

01;03

Лагранжево-эйлеровское описание разрывных течений двухфазной реагирующей среды

© Ю.А. Куракин, А.А. Шмидт

Физико-технический институт им.А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург

Поступило в Редакцию 29 ноября 1996 г.

В работе с помощью оригинальных методов вычислительной гидродинамики проведено исследование, посвященное анализу распространения ударных волн в двухфазных реагирующих смесях. Работа содержит новые данные о детальной структуре ударноволнового двухфазного течения; предложен критерий, позволяющий определить режим инициации горения, что является важным для объяснения характерных особенностей таких течений.

Проводится численный анализ структуры разрывных течений двухфазных реагирующих сред, основанный на лагранжево-эйлеровском (Л-Э) описании [1].

Алгоритм позволяет рассмотреть процессы межфазного переноса, гомогенные и гетерогенные химические реакции, в частности, горение дисперсных включений.

1. При моделировании движения несущей фазы (эйлеровский этап алгоритма) использована система уравнений Эйлера, дополненная источниковыми членами, описывающими межфазный обмен массой, импульсом и энергией, а также гомогенные химические реакции. В общепринятых обозначениях она имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = -\langle J_{gp} \rangle n_p,$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} = -[\langle F_{gp} \rangle + \langle J_{gp} \cdot V_p \rangle] n_p,$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial (eu + pu)}{\partial x} = - \left[\langle F_{gp} \cdot V_p \rangle + \langle Q_{gp} \rangle + \left\langle J_{gp} \left(C_p^0 \cdot T_p + \frac{V_p^2}{2} \right) \right\rangle \right] n_p,$$

$$\frac{\partial \rho c_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_i u}{\partial x} = -\langle J_{gp_i} \rangle n_p + W,$$

здесь $e = C_v T + \rho u^2 / 2$.

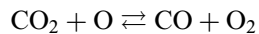
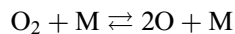
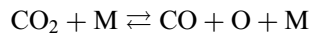
2. В рамках Л-Э алгоритма эволюция дисперсной фазы (лагранжев этап алгоритма) описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений движения пробных частиц:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}_p}{dt} &= \mathbf{V}_p, & \frac{dm_p}{dt} &= J_{gp}, \\ \frac{dm_p \mathbf{V}_p}{dt} &= \mathbf{F}_{gp}, & \frac{dC_p^0 m_p T_p}{dt} &= Q_{gp}. \end{aligned}$$

3. Влияние дисперсной фазы на несущую учитывается с помощью специальной процедуры пространственно-временного осреднения параметров пробных частиц вдоль отрезков траекторий, лежащих внутри расчетных ячеек:

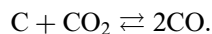
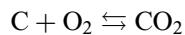
$$\langle \varphi \rangle_i = \frac{\sum_{l \in (i)} \dot{\eta} \int_0^{\tau_l} \varphi_l dt}{\sum_{l \in (i)} \dot{\eta} \tau_l}, \quad n_p = \frac{\sum_{l \in (i)} \dot{\eta} \tau_l}{\Delta x_i \Delta t},$$

4. Используемая схема гомогенных и гетерогенных химических реакций, инициируемых ударной волной, выглядит следующим образом: гомогенные реакции



где M: O, O₂, CO, CO₂;

гетерогенные реакции



5. Описание процессов межфазного переноса основывалось на феноменологических моделях с использованием известных аппроксимаций

для коэффициента сопротивления и числа Нуссельта [2]. Скорости химических реакций, определяющих состав несущей фазы и межфазный массообмен, принимались соответствующими работе [3] для гомогенных процессов и работе [4] для гетерогенных.

6. Алгоритм расчета внутри одной итерации следующий:

i) расчет течения несущей фазы без учета присутствия дисперсной фазы; ii) расчет траекторий пробных частиц; iii) расчет источниковых членов с помощью процедуры пространственно-временного осреднения; iv) расчет течения несущей фазы с учетом полученных источниковых членов.

В последующих итерациях последовательность шагов повторяется начиная со второго.

7. На эйлеровском этапе алгоритма численное решение строится с использованием расщепления по физическим процессам [5]. Полный шаг по времени выглядит следующим образом:

$$U_i^{n+2} = L(2\Delta t)U_i^n = L_x(\Delta t)L_c(\Delta t)L_c(\Delta t)L_x(\Delta t)U_i^n,$$

где оператор L_x описывает решение уравнения:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

и реализуется при помощи TVD схемы [6], а оператор L_c описывает решение уравнения

$$\frac{dU}{dt} = W + Q_p.$$

При реализации оператора L_c , а также для расчета траекторий пробных частиц использована неявная схема Адамса второго порядка аппроксимации.

8. Описанный выше алгоритм использовался при решении задачи о взаимодействии плоской ударной волны, распространяющейся в кислороде, с облаком частиц углерода, расположенным слева у закрытого торца ударной трубы. Ударная волна движется справа налево.

На рис. 1 представлены результаты сравнения с экспериментальными данными тестового расчета изменения интенсивности ударной волны в зависимости от пути, пройденного в запыленном газе; условия эксперимента [7]: $M = 1.5$; $p_0 = 1$ атм; массовое содержание частиц $\alpha = 0.6$; число Стокса, характеризующее интенсивность процессов межфазного

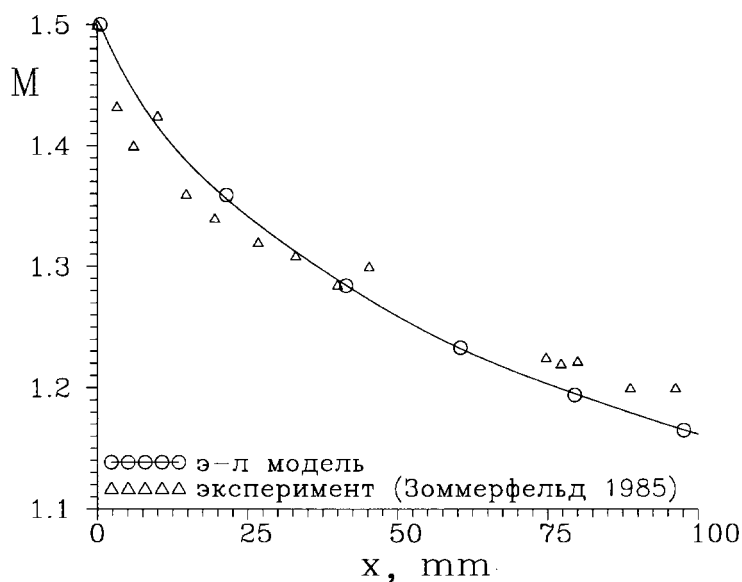


Рис. 1. Изменение интенсивности ударной волны при движении в запыленном газе.

обмена: $Sk = \tau_{gp}/\tau_g$, где τ_{gp} — характерное время межфазной релаксации, а τ_g — характерное газодинамическое время, равнялось 0.01. Расчет по предложенной модели демонстрирует хорошее совпадение с экспериментом.

На рис. 2 приведена $x-t$ -диаграмма плотности несущего газа. Моделирование проводилось при следующих условиях: $M = 5.8$, $p_0 = 0.01$ атм, протяженность облака частиц углерода равнялась 0.3 м, диаметр частиц $d_p = 1$ мкм, из массовое содержание $\alpha = 0.25$, при этих параметрах режим течения характеризуется числом Стокса, равным $Sk = 0.15$, и близок к равновесному. Масштабы x_0 , t_0 равны соответственно 0.5 м и $3.58 \cdot 10^{-6}$ с.

На диаграмме отмечены: 1 — падающая ударная волна, инициирующая горение углеродных частиц; 2 — волны, отразившиеся от внешней границы облака, сносимые сверхзвуковым спутным потоком; 3, 4 — задняя и передняя границы области горячего газа, образовавшегося в

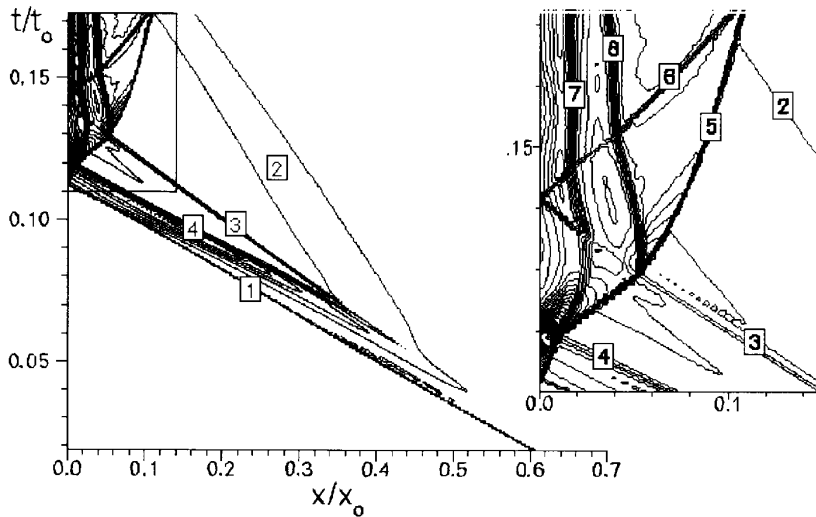


Рис. 2. $x - t$ диаграмма плотности несущего газа ($Sk = 0.15$).

результате сгорания частиц; 5 — отраженная от стенки ударная волна 1, рефрагирующая на неоднородностях набегающего спутного потока; 6 — волна, образовавшаяся в результате взаимодействия отраженной ударной волны 5 с границей горячего газа; контактные разрывы 7 и 8 есть траектории контактных разрывов 4 и 3 после их взаимодействия с ударными волнами 5 и 6. Система волн, заключенных между 1 и 4 и образованных в результате выделения продуктов сгорания, догоняет падающую волну 1 и увеличивает ее скорость.

На рис. 3 приведена $x-t$ -диаграмма плотности несущего газа для случая частиц размером $d_p = 5$ мкм, что соответствует числу Стокса $Sk = 3.75$. Здесь 1, 5 — падающая и отраженная от стенки ударные волны; 2 — волны, отразившиеся от внешней границы облака частиц. В отличие от предыдущего случая, течение характеризуется развитыми релаксационными зонами: 3 — зона межфазной релаксации за падающей ударной волной. Граница между зонами 2 и 3 соответствует траектории фронта облака частиц, при взаимодействии с которым волна 5 отражается в виде скачка 7. В данном случае низкая интенсивность процессов

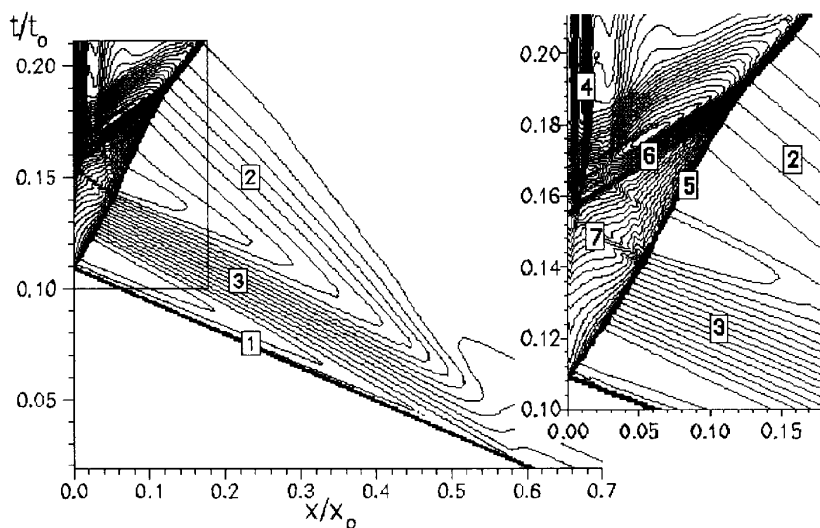


Рис. 3. $x - t$ -диаграмма плотности несущего газа ($Sk = 3.75$).

межфазной релаксации приводит к тому, что горение частиц начинается лишь за отраженной ударной волной 5, 4 обозначает область горячего газа, образовавшегося в результате выгорания частиц. Выделение продуктов горения инициирует систему волн 6, которые догоняют и ускоряют отраженную ударную волну.

Анализ распространения ударной волны по реагирующей двухфазной смеси позволяет выделить два режима инициации горения: за падающей ударной волной и за отраженной. Критическое число Стокса, характеризующее параметры смеси и течения при переходе от одного режима к другому, можно записать в следующем виде:

$$Sk^* = \left(\ln \frac{T_0 - T_g}{T^* - T_g} \right)^{-1},$$

здесь T_0 , T_g и T^* — начальная температура дисперсной фазы, характерные температуры несущей фазы и инициации горения соответственно. Для рассмотренных выше параметров смеси и течения $Sk^* \approx 1.6$.

Работа частично поддержана грантами РФФИ 95–01–00521 и INTAS 94–4348.

Список литературы

- [1] *Crowe C.T.* // Journal of Fluid Engineering. 1982. V. 104. P. 297–303.
- [2] *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
- [3] *Головачев Ю.П.* Численное моделирование течений вязкого газа в ударном слое. М.: Наука, 1996. С. 374.
- [4] *Olim M., Ben-Dor G., Mond M.* et al. // KSME journal 1990. V. 4. N 2. P. 167–171.
- [5] *Жмакин А.И.* // Препринт ФТИ АН СССР. 1980. № 644.
- [6] *Ильин С.А., Тимофеев Е.В.* // Препринт ФТИ РАН. 1993. № 1611.
- [7] *Sommerfeld M.* // Experiment in Fluids. 1985. N 3. P. 197–206.