

01;03

О неустойчивости заряженной свободной поверхности растворов инактивных веществ

© А.И. Григорьев, Д.Ф. Белоножко, С.О. Ширяева

Ярославский государственный университет

Поступило в Редакцию 19 февраля 1997 г.

Показано, что одновременная реализация неустойчивости свободной поверхности раствора инактивного вещества по отношению к величине его концентрации и неустойчивости Тонкса–Френкеля приводит к перезамыканию друг на друга дисперсионного уравнения, соответствующих каждой из неустойчивостей по отдельности и формированию двух новых композитных ветвей неустойчивых движений жидкости, из которых одна ветвь характеризуется инкрементами большими, чем инкременты из исходных неустойчивостей по отдельности.

Инактивные вещества, повышающие величину поверхностного натяжения жидкости, в которой растворяются, могут вызвать неустойчивость капиллярных волн на поверхности раствора. Взаимодействие такой неустойчивости с неустойчивостью поверхности жидкости по отношению к собственному или индуцированному заряду (с неустойчивостью Тонкса–Френкеля) представляет известный интерес в связи с многочисленными приложениями в технической физике, геофизике и технологии.

Будем решать задачу о расчете спектра капиллярных движений в вязкой несжимаемой идеально проводящей жидкости бесконечной глубины, находящейся в поле тяжести \mathbf{g} и в нормальном к свободной поверхности электростатическом поле \mathbf{E} . Пусть жидкость имеет плотность ρ , кинематическую вязкость ν и в ней с концентрацией C растворено некое поверхностно активное вещество ПАВ. ПАВ будет выходить на поверхность, где распределится в невозмущенном состоянии с поверхностной концентрацией Γ_0 . Пусть σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкой поверхности при наличии ПАВ; μ_n и μ_p — химические потенциалы объемной и поверхностной фаз ПАВ. Примем, что время релаксации ПАВ между поверхностью и областью объемного раствора, прилегающей к поверхности, мало по сравнению

с периодом $2\pi/\omega_0$ возмущения, которое вызвано волной с частотой ω_0 . Это означает, что поверхностная и объемная фазы раствора находятся в состоянии равновесия. Напряженность электрического поля \mathbf{E} у поверхности жидкости определяется разностью потенциалов между поверхностью жидкости, поддерживаемой при потенциале $\Phi_1 = 0(z \rightarrow -\infty)$, и параллельным поверхности жидкости противоэлектродом при $z = b$, имеющим потенциал $\Phi_2 = V$.

Декартова система координат расположена так, что ось \mathbf{z} направлена вертикально вверх $\mathbf{n} \parallel -\mathbf{g}$ (\mathbf{n}_z — орт декартовой координаты z), а ось x — по направлению движения плоской капиллярной волны $\sim \exp(st + ikx)$. Принимается, что плоскость $z = 0$ совпадает со свободной невозмущенной поверхностью жидкости (s — комплексная частота, k — волновое число, t — время, i — мнимая единица). Функция $\xi(x, t) = \xi_0 \exp(st + ikx)$ описывает малое возмущение равновесной плоской поверхности жидкости, вызванное тепловым капиллярным волновым движением весьма малой ($\xi_0 \sim (kT/\gamma)^{1/2}$) амплитуды; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ — поле скоростей движения жидкости, вызванного возмущением $\xi(x, t)$, имеет тот же порядок малости.

В безразмерных переменных, в которых $g = \rho = \sigma = 1$, дисперсионное уравнение для капиллярных движений жидкости в анализируемой системе [1,2]:

$$\begin{aligned}
 & -s^2(s + 2\nu k^2)^2 \left\{ s + D_* k^2 + L\sqrt{D(s + Dk^2)} \right\} \\
 & + \omega_0^2 \left\{ \chi_0 k^2 s (k - \sqrt{k^2 + s/\nu}) - s^2 \left(s + D_* k^2 + L\sqrt{D(s + Dk^2)} \right) \right\} \\
 & + 4\nu^2 k^3 s^2 \left\{ s + D_* k^2 + L\sqrt{D(s + Dk^2)} \right\} \\
 & \times \sqrt{k^2 + 3/\nu} - s^3 \chi_0 k^2 \sqrt{k^2 + s/\nu} = 0; \tag{1}
 \end{aligned}$$

$$\omega_0^2 = k^3 + k - Wk^2 \operatorname{cth}(kb); \quad \chi_0 = \frac{\partial \sigma}{\partial \Gamma} \Gamma_0; \quad L = \left(\frac{\partial \mu_n}{\partial \Gamma_0} \right) / \left(\frac{\partial \mu_p}{\partial C_0} \right);$$

$$W = \frac{\varepsilon E_0^2}{4\pi}; \quad E_0 = V/b.$$

D_* — коэффициент поверхностной диффузии ПАВ; W характеризует давление электрического поля на заряженную поверхность жидкости или, что то же самое, поверхностную плотность заряда. Величина χ_0 имеет смысл упругой постоянной и изменяется от -1 до $+1$. Область значений $\chi_0 < 0$ соответствует обычным ПАВ, уменьшающим величину поверхностного натяжения свободной поверхности жидкости σ , а область $\chi_0 > 0$ соответствует инактивным ПАВ, увеличивающим величину σ ; L — имеет смысл характерной обратной линейной длины изменения объемной концентрации ПАВ вблизи поверхности: $L \sim (\sigma D^2 / \rho g^3)^{-1/4}$.

Как показано в [2], в приближении, линейном по малым величинам U и ξ , поверхность раствора инактивного вещества (когда $\chi_0 > 0$) неустойчива: амплитуды тепловых капиллярных волн экспоненциально нарастают со временем с инкрементом, увеличивающимся с ростом χ_0 . Суть явления в том, что снижение концентрации инактивной примеси уменьшает поверхностное натяжение, и большей площади свободной поверхности раствора соответствует меньшее поверхностное натяжение. Система, стремясь перейти в состояние с меньшей поверхностной энергией, увеличивает свою площадь, что влечет уменьшение поверхностной концентрации инактивного вещества, т. е. неустойчивость проявляется в приращении площади поверхности, сопровождающемся уменьшением поверхностной концентрации, а также параметра χ_0 . Приращение площади, ввиду несжимаемости жидкости, осуществляется за счет изменения рельефа свободной поверхности. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока отрицательная обратная связь между поверхностной и объемной фазами инактивного вещества за счет диффузионного обмена не будет в состоянии компенсировать вариации поверхностной концентрации примеси (они возникают ввиду деформации свободной поверхности) за время, меньшее, чем характерное время возмущения. В рамках линейной по малым параметрам теории нельзя сказать, каковы будут амплитуды стационарных возмущений свободной поверхности, связанные с обсуждаемым эффектом, но, поскольку вариации величины коэффициента поверхностного натяжения за счет локального изменения концентрации инактивного вещества не превышают десятых долей от невозмущенного значения, можно ожидать увеличения амплитуд тепловых капиллярных волн примерно на порядок: от единиц до десятков ангстрем. Результатом реализации обсуждаемой неустойчивости будет формирование на поверхности негладкого рельефа и установления для

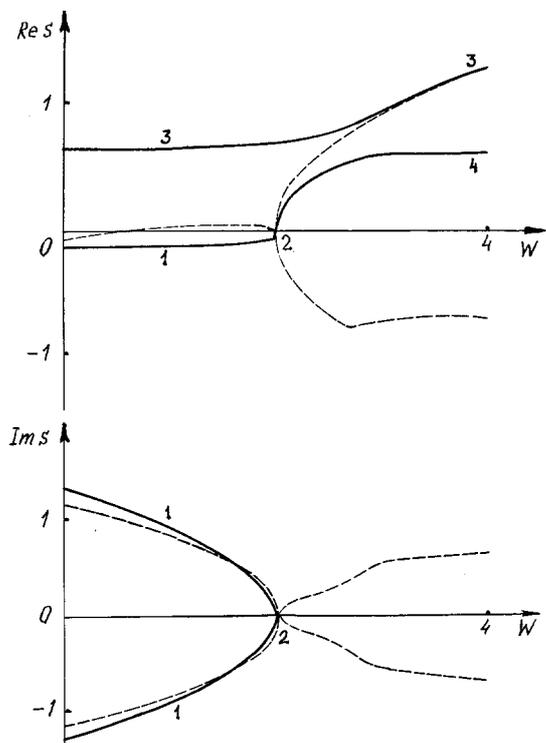


Рис. 1. Зависимости от величины безразмерного параметра W , характеризующего давление электрического поля, вещественной $\text{Re } s = \text{Re } s(W)$ и мнимой $\text{Im } s = \text{Im } s(W)$ компонент безразмерной частоты, рассчитанные при $k = 1$; $\nu = 0.1$; $L = 500$; $D = 3 \cdot 10^{-6}$; $D_* = 3 \cdot 10^{-5}$; $\chi_0 = 0.5$; $b = 10$. Пунктирные линии соответствуют ненаблюдаемым ветвям, лежащим на нижнем листе римановой поверхности, на которой определено уравнение (1).

такой поверхности поверхностной концентрации $\chi_0 = \chi_0(x)$, сопровождающегося появлением периодических приповерхностных потоков инактивного вещества.

Кроме обсуждаемой неустойчивости в рассматриваемой системе при $W > 2$ будет реализовываться неустойчивость Тонкса-Френкеля [3]. Детальный численный анализ дисперсионного уравнения (1) показывает,

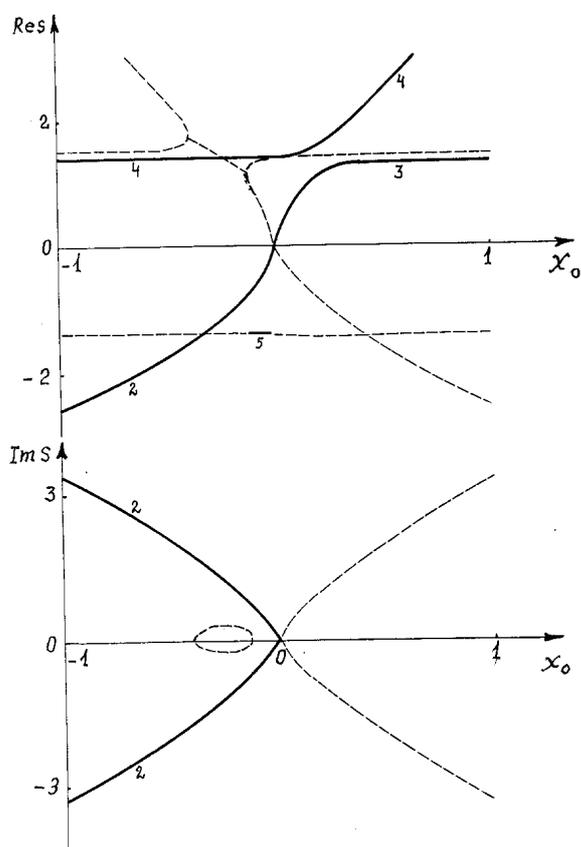


Рис. 2. Зависимость $\text{Res} = \text{Res}(\chi_0)$ и $\text{Im} S = \text{Im} S(\chi_0)$ от величины безразмерного параметра χ_0 , рассчитанные при $k = 1$; $\nu = 0.01$; $L = 500$; $D = 10^{-6}$; $d_* = 10^{-6}$; $W = 2$; $b = 10$.

что обе рассматриваемые неустойчивости могут взаимодействовать, формируя две новые композиционные неустойчивости, которые и представлены на рис. 1 и 2 ветвями 3 и 4. Ветвь 1 описывает капиллярное волновое движение, ветвь 2 — волновое движение, связанное с перераспределением ПАВ.

На рис. 1 приведены зависимости вещественной $\text{Res} = \text{Res}(W)$ и мнимой $\text{Im}s = \text{Im}s(W)$ компонент частоты от величины безразмерного параметра W , характеризующего поверхностную плотность заряда. На рис. 2 приведены зависимости $\text{Res} = \text{Res}(\chi_0)$ и $\text{Im}s = \text{Im}s(\chi_0)$ от величины безразмерного параметра χ_0 , рассчитанные численно по (1). Легко видеть, что обе зависимости выглядят качественно одинаково, хотя аргументы у них разные. Независимо от того, с чем связана начальная неустойчивость: с наличием в растворе инактивного вещества ($\chi_0 > 0$) или с большой величиной поверхностного заряда ($W > 2$), увеличение влияния второго из обсуждаемых факторов (W или χ_0 соответственно) приводит к росту величины инкремента первоначальной неустойчивости, тогда как инкремент второй неустойчивости не превышает величины инкремента начальной неустойчивости. При одновременном развитии обеих неустойчивостей ветви дисперсионного уравнения, соответствующие неустойчивости Тонкса–Френкеля и неустойчивости капиллярных волн в растворе инактивного вещества по отдельности не реализуются, а происходит перезамыкание этих ветвей друг на друга с образованием ветвей 3 и 4.

Список литературы

- [1] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
- [2] Белоножко Д.Ф., Ширяева С.О., Григорьев А.И. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. № 15. С. 60–64.
- [3] Григорьев А.И., Григорьев О.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1992. Т. 62. № 9. С. 12–21.