01;03;04

Особенности гидродинамических характеристик высоковольтного электрического разряда в жидкости при двухимпульсном законе ввода мощности

© *А.И. Вовченко, В.Г. Ковалев, В.А. Поздеев*

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, Николаев

Поступило в Редакцию 28 ноября 1996 г.

В работе рассмотрена внешняя гидродинамическая задача подводного электрического разряда при двухимпульсном законе ввода мощности в канал. В результате аналитического решения задачи показано, что функция давления на стенке канала является последовательностью убывающих по амплитуде импульсов, а функция давления для фиксированной точки волнового поля — последовательностью возрастающих импульсов.

Обычно при электрическом разряде в жидкости закон ввода мощности имеет вид одиночного импульса, на активной стадии процесса радиус плазменного канала описывается гладкой возрастающей функцией времени, а давление в канале имеет вид одиночного импульса [1]. В работах [2–4] теоретически показано, что путем параметрического изменения характеристик разрядной цепи можно в достаточно широких пределах изменять закон ввода мощности и, как следствие, получать импульсы давления сложной формы. В [5] экспериментально методом отключения в определенный момент времени части активного сопротивления в разрядной цепи удалось получить закон ввода мощности в виде двух импульсов с ростом амплитуд. Покажем, что в этом случае поведение функций давления имеет особенности.

Рассмотрим внешнюю гидродинамическую задачу определения поля давления в сжимаемой идеальной жидкости при расширении цилиндрического плазменного канала. Временно́й закон изменения радиуса канала во времени описывается функцией линейного роста с наложением пульсаций малой амплитуды и изломами кривой в точках, соответствующих точкам излома кривой ввода мощности в канал

$$R_n(t) = R_0 + v_0 t + R_1 \cdot |\sin \omega_0 t|, \tag{1}$$

где R_0 — радиус канала в момент времени $t = 0$; v_0 — скорость линейного роста радиуса; R_1 — амплитуда польсаций; ω_0 — круговая частота, связанная с периодом пульсаций соотношением $\omega_0 = \pi/T_0$. Так как максимальная скорость расширения канала не превышает значения 300 м/с, для описания динамики жидкости воспользуемся линейным волновым уравнением. В то же время радиус канала меняется в десятки раз, поэтому кинематическое граничное условие следует задать на текущем положении подвижной границы канала [6]. В соответствии со сказанным математическая постановка задачи имеет вид

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0; \tag{2}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad p = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}; \tag{3}$$

$$v\big|_{r=R_{\text{п}}(t)} = v_{\text{п}}(t); \quad p\big|_{r=R_{\text{п}}(t)} p_{\text{п}}(t), \tag{4}$$

где ϕ — потенциал скоростей вызванного движения среды; r — радиальная координата; c_0 — невозмущенная скорость звука; ρ_0 — невозмущенная плотность среды; v, p — скорость и давление среды; $v_{\text{п}}$, $p_{\text{п}}$ — соответствующие параметры канала. Кроме того, потенциал скоростей должен удовлетворять нулевым начальным условиям и условию излучения. Заметим, что в силу малости амплитуды пульсации в (4) можно принять

$$\begin{aligned} R_{\text{п}}(t) &\simeq R_0 + v_0 t; \\ v_{\text{п}}(t) &= v_0 + v_1 \cdot \cos \omega_0 (t - t_i), \end{aligned} \tag{5}$$

где t_i — точка излома кривой $(t_i = iT_0,\ i = 0, 1, 2)$, $v_1 = R_1 \omega_0$.

Так как точное решение волнового уравнения (2) вызывает большие математические трудности, воспользуемся приближением вида

$$\phi(r, t) = f(t^0)/r^{1/2}, \tag{6}$$

где t^0 — волновой аргумент ($t^0 = t - (r - R_0)/c_0$). Решение поставленной задачи (1)–(6) получим методом нелинейного преобразования времени [7], в соответствии с которым имеем

$$\bar{p}_{\text{п}}(t) = \bar{v}_{\text{п}}(t) - \frac{1}{2R_{\text{п}}(t)} \cdot \exp\left[-\frac{c_0}{2}\int_0^t \frac{dr}{R_{\text{п}}(\tau)}\right]$$

$$\times \int_0^t v_{\text{п}}(\tau)\left[1 - \frac{1}{c_0}\frac{dR_{\text{п}}}{d\tau}\right] \cdot \exp\left[\frac{c_0}{2}\int_0^\tau \frac{d\tau_1}{R_{\text{п}}(\tau_1)}\right] d\tau, \qquad (7)$$

где $\bar{p}_{\text{п}} = p_{\text{п}}/(\rho_0 c_0^2)$, $\bar{v}_{\text{п}} = v_{\text{п}}/c_0$. С учетом (5) выражение (7) принимает вид

$$\bar{p}_{\text{п}}(t) = \frac{3M_0^2}{1+2M_0}\left[1 + \frac{1-M_0}{3M_0}\left(1 + \frac{v_0 t}{R_0}\right)^{-(1+1/2M_0)}\right] + M_1\left[\cos\omega_0(t - t_i)\right.$$

$$\left. - \frac{(1-M_0)c_0}{2R_0\left(1+\frac{v_0 t}{R_0}\right)^{(1+1/2M_0)}} \int_0^t \cos\omega_0(\tau - t_i)\left(1 + \frac{v_0\tau}{R_0}\right)^{1/2M_0} d\tau\right], \qquad (8)$$

где $M_0 = v_0/c_0$, $M_1 = v_1/c_1$. В (8) первое слагаемое дает вклад от линейного роста радиуса канала и представляет собой убывающую функцию времени с выходом на постоянное значение, второе слагаемое имеет разрывы, а третье — изломы в точках $t = t_i$. Дополнительный анализ функции давления для стенки канала (8) показывает, что она представляет собой последовательность импульсов, убывающих по амплитуде.

Нетрудно показать, что связь функции давления для стенки канала с функцией давления для фиксированной точки волнового поля в общем случае имеет вид

$$p_{\text{п}}(t) = \left[\frac{r}{R_{\text{п}}(t)}\right]^{1/2} \cdot p\left(t - \frac{R_{\text{п}}(t) - R_0}{c_0}\right). \qquad (9)$$

Для конкретного случая кинематики канала (5) выражение связи (9) принимает вид

$$p(t) = \left(\frac{R_0}{r}\right)^{1/2} \cdot \left[1 + \frac{v_0(1+M_0)}{R_0}\right]^{1/2} \cdot p_{\text{п}}\big((1+M_0)t\big). \qquad (10)$$

Выражение (10) дает связь амплитуд и периодов для функции давления в фиксированной точке волнового поля с координатой r и соответствующих параметров функции давления для стенки канала вида (8). Совместный анализ выражений (8) и (10) позволяет сделать следующие выводы:

— функция давления для стенки полости при $M_0 > M_1$ имеет вид последовательности импульсов, убывающих по амплитуде;

— функция давления для фиксированной точки волнового поля имеет вид последовательности импульсов, возрастающих по амплитуде;

— период пульсации кривой давления на стенке канала равен периоду пульсации кривой ввода мощности T_0, а период пульсации кривой давления для фиксированной точки поля $T_1 = T_0/(1+M_0)$, т.е. импульсы испытывают поджатие.

Список литературы

[1] *Наугольных К.А., Рой Н.А.* Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971. 151 с.
[2] *Иванов А.В., Вовченко А.И., Богаченко О.А.* // Техническая электродинамика. 1981. № 6. С. 15–20.
[3] *Иванов В.В.* // Электрон. обраб. материалов. 1982. № 3. С. 30–35.
[4] *Вовченко А.И.* // Техническая электродинамика. 1983. № 1. С. 12–15.
[5] *Вовченко А.И., Поздеев В.А., Штомпель И.В.* // Техническая электродинамика. 1985. № 3. С. 16–19.
[6] *Поздеев В.А.* // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 1. С. 164–165.
[7] *Поздеев В.А.* // Прикл. математика и механика. 1991. № 6. С. 1055–1058.