12. P. 2604–2616.