

07;12

Появление пространственной неустойчивости при параметрическом четырехволновом взаимодействии с диагонально-биполярным откликом среды

© С.А. Подошведов

Челябинский технический университет

Поступило в Редакцию 20 декабря 1996 г.

Методом анализа уравнений на фазовой плоскости решена система уравнений, описывающих четырехволновое смешение в средах с диагонально-биполярной нелинейностью. Теоретически показано, что при определенных параметрах взаимодействующих волн могут возникать параметрические неустойчивости. Выявлена сильная зависимость преобразования мощности смешиваемых волн от начального сдвига их фаз.

В [1] было показано, что в средах с определенными свойствами нелинейного отклика диссипация световой энергии приводит к изменению показателей преломления с разными знаками. Так, в нематических жидких кристаллах имеет место: $\partial n_e / \partial T < 0$, $\partial n_o / \partial T > 0$, причем $|\partial n_e / \partial T| / |\partial n_o / \partial T| > 5$. Данная нелинейность ведет к параметрической связи между волнами при возбуждении статистических решеток. Гамильтонова природа нелинейного параметрического четырехволнового смешения позволяет точно (без различных упрощений) описать данный процесс на фазовой плоскости. В ранней работе [2] четырехволновое смешение рассматривалось для усиления слабых волн в приближении неистопаемой волны накачки. Точное решение задачи дает возможность увидеть все "тонкости", которые могут иметь место при четырехволновом взаимодействии.

Пусть на слой кристалла с оптической осью вдоль n , практически симметрично относительно оптической оси, падают две однонаправленные эллиптически поляризованные волны. Каждая волна дает начало преломленным волнам e - и o -типа, причем две волны распространяются

под углом δ , а другие две волны под углом δ' относительно друг друга. Тогда укороченные уравнения, описывающие четырехволновое смешение в средах с диагонально-биполярной нелинейностью, имеют следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dz} &= -\frac{i\pi C_e}{\lambda n_e \cos^2 \theta} \left((\Theta_0 + A_e b_e \cos^2 \theta' |E_3|^2) E_1 \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + A_0 b_0 \cos \theta' E_2 E_3 E_4^* \exp(i\Delta k_z z) \right), \\ \frac{dE_2}{dz} &= \frac{i\pi C_0}{\lambda n_0 \cos(\theta + \delta)} \left((\Theta_0 + A_0 b_0 |E_4|^4) E_2 \right. \\ &\quad \left. + A_e b_e \cos \theta \cos \theta' E_1 E_3^* E_4 \exp(-i\Delta k_z z) \right), \\ \frac{dE_3}{dz} &= -\frac{i\pi C_e}{\lambda n_e \cos^2 \theta'} \left((\Theta_0 + A_e b_e \cos^2 \theta |E_1|^2) E_3 \cos \theta' \right. \\ &\quad \left. + A_0 b_0 \cos \theta E_1 E_2^* E_4 \exp(-i\Delta k_z z) \right), \\ \frac{dE_4}{dz} &= \frac{i\pi C_0}{\lambda n_0 \cos(\theta' + \delta')} \left((\Theta_0 + A_0 b_0 |E_2|^2) E_4 \right. \\ &\quad \left. + A_e b_e \cos \theta \cos \theta' E_1^* E_2 E_3 \exp(i\Delta k_z z) \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta_0 = A_0(|E_2|^2 + |E_4|^2) + A_e(|E_1|^2 \cos^2 \theta + |E_3|^2 \cos^2 \theta')$, $C_e = -|C_e|$, $C_0 = |C_0|$ — вещественные коэффициенты ($C_e C_0 < 0$ есть условие биполярности); при нагреве среды разность коэффициентов A_0 и A_e определяется дихроизмом поглощения света; n_0 и n_e есть коэффициенты преломления обыкновенной и необыкновенной волн; λ есть длина волн, участвующих во взаимодействии; b_0 и b_e определяют эффективность записи статических решеток обыкновенной и необыкновенной волнами; углы θ и θ' — углы схождения волн и $\Delta \mathbf{k}_z = (\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_4)_z$ есть проекция волновой расстройки на направление распространения (ось z). Коэффициенты A_0 , A_e , b_0 , b_e являются положительными вещественными величинами.

Система уравнений (1) имеет следующие сохраняющиеся величины (интегралы движения): $a|E_1|^2 + |E_2|^2 + b|E_3|^2 + c|E_4|^2 = P$, $a|E_1|^2 - |E_2|^2 = D_1$ и $b|E_3|^2 - c|E_4|^2 = D_2$, где $a = (A_e b_e C_0 n_e$

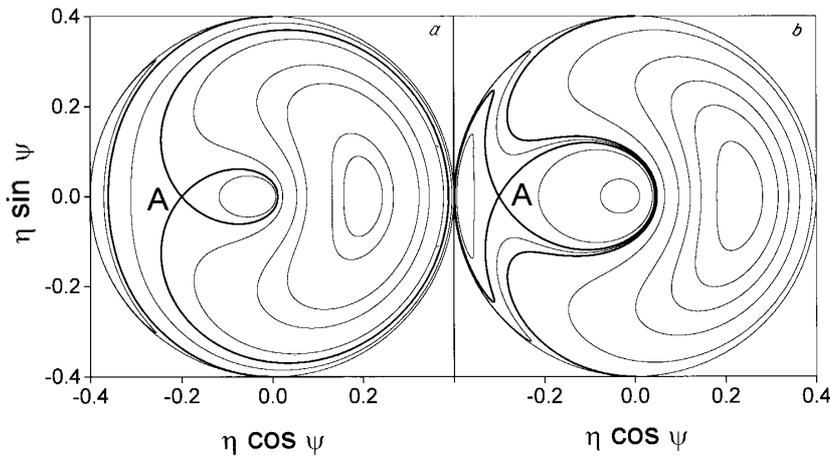


Рис. 1. Фазовые портреты: *a* — для $k = 0$, *б* — для $k = 0.4$.

$\times \cos^3 \theta') / (A_0 b_0 C_e n_0 \cos(\theta + \delta))$, $b = (A_e b_e C_0 n_e \cdot \cos^3 \theta') / (A_0 b_0 C_e n_0 \times \cos(\theta + \delta))$ и $c = \cos(\theta' + \delta') / \cos(\theta + \delta)$. Переходя к новым переменным: $E_1 = q_1 \sqrt{P/a}$, $E_2 = q_2 \sqrt{P}$, $E_3 = q_3 \sqrt{P/b}$ и $E_4 = q_4 \sqrt{P/c}$, интегралы движения можно записать как: $|q_1|^2 + |q_2|^2 + |q_3|^2 + |q_4|^2 = 1$, $|q_1|^2 - |q_2|^2 = d_1$ и $|q_3|^2 - |q_4|^2 = d_2$, где $d_1 = D_1/P$ и $d_2 = D_2/P$.

Данная замена переменных позволяет свести исходную систему (1) к двум дифференциальным уравнениям для $\eta(s) = |q_2|^2$ и $\psi = ks + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_1 - \varphi_4(\varphi_i)$ (здесь φ_i ($i = 1 - 4$) — фазы соответствующих световых волн: $d\eta/ds = -\partial H/\partial \psi$ и $d\psi/ds = \partial H/\partial \eta$ с Гамильтонианом H :

$$H = \sqrt{\eta(d_1 + \eta)(1 - d_1 + d_2 - 2\eta)(1 - d_1 - d_2 - 2\eta)} \cos \psi - \frac{\eta^2}{2}(r_{23} + r_{13} + r_{43} + r_{33}) + \eta \left(r_{23} \frac{1 - d_1 - d_2}{2} + r_{13} \frac{1 - d_1 + d_2}{2} - r_{33} d_1 + k \right), \quad (2)$$

где $s = zp$, $k = \Delta \mathbf{k}_z / \rho$, $\rho = (\pi C_e A_0 b_0 P / \lambda n_e) \times \sqrt{\cos(\theta + \delta) \cos \theta / \cos(\theta' + \delta') \cos \theta'}$, а коэффициенты r_{ij} зависят только от параметров среды и геометрии эксперимента. Для простоты

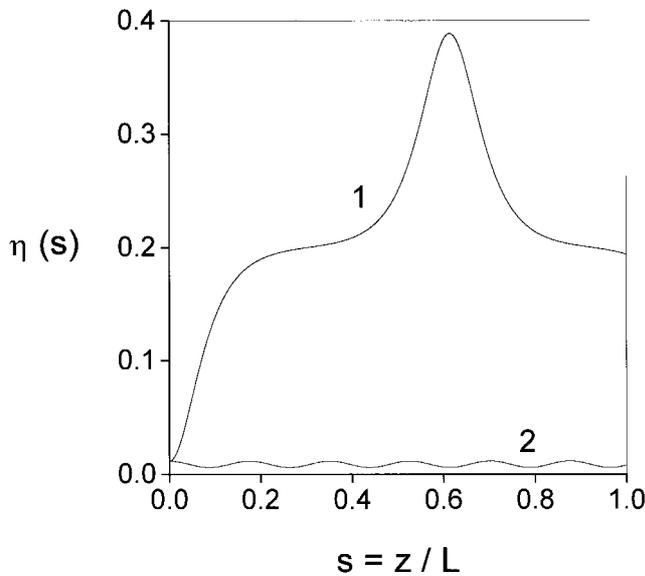


Рис. 2. Влияние относительной начальной фазы на энергообмен между световыми волнами.

в (2) предполагалось, что $\cos \theta = \cos \theta'$ и $\cos(\theta + \delta) = \cos(\theta' + \delta')$ при получении коэффициентов r_{ij} . Коэффициенты r_{ij} имеют следующий вид: $r_{23} = r_{43} = 1/r_{13} = 1/r_{33} = C_0 n_e \cos \theta / C_{en0} \cos(\theta + \delta)$. Все остальные q_i выражаются через η как $|q_1|^2 = \eta + d_1$, $|q_3|^2 = (1 - d_1 + d_2 - 2\eta)/2$ и $|q_4|^2 = (1 - d_1 - d_2 - 2\eta)/2$.

Можно показать, что энергообмен между волнами, описываемый (1), сильно зависит от двух бифуркационных параметров: $r = r_{23} + r_{43} + r_{13} + r_{33}$ и k . Для рассмотренных в работе величин $d_1 = d_2 = 0.1$, $r_{er} = 4.33$. Так, при $r_{23} = 0.25$ имеет место $r = 8.5 > r_{cr}$, что приводит к появлению параметрически неустойчивой собственной моды Гамильтониана [3,4] при некоторых значениях безразмерного параметра k . На рис. 1, а, б представлены фазовые портреты ($H = \text{const}$) соответственно для $k = 0$ и $k = 0.4$. Неустойчивая мода, обозначенная на рис. 1 буквой А, дает начало двухпетлевой сепаратрисы (все сепаратрисы выделены более толстыми

линиями). Стоит отметить различие формы двухпетлевых сепаратрис при различных k . Как следствие несимметричности фазовых портретов относительно вертикальной оси, существует сильная зависимость преобразования мощности между волнами от начальной относительной фазы волн. На рис. 2 показано, как эволюционирует начальная слабая волна $\eta = |E_2|^2/P$ с расстоянием z/L (L — длина среды). Кривая 1 получена для случая, когда $\psi_0 = \psi(z=0) = 0$, а кривая 2 для $\psi_0 = \pi$ (здесь $k = 0$).

Список литературы

- [1] Зельдович В.Я., Табирян Н.В. // УФН. 1985. Т. 147. С. 633.
- [2] Галстян Т.В., Зельдович В.Я., Ям Чун Ку, Табирян Н.В. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. С. 737.
- [3] Trillo S., Wabnitz S. // Opt. Letters. 1992. V. 17. N 22. P. 1572.
- [4] Gregori G., Wabnitz S. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 600.