

01;05;12

Фрикционные автоколебания, обусловленные деформированием шероховатостей контактирующих поверхностей

© Ф.М. Бородич, И.В. Крюкова

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики

Поступило в Редакцию 27 ноября 1996 г.

В работе проведено численное моделирование динамических процессов, обусловленных трением при скольжении плоских тел. Показано, что фрикционные автоколебания могут возникать и в чисто упругой системе, в которой нет разницы между статическим и динамическим коэффициентами трения, а материал в каждой точке шероховатой поверхности деформируется линейно-упруго.

Вопросам теоретического и экспериментального изучения динамических процессов, обусловленных трением, возникающим при скольжении номинально плоских тел относительно друг друга, посвящены многочисленные работы (см. обзор в [1]). При этом в теоретических моделях чаще всего делались следующие предположения: шероховатостью тел можно пренебречь; перемещение тел возможно только вдоль номинальной плоскости контакта; трение описывается модифицированным законом Амантона. Последнее предположение подразумевает, что существует разница между кинетическим и статическим трением, а именно зависимость коэффициента трения от относительной скорости скольжения имеет следующий вид: она антисимметрична; имеет вертикальный участок, соответствующий трению покоя; затем она монотонно или скачком спадает, оставаясь всегда вогнутой стороной к оси абсцисс. Эта зависимость принималась также и в несколько другой форме: она сначала спадала, а затем начинала возрастать [2,3].

В рамках указанных предположений был промоделирован, с большей или меньшей полнотой, целый ряд сложных физических процессов, вплоть до автоколебаний скрипичной струны и хаотических колебаний систем, испытывающих внешнее и внутреннее возбуждение [2–5].

Вместе с тем детальное описание механизма, лежащего в основе наблюдаемой разницы между статическим и кинетическим трением, отсутствует.

В настоящее время существуют многочисленные эксперименты, подтверждающие гипотезу, что основной причиной разницы между статическим и кинетическим трением являются перемещения (колебания) тел в плоскости, перпендикулярной к плоскости скольжения [6,7]. Наибольшее развитие эта гипотеза получила в работе [1], в которой, в частности, была рассмотрена классическая система: ползун, скользящий с трением по движущейся ленте транспортера, растягивает горизонтальную пружину. Рассмотренная система допускала перемещения ползуна в двух направлениях (вертикальном и горизонтальном). В результате численного моделирования было получено, что возможно наблюдать автоколебания ползуна и при отсутствии локального максимума, соответствующего трению покоя. Основной чертой этой модели, позволяющей добиться такого поведения системы, было наличие феноменологической нелинейной вязко-упругой зависимости между сближением тел и силой контакта.

Ниже приводятся результаты численного моделирования, показывающие, что фрикционные автоколебания могут возникать и в чисто упругой системе, в которой не вводится искусственная разница между статическим и динамическим коэффициентами трения, а материал в каждой точке шероховатой поверхности деформируется линейно-упруго. Этот, на первый взгляд, парадоксальный результат получается в рамках одной из моделей, предложенных в [8]. Эта модель, так же как и модель работы [1], допускает перемещения в двух взаимно перпендикулярных направлениях и отказывается от закона Амантона. Однако, в отличие от работы [1], в развиваемой модели в явном виде вводятся в рассмотрение функции, описывающие шероховатость контактирующих поверхностей.

Итак, рассматривается ползун длины $2a$ и единичной массы M , лежащий на ленте, движущейся с постоянной скоростью U . При движении ползун растягивает горизонтальную пружину жесткости k_x . В расчетах используются следующие системы координат: абсолютная (x, y) , а также локальные (ξ_s, η_s) для ползуна и ленты соответственно (рис. 1).

Считается, что ползун и лента абсолютно жесткие и плоские, однако каждая поверхность покрыта деформируемым шероховатым слоем. В локальных системах координат шероховатые поверхности ползуна и

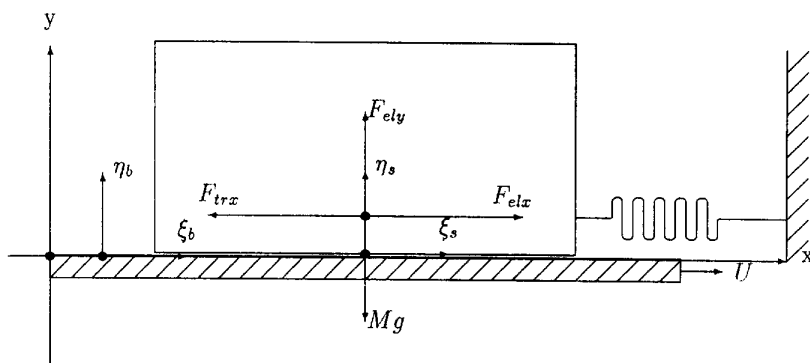


Рис. 1. Общая схема рассматриваемой модели и используемые системы координат.

ленты описываются функциями f_s и f_b соответственно. В качестве первого приближения в расчетах принималось

$$f_b(x) = a_b \sin(\omega_b x), \quad f_s(x) = a_s \sin(\omega_s x). \quad (1)$$

В рассматриваемой модели считалось также, что эти поверхности состоят из линейно-упругих пружин одинаковой жесткости ϵ . Очевидно, что если расстояние между лентой и ползуном мало, то шероховатости частично перекрываются (рис. 2).

Тогда сила упругого взаимодействия F_{ely} будет равна интегралу всех локальных упругих сил взаимодействия по всей длине ползуна:

$$F_{ely} = \int_{-a}^a \Phi(\xi) d\xi, \quad (2)$$

где

$$\Phi(\xi) = b\epsilon_s \Psi(f_b(\xi + x - Ut) - f_s(\xi) - y).$$

Очевидно, что функция локального деформирования равна нулю, если шероховатости в данной точке не взаимодействуют, т. е.

$$\Psi(x) = x \text{ при } x > 0 \text{ и } \Psi(x) = 0, \quad x < 0.$$

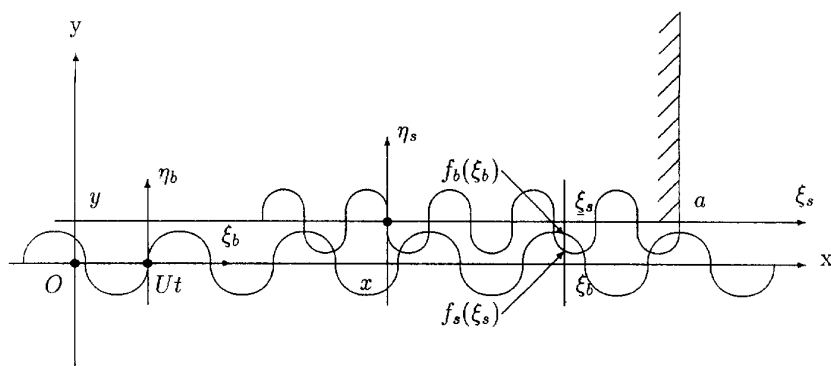


Рис. 2. Схематическое изображение контакта ползуна с лентой.

При численном моделировании функция $\Psi(x)$ описывалась сглаженной зависимостью

$$\Psi(x) = x(1/\pi \arctan(\alpha_2 x) + 1/2) + 1/\pi, \quad \alpha_2 = 1.$$

Аналогично при численном моделировании скачок в значении силы трения сглаживался и коэффициент трения в законе Кулона принимался в виде следующей зависимости:

$$\text{sign}(x) = 2/\pi \arctan(\alpha_1 x), \quad \alpha_1 = 100.$$

Итак, динамическое поведение рассматриваемой системы для ползуна единичной массы описывается следующей системой уравнений:

$$\ddot{x}(t) = F_{\text{tr}x}(F_y, \dot{x} - U) + F_{\text{el}x}(x - \alpha_0), \quad \alpha_0 = 0, \quad (3)$$

$$\ddot{y}(t) = F_{\text{el}y} - g, \quad g = 9.81 \cdot 10^3, \quad (4)$$

где $F_{\text{el}x}$ — сила упругого сопротивления пружины, $F_{\text{tr}x}$ — сила трения.

В расчетах принимались следующие значения параметров: жесткость пружин шероховатостей единичной ширины $\epsilon = 10$; ширина перекрытия контактирующих поверхностей $b = 4.0$; амплитуды функций шероховатостей поверхностей ленты и ползуна $a_b = a_s = 1.0$; частоты функций шероховатостей поверхностей ленты и ползуна $\omega_b = 1.0 \cdot 10^5$

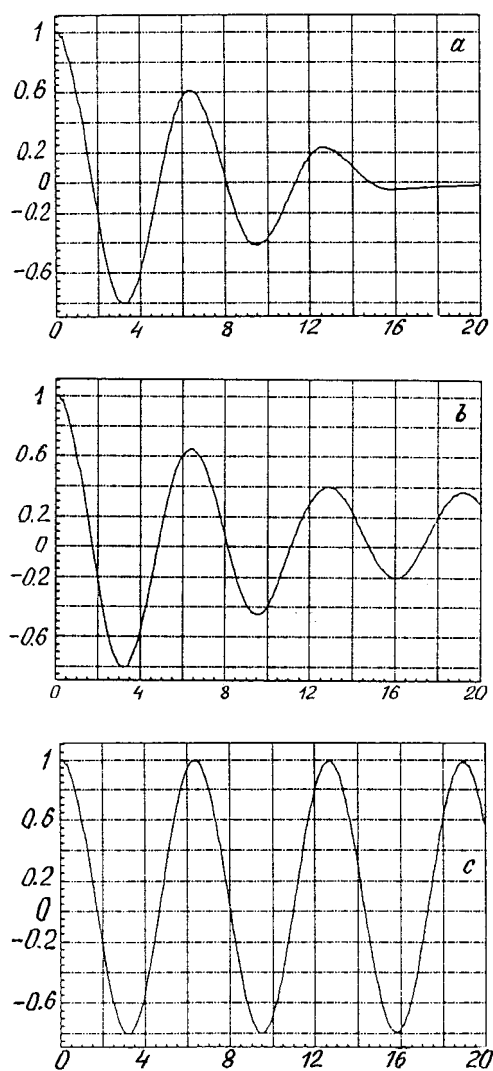


Рис. 3. Зависимость координаты x центра масс ползуна от времени: a — $U = 0.0$; b — $U = 0.3$; c — $U = 1.0$.

и $\omega_s = 3.0 \cdot 10^5$ соответственно; жесткость горизонтальной пружины $k_x = 10$. Решение системы уравнений (3)–(4) проводилось методом Рунге–Кутты с подсчетом интеграла методом Симпсона на каждом шаге итераций. При этом начальные значения были следующие $x(0) = 1.0$; $\dot{x}(0) = 0.0$; $y(0) = 2.0$; $\dot{y}(0) = 0.0$.

На рис. 3 приведены некоторые результаты расчетов, а именно зависимость координаты x центра масс ползуна от времени при различных значениях скорости ленты.

Видно, что при $U = 0.0$ горизонтальные колебания быстро затухают, при $U = 0.3$ горизонтальные колебания затухают медленнее. При $U = 1.0$ возникают указанные фрикционные автоколебания, которые имеют синусоидальный характер.

Очевидно, что описанная модель позволяет рассматривать произвольные функции шероховатости поверхностей, а не только функции вида (1). Также легко можно промоделировать шероховатость поверхности не слоем пружин одинаковой жесткости, а слоем разновысоких упругих стержней, как это предлагалось в [8].

Отметим, что в подавляющем большинстве работ, изучающих деформирование шероховатостей контактирующих поверхностей, используются модели, основанные на модели Гринвуда–Виллимса [1]. Эта модель основана на использовании решения задачи Герца, в котором контакт двух криволинейных поверхностей сводится к задаче контакта между плоской и эквивалентной криволинейной поверхностями. Давая хорошие результаты в статике, эта модель при ее прямом использовании в задачах динамики может упустить важные детали, поскольку в этом случае зависимость силы контакта от сближения тел будет одной и той же при любом относительном сдвиге тел вдоль плоскости контакта. Одна из существенных черт предложенной модели, в отличие от используемых ранее, состоит в том, что здесь обе поверхности являются шероховатыми, поэтому при относительном сдвиге контактирующих поверхностей распределение взаимных пересечений шероховатостей меняется, а следовательно, интегральная зависимость силы контакта от сближения тел будет меняться при сдвиге ползуна от точки к точке.

Явный учет шероховатости поверхностей и наличия вертикальных колебаний ползуна позволили установить возможность реализации фрикционных автоколебаний в упругой системе, в которой не вводится искусственная разница между статическим и динамическим коэффициентами трения.

Авторы благодарны А.П. Крюкову за постоянное внимание к работе и стимулирующие дискуссии. Первый из авторов благодарит Фонд Александра фон Гумбольдта за финансирование его исследований в университете Ганновера, где эта работа была завершена.

Список литературы

- [1] *Martins J.A.C., Oden J.T., Simoes F.M.E.* // Int. J. Engng. Sci. 1990. V. 28. N 1. P. 29–92.
- [2] *Bumt A.A.* // ЖТФ. 1936. Т. 6. В. 9. С. 1459–1476.
- [3] *Witt A.* // Techn. Phys. of USSR. 1937. V. 4. P. 261–288.
- [4] *Magnus K.* // Scwingungen. Stuttgart: Teubner. 1961. 251 p.
- [5] *Popp K., Stelter P.* // Phil. Trans. R. Soc. London. Ser. A. 1990. V. 332. P. 89–105.
- [6] *Буданов Б.В., Кудинов В.А., Толстой Д.М.* // Трение и износ. 1980. Т. 1. № 1. С. 79–89.
- [7] *Левинштейн М.Е., Румянцев С.Л.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 5. С. 42–46.
- [8] *Borodich F.M.* // Abstr.1st European Nonlinear Oscill. Conf TU Hamburg-Harburg. 1993. P. 20.