01;05.1;08

Отрицательное смещение ограниченных пучков изгибных волн в тонких пластинах

© *Н.С. Шевяхов*

Институт радиотехники и электроники РАН, Ульяновский филиал

Поступило в Редакцию 19 ноября 1996 г.

В работе на примере изгибных волн в тонкой пластине показано, что отрицательное смещение пучка осуществимо при определенных условиях в чисто механических системах.

В работе [1] предсказывалось аномальное — отрицательное смещение пучка сдвиговых волн, отраженного от свободной границы пьезокристалла. Аналогичный эффект рассматривался теоретически, вначале в [2] и повторно в [3], для отражения ограниченного пучка сдвиговых волн от границы намагниченного феррита-граната с вакуумом. Применительно к случаю, рассмотренному в [1], в работе [4] было показано, что отрицательное, т. е. противоположно направленное волновому распространению с продольной координатой, смещение пучка при отражении есть следствие возникновения в самом кристалле для каждой слагающей пучок монохроматической компоненты отрицательно же направленного вдоль границы и локализованного у границы потока энергии, образуемого наложением полей объемных волн с полями приграничных сопутствующих электрических колебаний. Ниже, на примере изгибных волн в тонкой пластине, показывается, что отрицательное смещение пучка при отражении вовсе не является результатом, характерным только для кристаллов с комплексом сопряженных физических свойств (пьезоэффект [1], магнитоупругое взваимодействие [2,3]), и вполне осуществимо при определенных условиях в чисто механических системах. (С некоторой долей риска можно утверждать, что отрицательное смещение пучка — явление общеволновой природы, возможное не только в акустике, но и в других областях физики.)

С предельно общих позиций из результатов работ [1,4] вытекает, что целенаправленный поиск эффекта отрицательного смещения пучка имеет смысл вести в материалах, в которых наряду с обычным объемным распространением волн существуют приграничные сопутствующие колебания или иной физической природы. Второе необходимое (не обязательно достаточное) условие существования отрицательного смещения пучка состоит в том, чтобы отражащая граница была непреломляющей или непрозрачной для объемных волн. В этой связи типичны тонкие пластины, в которых, как специфическое проявление геометрической дисперсии, наинизшей антисимметричной моде — изгибной волне, сопутствуют у краев пластины т. н. неоднородные (приповерхностные) изгибные колебания, являющие собой аналог сопутствующих приповерхностных электрических [1] или магнитостатических [2,3] колебаний в кристаллах. Реализуя второе условие, можно выбирать между случаями жестко защепленного или свободнго края пластины (непрозрачная граница) и линией шарнирного опирания бесконечной пластины (непреломляющая граница).

Примем, что тонкая пластина занимает в системе координат $xOyz$ полуплоскость xOy, $x \leqslant 0$, и в обычном пренебрежении сдвигом и инерцией вращения [5] описывается уравнением

$$D\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4}\right) + \rho h \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$

где D — цилиндрическая жесткость, h — толщина, ρ — плотность, U — отклонение пластины от положения равновесия, t — время. Для наклонного падения плоской монохроматической изгибной волны с амплитудой U_0 и частотой ω на край пластины $x = 0$ решение уравнения (1) при $x \leqslant 0$ выглядит следующим образом:

$$U = U_0 \exp\left[i(k_y y - \omega t)\right]\left[\exp(ik_x x) + R\exp(-ik_x x) + A\exp(qx)\right]. \qquad (2)$$

Здесь R — коэффициент отражения изгибной волны, A — амплитудный коэффициент неоднородных изгибных колебаний, спадающих в глубь пластины с коэффициентом $q = \sqrt{k^2 + k_y^2}$, $k_x = \sqrt{k^2 - k_y^2}$, k_y — проекция волнового вектора изгибных волн на край пластины, $k = \sqrt{\omega}(\rho h/D)^{1/4}$ — волновое число изгибной волны.

Жестко защемленному краю пластины отвечают граничные условия: $U|_{x=0} = 0$, $\partial U/\partial x|_{x=0} = 0$, приводящие при подстановке в них (2) к выражению

$$R = \exp(i\varphi), \qquad \varphi = 2\mathrm{arctg}(q/k_x). \qquad (3)$$

Продольное смещение Δ узконаправленного, однородного в сечении ограниченного пучка определяется, как известно [6], формулой

$$\Delta = -\frac{d\varphi(k_y)}{dk_y}\Big|_{k_y = k\sin\theta}. \tag{4}$$

Поэтому представляя, согласно (3), угол сдвига фазы φ, отраженной от края пластины изгибной волны как функцию k_y, и подставляя в (4), получим

$$\Delta = -\frac{2tg\theta}{k\sqrt{1+\sin^2\theta}}. \tag{5}$$

Отсюда, как и предполагалось, видно, что продольное смещение пучка изгибных волн, причем как и в [1] для любых углов падения пучка θ , является отрицательным: $\Delta < 0$. Из формулы (5) также следует, что, за исключением области малых углов скольжения пучка $\alpha = \pi/2 - \theta$, где геометрическое рассмотрение, приводящие к формуле (4), вообще говоря, теряет силу, величина Δ хотя и превосходит обычно в несколько раз ОСП при отражении от свободной металлизированной границы пьезоэлектрика с высокой электромеханичекой связью [1], но все еще остается малой. Надежды на наблюдаемость эффекта связываются, однако, с тем, что в соответствии с дифракционной теорией отражения ограниченных пучков [7] величина Δ имеет максимум при углах скольжения $\alpha \sim (\omega k)^{-1/2}$, $k\omega \gg 1$, причем $|\Delta_{\max}| \sim (\omega/k)^{1/2}$, ω — ширина пучка. Поэтому при обеспечении условия $|\Delta_{\max}| > 10\,2\pi/k$ и в связи с отсутствием (в отличие от кристаллов) жестких ограничений на протяженность пластины шансы на успех наблюдения ОСП представляются вполне реальными.

Рассмотренный случай пластины с жестко защемленным краем является, по-видимому, наиболее интересным. Так, для бесконечной пластины, шарнирно опертой по линии отражения $x = 0$, отрицательное смещение пучка хотя и имеет место, но вдвое меньше того, что предсказывает формула (5). В случае же свободного края пластины смещение ограниченного пучка изгибных волн, оцененное по формуле (4), оказывается в зоне действия этой формулы (при достаточно больших углах скольжения) и вовсе положительным: $\Delta > 0$. Данные факты указывают на снижение роли динамических переменных $\partial^2 U/\partial x^2$ (изгибающий момент), $\partial^3 U/\partial x^3$ (перерезывающая сила) поля приграничных изгибных колебаний в формировании отрицательного приграничного потока энергии вдоль линии отражения изгибных волн в пластине с предоставлением последней большей кинематической свободы на линии отражения. Добавим, что отрицательный приграничный поток энергии вдоль линии отражения в пластине образуется в основном за счет наложения укзанного динамического поля приграничных изгибных колебаний на кинематическое (в переменных U, $\partial U/\partial x$) поле падающей и отраженной изгибной волны.

Список литературы

[1] *Лямшев Л.М., Шевяхов Н.С.* // Акуст. журн. 1975. Т. 21.В. 6. С. 951–952.
[2] *Барабанщиков И.В., Лямшев Л.М., Шевяхов Н.С.* // Докл. IX Всесоюзн. Акуст. конф. М.: АКИН, 1977. Ч. В. С. 127–130.
[3] *Филиппов В.В., Ян О.В.* // ДАН БССР. 1987. Т. 31. В. 3. С. 213–215.
[4] *Марышева Т.Н., Шевяхов Н.С.* // Акуст. журн. 1986. Т. 32. В. 3. С. 413–415.
[5] *Тимошенко С.П., Войновский–Кригер С.* Пластинки и оболочки. М.: Физматгиз, 1963. 575 с.
[6] *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд. АН СССР, 1957. 502 с.
[7] *Годин О.А.* // ЖТФ. Т. 55. В. 1. С. 17–25.